



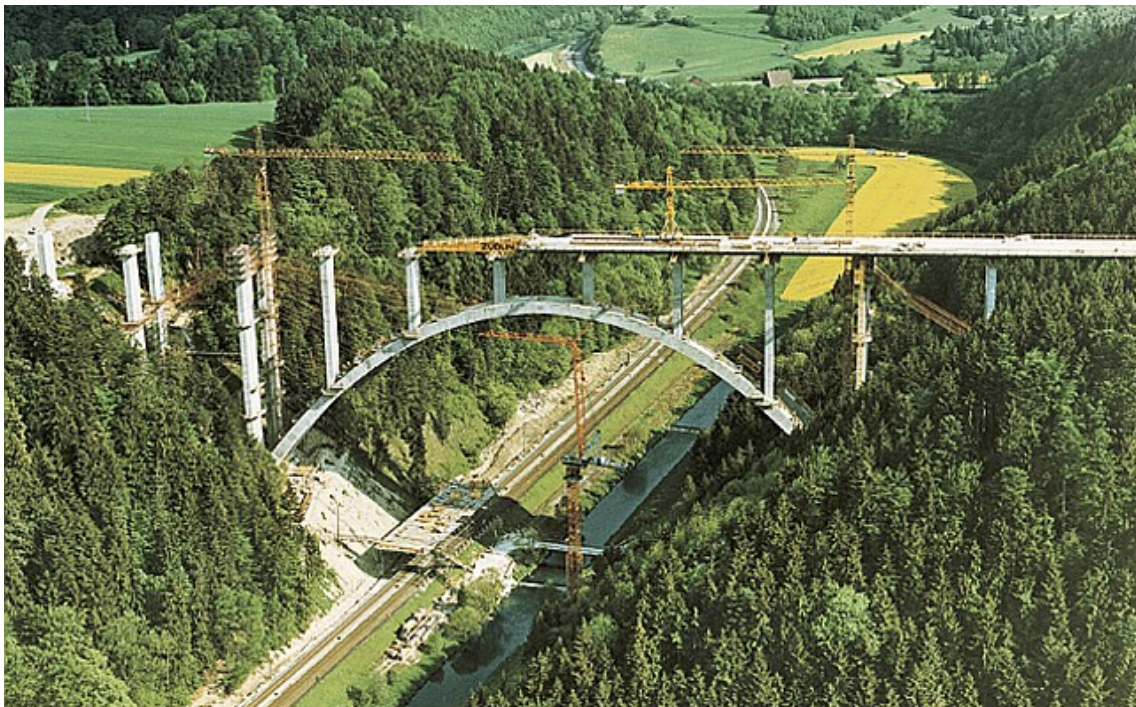
**UNIVERSIDADE DA CORUÑA**



**ESCOLA TÉCNICA SUPERIOR DE ENXEÑEIROS  
DE CAMIÑOS, CANAIS E PORTOS**

---

# **OPTIMIZACIÓN DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL Y DEL PICO DE LANZAMIENTO DE PUENTES LANZADOS DE HORMIGÓN PRETENSADO**



*Tesis Doctoral presentada por:*

**ARTURO NORBERTO FONTÁN PÉREZ**

*Dirigida por:*

**SANTIAGO HERNÁNDEZ IBÁÑEZ**

*A Coruña, Marzo de 2009*



**UNIVERSIDADE DA CORUÑA**



**ESCOLA TÉCNICA SUPERIOR DE ENXEÑEIROS  
DE CAMIÑOS, CANAIS E PORTOS**

---

**OPTIMIZACIÓN DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL  
Y DEL PICO DE LANZAMIENTO DE PUENTES  
LANZADOS DE HORMIGÓN PRETENSADO**

*Tesis Doctoral presentada por:*

**ARTURO NORBERTO FONTÁN PÉREZ**

*Dirigida por:*

**SANTIAGO HERNÁNDEZ IBÁÑEZ**

*A Coruña, Marzo de 2009*





A Rocío



## AGRADECIMIENTOS

A Santiago Hernández, maestro a imitar. Su capacidad docente e investigadora, su constancia en el trabajo y su sabiduría son un ejemplo para mí. La disponibilidad, paciencia y dedicación que ha mostrado hacia este trabajo merecen mi más sincera gratitud.

A Rocío, compañera y confidente. Ella es la fuerza que ha impedido que desfalleciese en los momentos difíciles. La vitalidad que desprende llena de alegría mi corazón.

A mis padres que me han dado la oportunidad de alcanzar este sueño compartido. Nunca podré agradecer suficientemente sus desvelos, enseñanzas, atenciones y sacrificios.

A los compañeros de la “Escuela”, en especial a Félix, Chiqui, José Ángel, Jacobo, Aitor y Quique, que me han obsequiado con su amistad. Espero poder corresponder su desinteresada ayuda y comprensión.

A todos ellos y a tantos otros amigos que me han animado durante estos años les dedico este trabajo.





## ÍNDICE

# OPTIMIZACIÓN DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL Y DEL PICO DE LANZAMIENTO DE PUENTES LANZADOS DE HORMIGÓN PRETENSADO

### CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN .....	13
1.1 Motivación y objetivos .....	13
1.2 Organización de la Memoria-Tesis.....	16

### CAPÍTULO 2

PUENTES LANZADOS. TIPOLOGÍA Y PROCESOS DE CONSTRUCCIÓN.....	19
2.1 Principios generales.....	19
2.2 Tipos de lanzamiento.....	20
2.3 Orígenes del método .....	23
2.4 Proceso constructivo.....	29
2.4.1 Parque de fabricación.....	31
2.4.2 Dispositivos de empuje .....	33
2.4.3 Apoyos deslizantes.....	35

2.4.4 Tipos de pretensado .....	36
2.4.4.1 Pretensado de lanzamiento .....	36
2.4.4.2 Pretensado de servicio .....	39
2.4.5 Pico de lanzamiento .....	39
2.5 Métodos de diseño del pico de lanzamiento .....	43
2.6 Referencias .....	51

### CAPÍTULO 3

<i>MÉTODOS DE DISEÑO ÓPTIMO DE ESTRUCTURAS</i> .....	55
3.1 Introducción.....	55
3.2 Formulación del diseño óptimo en ingeniería .....	56
3.3 Convexidad en optimización .....	59
3.4 Métodos de optimización .....	64
3.4.1 Programación matemática. Problemas lineales.....	64
3.4.2 Programación matemática. Problemas no lineales.....	66
3.4.2.1 Métodos de la función <i>penalty</i> .....	66
3.4.2.2 Método de las direcciones eficientes .....	69
3.4.2.3 Métodos duales .....	71
3.4.2.4 Algoritmos genéticos.....	74
3.4.2.5 Métodos de perturbaciones. Recocido simulado ( <i>Simulated Annealing</i> ) .....	77
3.4.2.6 Método del <i>minmax</i> .....	81
3.4.2.7 Secuencia de problemas lineales .....	83
3.4.2.8 Secuencia de problemas cuadráticos .....	83
3.5 Referencias .....	85

*CAPÍTULO 4*

FORMULACIÓN DEL PROCESO DE OPTIMIZACIÓN DEL PICO DE LANZAMIENTO DE PUENTES LANZADOS.....	89
4.1 Planteamiento general .....	89
4.2 Optimización por equiparación de los valores máximos del momento flector del tablero sobre la pila frontal .....	96
4.3 Optimización por minimización del momento flector del tablero sobre la pila frontal .....	102
4.4 Optimización por minimización de la tensión en el hormigón del tablero en los dos vanos delanteros .....	111
4.5 Referencias .....	120

*CAPÍTULO 5*

<i>FORMULACIÓN DEL PROCESO DE OPTIMIZACIÓN CONJUNTA DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL Y LAS FUERZAS DE PRETENSADO DE PUENTES LANZADOS .....</i>	<i>123</i>
5.1 Planteamiento general .....	123
5.2 Sección transversal del tablero .....	127
5.3 Pico de lanzamiento.....	130
5.4 Pretensado centrado.....	133
5.5 Segmentación del tablero .....	134
5.6 Combinaciones de carga.....	179
5.7 Programa de cálculo matricial de estructuras.....	185
5.8 Programa de generación de modelos de cálculo.....	191



5.9 Formulación del problema de optimización .....	198
5.9.1 Función objetivo .....	198
5.9.2 Variables de diseño .....	201
5.9.3 Condiciones incluidas en la optimización.....	204
5.9.4 Módulo de optimización .....	209
5.10 Programa global.....	210
5.11 Referencias .....	214

## *CAPÍTULO 6*

EJEMPLOS DE APLICACIÓN A PUENTES LANZADOS MULTIVANO DE HORMIGÓN .....	217
6.1 Introducción.....	217
6.2 Optimización de los vanos laterales de una viga continua .....	219
6.3 Pico de lanzamiento de canto constante .....	221
6.4 Modelo de trabajo.....	222
6.5 Optimización con dos variables de diseño .....	224
6.5.1 Optimización conjunta del canto del tablero y del pretensado dorsal.....	225
6.5.2 Optimización conjunta de la longitud del pico de lanzamiento y del pretensado frontal.....	235
6.5.3 Optimización conjunta del canto del pico de lanzamiento en el extremo y del pretensado frontal.....	246
6.5.4 Optimización conjunta de la longitud y el canto en el extremo frontal del pico de lanzamiento .....	254
6.5.5 Optimización conjunta del canto del tablero y del canto del pico de lanzamiento en el extremo frontal .....	261
6.6 Optimización considerando subconjuntos crecientes de variables de diseño.....	269

6.6.1 Optimización con 3 variables de diseño: $L_N, h_N, P_F$ .....	269
6.6.2 Optimización con 4 variables de diseño: $L_N, h_N, t_f, t_w$ .....	272
6.6.3 Optimización con 5 variables de diseño: $H, e_s, e_i, e_a, P_D$ .....	274
6.6.4 Optimización con 5 variables de diseño: $L_N, h_N, t_f, t_w, P_F$ .....	275
6.6.5 Optimización con 5 variables de diseño: $H, L_N, h_N, P_F, P_D$ .....	277
6.6.6 Optimización con 6 variables de diseño: $H, e_s, e_i, e_a, P_F, P_D$ .....	278
6.6.7 Optimización con 7 variables de diseño: $H, L_N, h_N, t_f, t_w, P_F, P_D$ .....	279
6.6.8 Optimización con 8 variables de diseño: $H, e_s, e_i, e_a, L_N, h_N, P_F, P_D$ .....	280
6.7 Optimización con el conjunto completo de variables de diseño .....	281
6.7.1 Resolución del problema .....	282
6.7.2 Insensibilidad a la variación de $h_N$ .....	293
6.7.3 Influencia del número de segmentos de pretensado frontal .....	301
6.7.4 Influencia de la variación de precios de los materiales .....	303
6.8 Referencias .....	306

## CAPÍTULO 7

CONCLUSIONES .....	307
7.1 Conclusiones generales .....	307
7.2 Conclusiones sobre la optimización del pico de lanzamiento .....	308
7.3 Conclusiones sobre la optimización conjunta de la sección transversal y las fuerzas de pretensado .....	310
7.3.1 Conclusiones metodológicas .....	310
7.3.2 Conclusiones relativas a los ejemplos de aplicación .....	313
7.4 Líneas futuras de investigación .....	314

*ANEJO*

<i>NOTACIÓN</i> .....	317
Mayúsculas latinas.....	317
Minúsculas latinas .....	320
Mayúsculas griegas .....	322
Minúsculas griegas .....	322

## *CAPÍTULO 1*

### **INTRODUCCIÓN**

#### **1.1 MOTIVACIÓN Y OBJETIVOS.**

En la actualidad es creciente la necesidad de construcción de puentes tanto en entornos urbanos para la realización de circunvalaciones de las principales ciudades, como en zonas rurales, especialmente para la construcción de grandes viaductos que permitan cumplir los planes existentes de creación de nuevas infraestructuras viarias, sean autopistas o líneas ferroviarias de alta velocidad.

La tipología de construcción denominada lanzamiento incremental es muy habitual y cada vez más frecuente en el ámbito de la ingeniería de puentes. A pesar de la intensa competencia con otros métodos constructivos, es muy significativo el número de puentes lanzados que se están realizando actualmente, tanto en España como en el resto de Europa, Asia o América.

De forma simplificada, construir un puente mediante lanzamiento incremental consiste en hormigonarlo en una posición distinta de la que ocupará en su posición definitiva, la cual alcanza mediante un movimiento periódico de avance a medida que se fabrican nuevos segmentos del mismo.

Son abundantes las ventajas que presenta respecto a otros procesos constructivos, entre las que destacan la ausencia de una cimbra que soporte la estructura durante la obra, la consecución de procedimientos de trabajo repetitivos y la escasa influencia de la obra en el entorno y en sus actividades socioeconómicas. Sin embargo, debido al particular proceso constructivo, precisan de una serie de elementos auxiliares y, en ocasiones, de una sección transversal del tablero de mayor tamaño.

Para controlar las tensiones de lanzamiento en la zona frontal del tablero durante la construcción se utiliza habitualmente un pescante metálico, también conocido como pico de lanzamiento o incluso nariz de lanzamiento, que es una estructura ligera que se



coloca como prolongación del tablero en su extremo frontal para reducir las tensiones que se producen en las configuraciones de voladizo durante el avance. Es fundamental diseñar adecuadamente la longitud y la rigidez del pico de lanzamiento para no sobredimensionar el dintel de hormigón pretensado.

El proceso convencional de diseño del pico de lanzamiento recurre a la técnica de prueba y error para reducir los esfuerzos del tablero de hormigón sobre el apoyo frontal. En cada tanteo, el diseñador busca la forma de mejorar el diseño modificando alguno o algunos de los parámetros del diseño previo, recurriendo a su experiencia o intuición, hasta alcanzar un resultado suficientemente satisfactorio. Debido a que el consumo de recursos y de tiempo de cálculo se multiplica con cada variación del diseño, el proceso de mejora se ve limitado necesariamente a escasos tanteos. En ningún caso se puede garantizar que al final del proceso se alcance la mejor solución de entre todas las posibles.

Esta forma de trabajar contrasta con las técnicas de optimización del diseño que desde hace décadas se han usado extensamente en industrias como la aeroespacial o del automóvil, y que han producido excelentes resultados. Incomprensiblemente, aún son escasos los ejemplos de uso de la optimización matemática para resolver problemas propios del campo de la ingeniería civil, de hecho no existen antecedentes de su uso en puentes lanzados incrementalmente.

Dado que los puentes lanzados constituyen una tipología constructiva importante, deben incorporar todas las capacidades disponibles de innovación del diseño, entre las que se encuentra la optimización matemática.

Puesto que el dimensionamiento del pico de lanzamiento constituye una tarea relevante en la definición del procedimiento constructivo porque un diseño inadecuado puede conducir al sobredimensionamiento del tablero del puente, como primer paso para la mejora del diseño de un puente lanzado se puede plantear la optimización del pico de lanzamiento. Un análisis paramétrico de la interacción pico-tablero durante el avance, resuelto con algoritmos de optimización, puede proporcionar resultados precisos y rigurosos, frente al procedimiento clásico de ensayo y error que produce un mejor o peor resultado según las habilidades del proyectista y de la capacidad y el tiempo de cálculo del que disponga, y que no garantiza en absoluto obtener el mejor

resultado alcanzable. Además, comparando los resultados obtenidos mediante procedimientos convencionales y con técnicas de optimización se puede comprobar el grado de validez de algunas afirmaciones, que se dan por supuestas en los métodos clásicos de diseño de picos de lanzamiento, pero que en realidad no se sustentan en fundamento teórico alguno.

También se observa que puesto que la sección transversal más común de un puente lanzado de hormigón es una sección en cajón con alas y, que por lo tanto tiene distintos módulos resistentes a flexión respecto a la fibra superior que a la inferior, la optimización del pico de lanzamiento no debe basarse únicamente en minimizar el momento flector sobre el apoyo frontal del tablero como en planteamientos convencionales, pues la limitación podría producirse con un momento flector de signo contrario en el interior de un vano. Es más correcto, por lo tanto, optimizar las tensiones en todo el tablero, o mejor todavía, minimizar el coste de la construcción, que es realmente el objetivo final de todo promotor.

Por otra parte, se comprueba que un modelo de un puente lanzado basado exclusivamente en relaciones paramétricas presenta importantes limitaciones, pues necesita recurrir a datos estadísticos de otras obras similares ya existentes para formular las necesarias expresiones que relacionen la longitud, el peso unitario y la rigidez a flexión en un pico de lanzamiento, lo cual podría producir resultados físicamente poco o nada realistas y por lo tanto imposibles de construir.

Estos planteamientos previos evidencian la necesidad de desarrollar una formulación más amplia, objetiva y rigurosa para optimizar la construcción de un puente lanzado, lo cual es el principal propósito de este trabajo de investigación. Se pretende obtener la solución más económica posible para la construcción de un puente lanzado, cuestionando los planteamientos convencionales basados en la intuición y evitando las limitaciones de modelos paramétricos. Para tal fin se plantea un modelo elástico de barras del conjunto pico-tablero que simule todas las posiciones de avance durante el lanzamiento, y que permita obtener mediante cálculo matricial los pésimos esfuerzos sobre el dintel y sobre el pescante. Posteriormente, los algoritmos matemáticos de optimización permiten modificar el diseño inicial para averiguar las dimensiones óptimas de la sección transversal y las fuerzas de pretensado del tablero de

hormigón, así como las características más adecuadas del pico de lanzamiento para que el conjunto sea lo más barato posible.

Para aplicar esta formulación original a problemas de puentes lanzados multivano de hormigón resulta necesario programar una aplicación informática que resuelva todos los modelos de cálculo que simulen el proceso de lanzamiento, y obtenga la información necesaria para calcular las condiciones de diseño y la función objetivo en cada iteración del problema de optimización. Este código debe incorporar los algoritmos matemáticos de optimización más eficientes, para lo cual será imprescindible afinar sus parámetros de trabajo.

Para validar el correcto funcionamiento de la aplicación se optimizarán ejemplos sencillos con tan sólo dos variables de diseño, de modo que se pueda analizar el problema mediante gráficos bidimensionales.

Finalmente, se resuelven varios ejemplos completos con 10 variables de diseño, partiendo desde el diseño que propone la bibliografía de referencia en el campo del lanzamiento incremental de puentes de hormigón, y se analizan las mejoras alcanzadas y la influencia de algunos parámetros, tales como el coste de los materiales de construcción.

Las conclusiones que se extraigan permitirán mejorar el diseño de los puentes lanzados y acercar la optimización del diseño a campos de la ingeniería que hasta ahora se resistían a su empleo.

La investigación realizada en torno al diseño de puentes lanzados incrementalmente mediante técnicas de optimización se ha organizado en esta memoria-tesis de la manera que se indica a continuación.

## **1.2 ORGANIZACIÓN DE LA MEMORIA-TESIS**

El Capítulo 2 comienza con una descripción general de los múltiples procedimientos distintos de lanzamiento de puentes, centrándose posteriormente en la tipología de puentes lanzados incrementalmente, que son el objeto principal de esta investigación. El capítulo continúa haciendo una revisión histórica de las primeras

aplicaciones del método para tableros de hormigón y un análisis de los principales elementos auxiliares que son necesarios para su construcción. Finalmente, se presentan los métodos clásicos utilizados para diseñar el pico de lanzamiento, que se basan en la experiencia previa y en técnicas de prueba y error.

En el Capítulo 3 se desarrolla la formulación matemática que permite obtener el diseño óptimo de un problema de ingeniería, en contraposición con un procedimiento convencional de diseño basado en reglas heurísticas. Se presta especial atención a la descripción de los principales métodos de optimización empleados en la resolución de problemas de cálculo estructural.

En el siguiente capítulo se formula el proceso de optimización del pico de lanzamiento de puentes lanzados, considerando como variables de diseño los parámetros adimensionales que gobiernan el comportamiento del sistema elástico pico-tablero. Se consideran dos planteamientos diferentes, uno que busca minimizar los momentos flectores en el tablero durante el lanzamiento, y otro que reduce al máximo las tensiones de compresión a la vez que limita las tensiones de tracción usando el mínimo pretensado centrado.

En el Capítulo 5 se presenta la formulación integral para el proceso de optimización conjunta del pico de lanzamiento, de la sección transversal y las fuerzas de pretensado de puentes lanzados, ampliando el planteamiento del Capítulo 4 y evitando así las limitaciones que conlleva una optimización basada exclusivamente en parámetros adimensionales. Se realiza una descripción detallada de todos los cálculos necesarios y se presentan los programas informáticos PULMAT, PULMOD y PULO desarrollados en esta investigación para realizar la optimización de forma automatizada. La aplicación PULMAT (cálculo de PUentes Lanzados mediante análisis MAtricial de barras con sección variable) obtiene los movimientos y los esfuerzos en una estructura de barras de sección variable mediante cálculo matricial. PULMOD (simulador del proceso constructivo de PUentes Lanzados mediante MOdelos de cálculo) permite simular el proceso evolutivo de construcción de un puente lanzado, generando todos los modelos de cálculo necesarios. Por su parte, PULO (PUentes Lanzados Óptimos) es el código informático que engloba los anteriores y además realiza la optimización matemática.



El Capítulo 6 se dedica a la resolución de ejemplos de aplicación de la formulación desarrollada en el Capítulo 5 a puentes lanzados multivano de hormigón. En primer lugar, para comprobar el correcto comportamiento de los códigos informáticos generados, se plantean casos sencillos con sólo dos variables de diseño. Más tarde, se va ampliando progresivamente el tamaño del problema de optimización hasta resolver el problema completo, lo que lleva a considerar hasta 10 variables de diseño, que permiten definir de una forma muy precisa la tarea de optimizar tanto el pico de lanzamiento como el dimensionamiento de la sección transversal del tablero.

Finalmente, las conclusiones que se han obtenido de este trabajo de investigación, así como las líneas futuras de investigación que deja abiertas, se muestran en el Capítulo 7.

## *CAPÍTULO 2*

# **PUENTES LANZADOS. TIPOLOGÍA Y PROCESOS DE CONSTRUCCIÓN**

### **2.1 PRINCIPIOS GENERALES.**

El diseño de puentes se caracteriza por presentar una amplia variedad de soluciones constructivas y posibilidades creativas para un mismo problema, alternando entre multitud de tipologías estructurales diferentes, de materiales o de dimensiones, entre otros muchos factores.

En lo que respecta a la construcción del puente, la idoneidad de una solución depende de su posibilidad de ejecución mediante un procedimiento económicamente viable. Es indispensable que el proyecto de un puente tenga en cuenta el proceso constructivo por el cual se va a llevar a cabo, evitando que las tensiones durante la construcción sean superiores a las que experimentará durante la fase de explotación para no sobredimensionar la estructura.

Un puente a lo largo de su vida sufre infinidad de estados tensionales distintos, en su construcción y a lo largo de su vida en servicio. A menudo, con los métodos convencionales de construcción de puentes, los niveles de tensiones permanentes, existentes durante su vida de servicio, son superiores a los alcanzados durante las fases de construcción, de ahí la búsqueda de sistemas constructivos que aprovechen la resistencia final de los componentes estructurales del puente también durante las fases de ejecución, y que a la vez simplifiquen la construcción y reduzcan significativamente los costes. Uno de estos métodos es el lanzamiento de puentes, que es el método constructivo que se analizará en el presente trabajo.

Fundamentalmente lanzar un puente consiste en construirlo sobre el terreno en una localización provisional y luego moverlo hasta su posición definitiva. Con la tecnología actual es posible realizar un puente en una localización favorable donde su

construcción sea fácil por accesibilidad, manejo de materiales y personas, permita la fabricación mediante procesos industriales, con seguridad y rapidez, y luego trasladarlo a su situación final menos favorable.

Se emplea la denominación de *Puentes Lanzados*, coincidente con la terminología anglosajona *Launched Bridges*, aunque también es común el uso del término *Puentes Empujados*, análogo a la terminología francófona de *Ponts Poussés*.

## 2.2 TIPOS DE LANZAMIENTO.

Los puentes lanzados pueden clasificarse desde un punto de vista geométrico según los movimientos que tengan que llevarse a cabo para mover el tablero desde la posición en que es construido hasta su posición final. Básicamente, estos movimientos pueden ser cuatro: una *traslación transversal* según una dirección perpendicular al eje del tablero y a una línea vertical, una *traslación vertical*, una *rotación* en torno a un eje vertical y una *traslación longitudinal* en la dirección del tablero.

- *Traslación transversal*: el tablero del puente se construye a un lado de su posición final y mediante una traslación transversal, o ripado, se mueve a su ubicación definitiva (Figura 2.2.1).

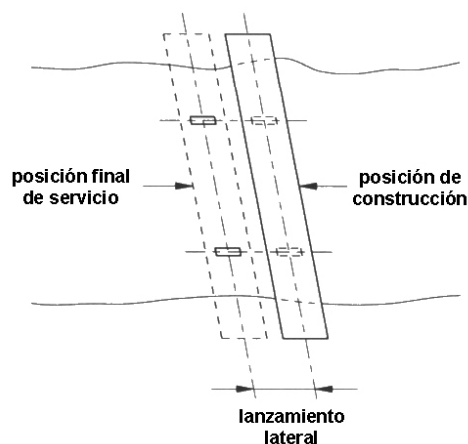


Figura 2.2.1. Lanzamiento transversal <sup>[F1 y elaboración propia]</sup>.

En este tipo de lanzamiento el desplazamiento del tablero es pequeño y el esquema estructural antes y después del lanzado es el mismo. Se emplea en pocas ocasiones y sólo se puede justificar por dos motivos: si se quieren

construir varios tableros paralelos reutilizando la misma cimbra porque ésta sea especialmente costosa, o si se pretende sustituir un puente en servicio y se quiere minimizar la interferencia entre la construcción del nuevo puente y el servicio regular.

- *Traslación vertical:* consiste en construir el tablero y luego descenderlo o elevarlo a su posición definitiva. Aunque su uso en exclusividad, sin otras traslaciones o giros, es extremadamente raro, en ocasiones se emplea cuando no existe gálibo suficiente bajo el tablero para el alojamiento de las cimbras y es necesario construirlo en una posición elevada sobre unas torretas y luego bajarlo a su posición definitiva. No presenta problemas particulares.
- *Rotación:* se basa en el giro del tablero previamente construido en torno a un eje vertical hasta su posición final. Este procedimiento ofrece numerosas posibilidades, desde pasarelas a puentes atirantados de grandes dimensiones. Entre las múltiples variantes destaca por su uso el caso de un puente continuo de tres vanos con un vano central doble que los laterales (Figura 2.2.2).

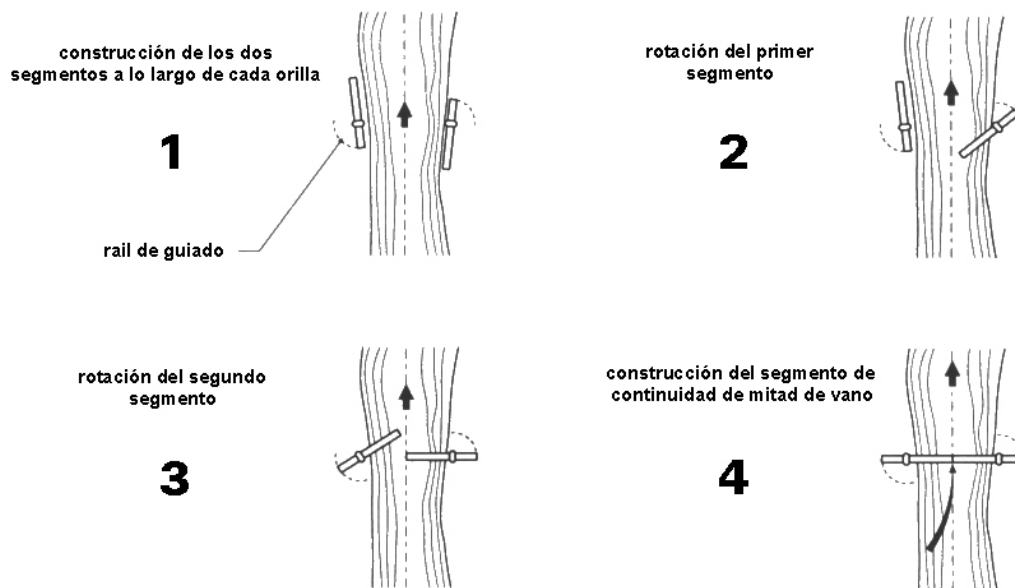


Figura 2.2.2. Rotación con cierre en mitad de vano [F2 y elaboración propia].

- *Traslación longitudinal o frontal:* el tablero se construye tras un estribo y luego se mueve sobre las pilas en la dirección del eje del tablero, que necesariamente deberá ser recto o circular, en planta, para que el tablero en su movimiento desde donde es construido hasta su posición final pueda coincidir en todo momento con la posición de las pilas. Este lanzamiento puede ser monolítico,

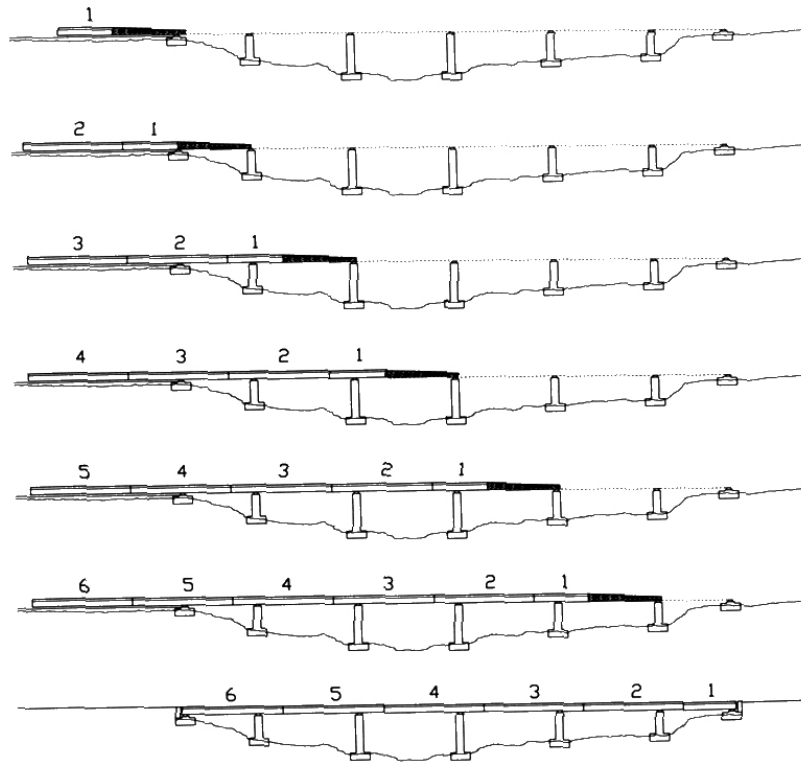
en el que se mueve todo el tablero previamente construido, o incremental (por segmentos), en el que se va moviendo el tablero a medida que se construyen segmentos del mismo.

El lanzamiento completo o lanzamiento longitudinal monolítico se usa normalmente para puentes cortos. Es habitual el caso de un puente continuo de tres vanos empujando simétricamente las mitades de tablero desde sendos estribos con una posterior unión *in situ* en el centro de luz.

El lanzamiento por segmentos o lanzamiento incremental es similar al lanzamiento completo pero con la diferencia fundamental de que el tablero no se construye completamente antes de trasladarse a su ubicación definitiva sino que se va moviendo periódicamente hacia su posición final a medida que se construye cada segmento (Figura 2.2.3). El proceso se asemeja a una extrusión. Este método es especialmente apto para grandes puentes continuos con un número importante de vanos de dimensiones similares, pues permite construir el puente con mecanismos *quasi* industriales y repetitivos, localizados en una zona accesible y cómoda, incluso cubierta, con los que se consiguen altos rendimientos. El tamaño de los segmentos debe ser lo mayor posible pero que permita alcanzar una producción de un segmento por semana (ciclo semanal), siendo habitual una longitud de segmento igual a la mitad de un vano.

Estos cuatro grupos principales pueden subdividirse a su vez en otros subgrupos según diversas variables. En ocasiones el lanzamiento podrá realizarse desde un solo extremo o desde ambos estribos a la vez. También podrá lanzarse el puente con su sección transversal completa o bien con una sección transversal parcial y cuando alcanza su posición definitiva completarse la sección *in situ*, reduciendo el peso a mover durante el proceso de lanzado. Incluso el lanzamiento podría ser cualquier combinación de los casos anteriores.

El presente trabajo se centrará en el lanzamiento por segmentos (*incrementally launched bridges*) de puentes de hormigón que es la variante más utilizada dentro de los puentes lanzados <sup>[L1]</sup>, siendo hoy en día un procedimiento universal y absolutamente normal de ejecución de puentes <sup>[R6][M2]</sup>.

Figura 2.2.3. Lanzamiento por segmentos<sup>[F3]</sup>.

En adelante, este trabajo tratará exclusivamente del lanzamiento por segmentos de puentes de hormigón pretensado.

### 2.3 ORÍGENES DEL MÉTODO.

El procedimiento constructivo de lanzamiento de puentes es bien conocido desde finales del siglo XIX en que se empleó asiduamente para puentes metálicos, pero no fue hasta 1962 cuando se emplea esta técnica por primera vez para construir un puente lanzado de hormigón pretensado. Esta primera aplicación del método, diseño de F. Leonhardt y W. Baur, se llevó a cabo con la realización de un puente de 480 m de longitud sobre el río Caroní en Venezuela (Figura 2.3.1).

El tablero del puente se construyó mediante segmentos prefabricados que, colocados sobre unos raíles de madera apoyados en el terreno y detrás de un estribo, posteriormente se unían con hormigón *in situ* y un “pretensado centrado” para finalmente, lanzar la longitud completa a su posición definitiva sobre el río. Este “pretensado centrado” consistió en producir una fuerza de compresión centrada en la

sección transversal que sólo originase axil y no flexiones. El lanzamiento del puente se realizó mediante arrastre producido por gatos hidráulicos fijados al estribo, que tiraban de cables anclados a las almas del extremo final del tablero. Para reducir tensiones durante el lanzamiento se empleó una estructura metálica de barras en forma de celosía de canto variable en la parte delantera del tablero, conocida como pico de lanzamiento, además de la colocación de pilas provisionales en mitad de cada vano para reducir la luz a salvar a la mitad durante el empuje.



Figura 2.3.1. Lanzamiento del puente sobre el río Caroní <sup>[F4]</sup>.

Para reducir al máximo el rozamiento entre tablero y pilas durante el lanzado, y por lo tanto las cargas horizontales en la cabeza de las pilas que provocarían grandes flexiones en su base, se usaron apoyos móviles deslizantes, empleando por primera vez en la construcción de puentes PTFE (politetrafluoretileno), más conocido por su nombre comercial como “Teflón®”. Se fijaron láminas de acero inoxidable en la parte superior de las pilas y encima se colocaron apoyos de neopreno que en su cara inferior llevaban teflón y contra su cara superior descansaba directamente el tablero. Al alcanzar la carrera de los gatos hidráulicos se procedía a levantar el tablero y recolocar los apoyos de neopreno para repetir el empuje (Figura 2.3.2). Al finalizar el lanzamiento y puesto que el pretensado centrado era insuficiente para soportar las cargas de servicio, se desviaron los tendones en apoyos y centro de luz añadiendo excentricidad al pretensado.

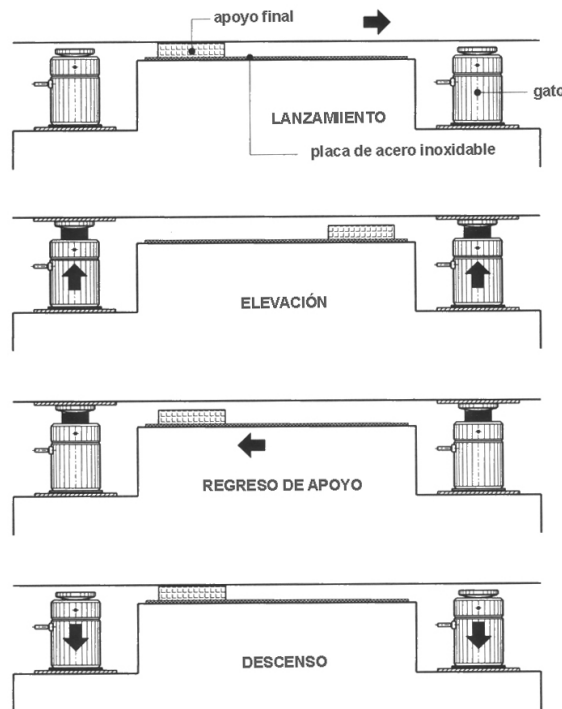


Figura 2.3.2. Lanzamiento discontinuo con apoyos móviles [F5 y elaboración propia].

Con este primer caso se pusieron en práctica la mayor parte de conceptos teóricos del método, consiguiendo importantes ahorros frente a la alternativa de cimbrar toda la estructura. Sin embargo se detectaron puntos débiles del método que podrían ser mejorados con algunas medidas:

1. Reducir la necesidad de espacio detrás del estribo empleando el lanzamiento por segmentos con un ciclo semanal de producción por segmento.
2. Evitar los costes adicionales de realizar las juntas *in situ* entre segmentos hormigonando cada segmento contra el anterior.
3. Lograr un lanzamiento continuo evitando el levantamiento adicional del tablero en cada empuje.
4. Emplear pretensado centrado y armadura pasiva para las fases constructivas y posteriormente complementar con un pretensado parabólico de servicio.

En 1965 se aplicó por primera vez el método de lanzamiento por segmentos para la construcción de un puente sobre el río Inn, en la pequeña localidad de Kufstein en Austria, muy cerca de la frontera con Alemania (Figura 2.3.3). Cada segmento de tablero se construía con un encofrado convencional, apoyado sobre el terreno detrás de



un estribo, y contra el segmento precedente, y cuando alcanzaba la resistencia suficiente se lanzaba una longitud igual a la del segmento para dejar espacio en el encofrado para hacer un nuevo segmento. En este puente no se empleó un pretensado específico de lanzamiento. Se aceptaron ciertas tensiones de tracción durante la construcción, controladas mediante el uso de armadura pasiva y reduciendo los vanos a salvar colocando dos pilas temporales por vano. Para la vida en servicio del puente se dispuso un pretensado parabólico.

Durante los siguientes años, la fuerte competencia con otros métodos de construcción de puentes, especialmente respecto a la técnica de las cimbras autoportantes, produjo numerosas mejoras y ajustes del método. La inserción de almohadillas de neopreno-teflón (neo-flon) entre tablero y apoyos de lanzamiento evitó la necesidad de levantar el tablero tras cada empuje. El pico de lanzamiento ha variado desde una celosía a vigas de alma llena metálicas o de hormigón, o incluso se ha sustituido por un atirantamiento frontal provisional de carga variable. Los sistemas de tiro con gatos hidráulicos han evolucionado hacia dispositivos compactos de rozamiento que proporcionan un movimiento suave del tablero con grandes márgenes de seguridad gracias al control electrónico del proceso. El desarrollo de programas informáticos facilitó el cálculo de las envolventes de tensiones de lanzamiento y los movimientos de forma más precisa y rápida.



Figura 2.3.3. Lanzamiento de la tercera viga cajón del puente cerca de Kufstein. Las pilas rectangulares son temporales <sup>[F6]</sup>.

Aunque originalmente esta metodología constructiva fue diseñada para puentes rectos de unos 100 m de longitud, se ha empleado con éxito tanto en pequeños como en muy largos puentes a lo largo y ancho de todo el mundo y en infinidad de ingeniosas aplicaciones desde dinteles soportados por arcos, puentes curvos, puentes soportados por cables lanzados simétricamente desde ambos estribos, tableros lanzados sobre pilas provisionales y luego suspendidos de estructuras de cables, o los ya mencionados lanzamientos por rotación y/o traslación. Un ejemplo de las inmensas posibilidades que proporciona este método es el espectacular viaducto de Millau en Francia inaugurado en el año 2004 (Figura 2.3.4).



Figura 2.3.4. Vista general del viaducto de Millau.

El viaducto de Millau, diseñado por Michel Virlogeux <sup>[V1] [V2] [V3] [V4]</sup>, mide 2460 m de longitud y consiste en un puente atirantado continuo de 8 vanos de acero y 7 grandes pilas con alturas de hasta 335 m de hormigón (Figura 2.3.5 y Figura 2.3.6).

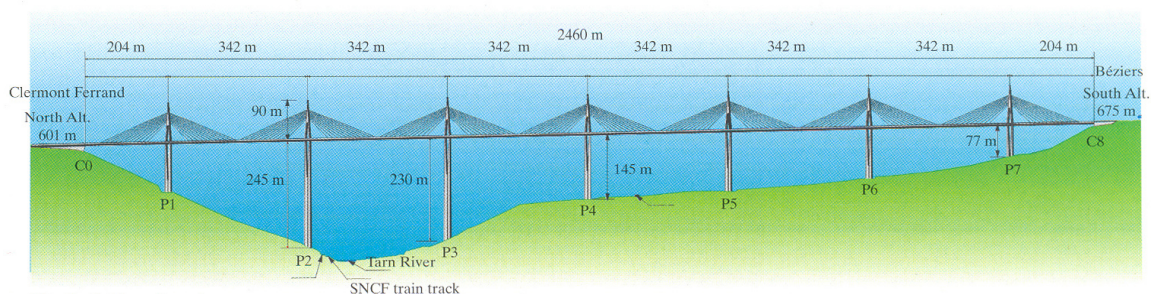


Figura 2.3.5. Esquema general del viaducto de Millau <sup>[F7]</sup>.



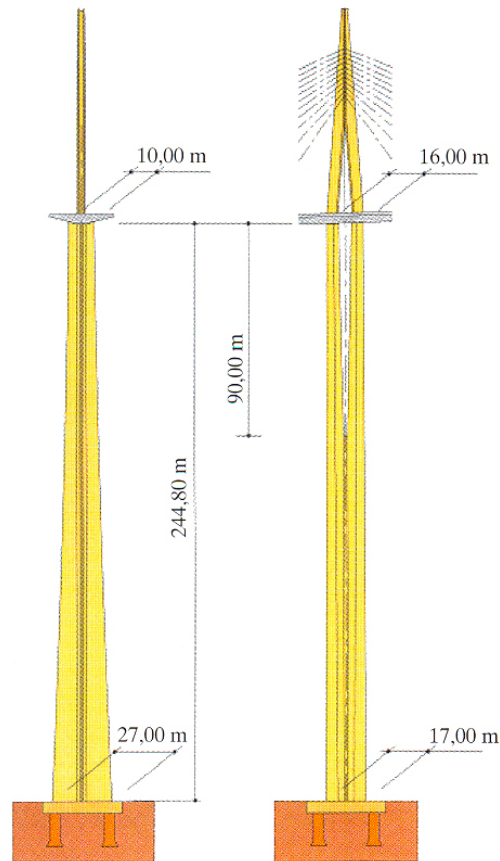


Figura 2.3.6. Alzado y perfil de una pila <sup>[F8]</sup>.

El tablero metálico (Figura 2.3.7) fue construido mediante lanzamiento por segmentos avanzando desde ambos estribos a la vez con la ayuda de pilas provisionales metálicas en mitad de vano y un sistema de atirantamiento frontal para reducir las tensiones de lanzamiento (Figura 2.3.8). Cuando se completó el tablero se atirantaron los restantes vanos y se retiraron las pilas provisionales.

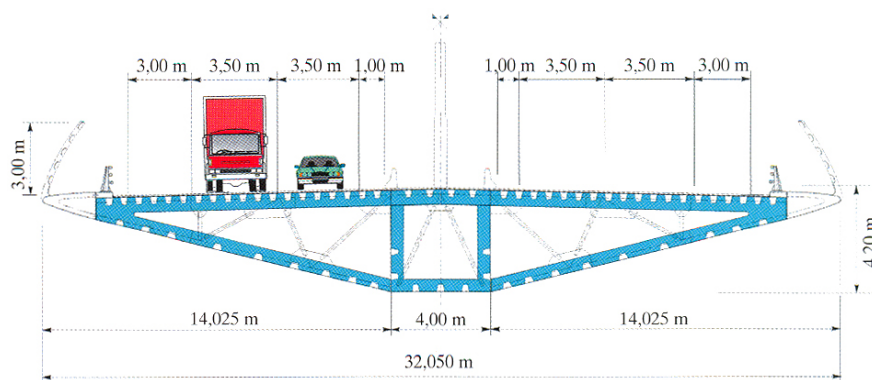


Figura 2.3.7. Sección transversal del tablero <sup>[F9]</sup>.



Figura 2.3.8. Lanzamiento del tablero con pilas provisionales y atirantamiento frontal.

Hoy en día el lanzamiento por segmentos es probablemente uno de los métodos constructivos más competitivos para puentes viga con sección en cajón de longitudes de vano medianas.

## 2.4 PROCESO CONSTRUCTIVO.

Los puentes lanzados por segmentos fundamentan su interés económico en no necesitar una cimbra que los soporte durante la obra, sin embargo, precisan de una serie de elementos auxiliares debido al peculiar proceso constructivo <sup>[L2][S3][S4][V5]</sup>.

Se necesita un parque de fabricación fijo, situado tras un estribo y en el eje del puente, donde realizar los segmentos de tablero, que una vez endurecidos y pretensados al segmento anterior, se lanzan sobre las pilas previamente construidas mediante unos dispositivos de empuje de gran potencia. El proceso se repite sucesivamente hasta que el tablero alcanza su posición final.

Durante el lanzamiento se disponen apoyos deslizantes provisionales entre tablero y pilas para reducir al máximo el rozamiento y con ello las cargas horizontales sobre las cabezas de las pilas, que producirían importantes flexiones en sus bases.

Los esfuerzos a los que estará sometida una sección transversal de un puente lanzado por segmentos varían extremadamente a lo largo del lanzamiento. Cualquier sección transversal soportará tanto los máximos esfuerzos flectores positivos\* de una viga continua, cuando esté sobre una pila, como los mínimos negativos, cuando pase por el centro de luz de un vano, por lo que ha de adoptarse un pretensado específico durante la construcción, tal como se verá, para reducir o evitar las tracciones en el hormigón.

Además, cuando el lanzamiento se encuentra en una fase en la que un vano completo está en voladizo el momento flector que soporta el dintel alcanza valores enormes y muy superiores a los que tendrá la viga continua final. Para reducir estos esfuerzos se dispone en la parte delantera del dintel o bien un pico de lanzamiento, que es una estructura ligera que reduce el voladizo del tablero de hormigón, o bien un atirantamiento provisional de carga variable que se tesa según la fase de lanzamiento.

También se pueden disponer pilas provisionales para reducir la luz a salvar durante el proceso constructivo, aunque es un recurso cada vez menos utilizado, primero porque el coste de las pilas provisionales y sus cimentaciones es elevado, y segundo por el diferente comportamiento en cuanto a asentamiento y resistencia a las cargas horizontales respecto a las pilas definitivas.

Los segmentos en que se divide el tablero para su construcción deben ser lo más grandes posibles para reducir al mínimo el número de juntas de ejecución, pero siempre y cuando permitan alcanzar rendimientos de un segmento por semana (longitudes de 30 m de tablero son perfectamente alcanzables). Además, los segmentos deben ser lo más similares posibles entre si adecuándose a la disposición de pilas existente y procurando que las juntas no se sitúen en las zonas de máximas tensiones en el estado final, es decir, ni en mitad de vano ni sobre las pilas.

---

\* Se consideran momentos flectores positivos los que producen tracciones en la fibra superior de la sección transversal y compresiones en la inferior.

Es recomendable que la disposición de pilas sea regular y que los vanos laterales sean un poco más pequeños que los interiores (80%) para homogeneizar las tensiones máximas de una viga continua. De este modo, si los vanos tienen entre 40 y 60 m aproximadamente, que es lo habitual, la longitud más adecuada para los segmentos es igual a la mitad de un vano (Figura 2.4.1), así en el estado final los segmentos estarán con su centro sobre una pila (segmentos S) o en mitad de vano (segmentos F) y las juntas constructivas estarán en los cuartos de vano. En los vanos laterales los segmentos tendrán menor longitud y serán especiales (segmentos B y E) pues tienen que contener sobreespesores para la conexión con el pico de lanzamiento y para contener diafragmas de apoyo en el estribo.

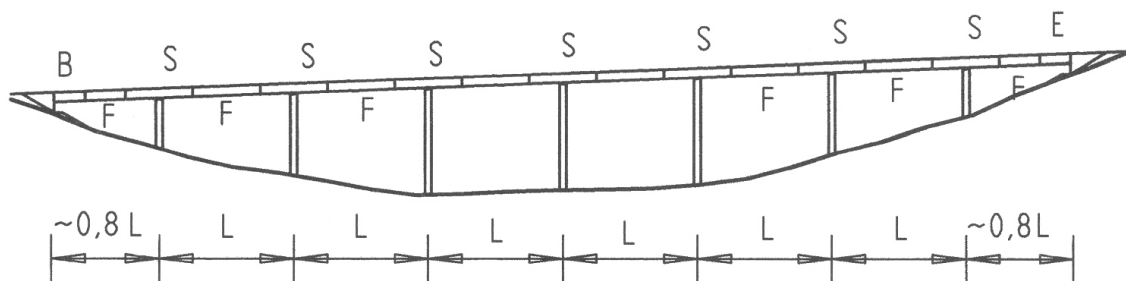


Figura 2.4.1. División de la longitud del puente en segmentos <sup>[F10 y elaboración propia]</sup>.

Los principales elementos auxiliares que necesita un puente lanzado por segmentos en su proceso constructivo son:

1. Parque de fabricación.
2. Dispositivos de empuje.
3. Apoyos deslizantes.
4. Pretensado.
5. Pico de lanzamiento.

### 2.4.1 Parque de fabricación.

Se denomina parque de fabricación al conjunto de espacios necesarios para la fabricación de los segmentos de tablero. Se puede dividir en tres zonas principales: zona de hormigonado, zona de preensamblaje y zona de deslizamiento.

La zona de hormigonado es el lugar que contiene los encofrados donde se fabrican los elementos o dovelas, y está alineado en el eje del puente. La correcta nivelación de todos los encofrados es absolutamente indispensable tanto en sentido longitudinal como transversal con errores máximos de  $\pm 1 \text{ mm}$  para que el empuje sea posible. Un error de nivelación longitudinal provocaría que el deslizamiento fuese muy difícil pues habría asentamientos diferenciales entre pilas. Un error de nivelación transversal haría que las presiones sobre cada uno de los dos apoyos de una pila fuesen diferentes y provocaría que el puente tendiese a desviarse en planta durante el lanzamiento. Salvo este necesario sistema de nivelado de alta precisión, el resto del encofrado es absolutamente normal.

La sección transversal más habitual de un puente empujado por segmentos es una sección cajón (Figura 2.4.1.1). Cada segmento puede hormigonarse de una sola vez o bien en dos partes, primero la losa inferior y las almas y luego la losa superior. Cada una de estas opciones posee sus ventajas e inconvenientes.



Figura 2.4.1.1. Sección transversal <sup>[F11 y elaboración propia]</sup>.

La zona de preensamblaje se sitúa en el entorno cercano de la zona de hormigonado y es el espacio donde se preparan las jaulas de armaduras simultáneamente con otros trabajos, de modo que pueda cumplirse el objetivo de una dovela por semana y alcanzar el máximo rendimiento de la mano de obra. Han de realizarse la mayor cantidad de operaciones posibles en esta zona y por ello ha de buscarse que las jaulas de armadura pasiva incorporen las vainas de pretensado y los acopladores necesarios entre dovelas, incluso el encofrado del extremo de la dovela que es mucho más complicado que el resto pues tiene que permitir la armadura pasante y la continuidad de vainas de pretensado y acopladores.

Dado que es en estas zonas de hormigonado y preensamblaje donde se construye todo el puente, las tareas a realizar deben ser lo más estandarizadas que sea posible, y a

fin de facilitarlos se llevan a cabo en plantas que permitan características de instalaciones industriales cubiertas con pórticos grúa para el manejo de materiales, resguardadas de la intemperie y permitiendo además unas condiciones adecuadas para el fraguado del hormigón y de seguridad para la mano de obra.

La tercera zona, o zona de deslizamiento, es el espacio que hay entre la de hormigonado y el estribo. Sus funciones son variadas. Sirve para evitar el vuelco del puente cuando el pico de lanzamiento no ha alcanzado la primera pila. Por otro lado, como las luces entre apoyos en esta zona son menores que las de los vanos finales, constituye una zona de endurecimiento del hormigón joven sometido a pequeños esfuerzos antes de ser lanzado sobre vanos mayores, máxime teniendo en cuenta que en esta zona los segmentos no están cargados con el pretensado total de lanzamiento, como se verá en el apartado 2.4.4. Por último, al existir este espacio se reduce el ángulo que el eje del último segmento lanzado forma con la horizontal, de modo que se reduce el ángulo de contacto entre un segmento y el siguiente, evitando asentamientos diferenciales entre pilas y tablero durante el empuje.

#### **2.4.2 Dispositivos de empuje.**

Para producir el movimiento del tablero se puede optar por empujar o por tirar. De aquí que dependiendo de ello pueda hablarse de puentes empujados y de puentes lanzados<sup>[R7]</sup>.

En el primer caso el empuje se logra mediante la combinación de gatos verticales y horizontales en un mecanismo compacto que funciona por rozamiento y que se sitúa normalmente sobre un estribo aunque también podría estar sobre una pila rígida (Figura 2.4.2.1). El gato vertical se apoya sobre una placa deslizante de acero inoxidable y neopreno-teflón (neo-flon) y tiene en su parte superior una chapa rugosa de alto coeficiente de rozamiento sobre la que descansa directamente el tablero. Cuando se quiere avanzar el dintel, primero se accionan los gatos verticales para elevar el tablero y hacer que éste deje de apoyarse sobre el estribo, y a continuación se accionan los gatos horizontales que empujan a los gatos verticales y producen el movimiento de avance. Cuando los gatos horizontales alcanzan su carrera, se descenden los gatos verticales con lo que de nuevo el tablero descansa sobre el estribo o pila, se recuperan los gatos



horizontales y se vuelven a repetir las mismas operaciones. Es un mecanismo compacto controlado electrónicamente que proporciona un movimiento suave, rápido y muy seguro, pero tiene el inconveniente de que el movimiento se basa en el rozamiento entre tablero y chapa superior de los gatos verticales, y éste depende de la reacción vertical, que puede ser insuficiente para las primeras y últimas dovelas del puente.

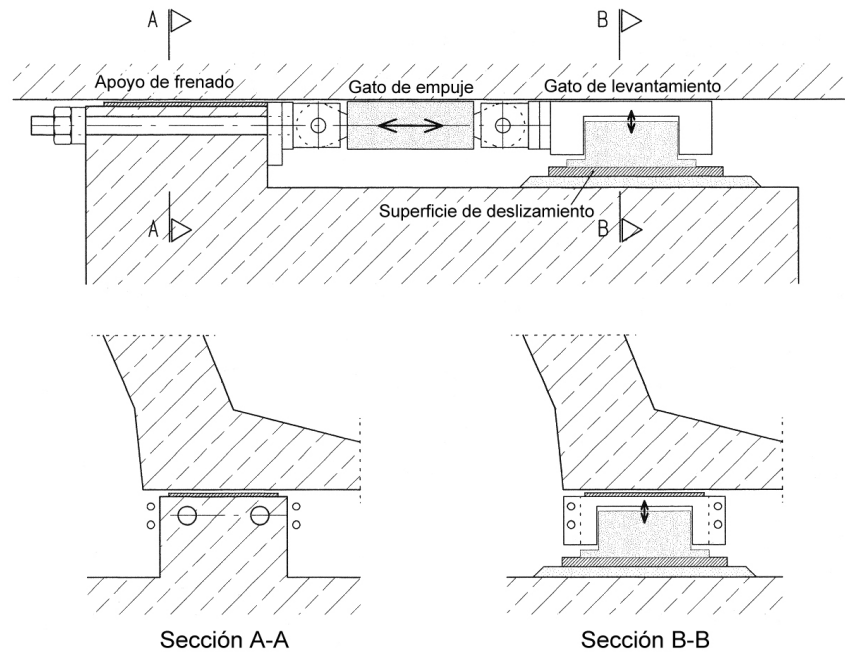


Figura 2.4.2.1. Lanzamiento mediante dispositivo compacto de rozamiento <sup>[F12 y elaboración propia]</sup>.

En el segundo caso, es decir, cuando se arrastra el tablero, se utilizarían gatos hidráulicos anclados a los estribos o pilas rígidas que tirarían del tablero mediante cables unidos a vigas transversales traseras (Figura 2.4.2.2). La gran ventaja de este método es que con gatos normales de pretensado se logra lanzar el tablero independientemente de la reacción vertical disponible, pero tiene el inconveniente de que no dispone de marcha atrás, lo cual puede ser necesario en caso de algún error.

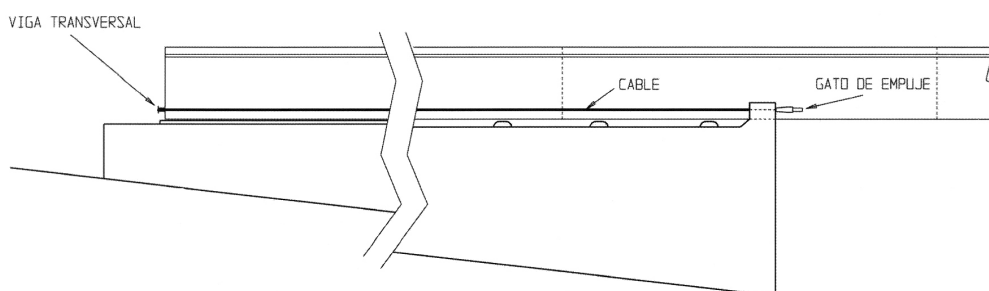


Figura 2.4.2.2. Lanzamiento mediante tiro con gatos <sup>[F13]</sup>.

### 2.4.3 Apoyos deslizantes.

Para conseguir que las cargas horizontales en cabeza de pila durante las operaciones de lanzamiento sean lo más pequeñas posibles y no sobrepasen a las máximas en la etapa de servicio se utilizan apoyos provisionales deslizantes que son sustituidos por otros definitivos a la finalización del puente.

Existen numerosas alternativas en el mercado para materializar estos apoyos deslizantes de bajo rozamiento, pero los más comunes (Figura 2.4.3.1) consisten en un bloque de hormigón fuertemente armado o una caja metálica rellena de hormigón sobre la que se colocan placas de neopreno y el camino de deslizamiento.

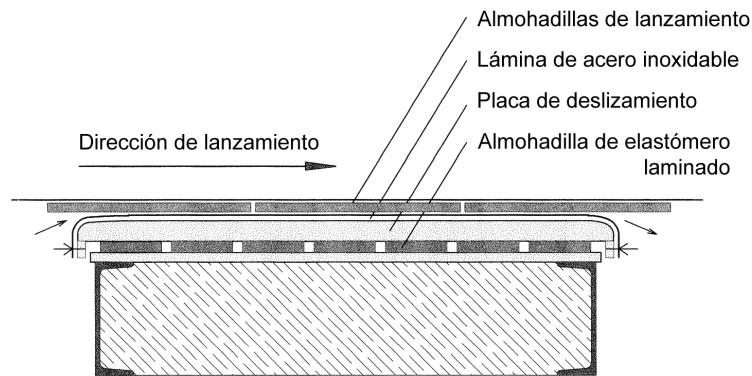


Figura 2.4.3.1. Sección longitudinal de un apoyo de lanzamiento [F14 y elaboración propia].

El camino de deslizamiento consiste en una lámina de acero inoxidable perfectamente pulida y nivelada, sobre la que se colocan almohadillas de neopreno-teflón. La cara con neopreno será la superior y estará en contacto con el hormigón del tablero, mientras que la cara inferior será de teflón y descansará sobre la chapa de acero inoxidable. Al avanzar el tablero, éste arrastra las almohadillas que caen por delante y tienen que ser introducidas manualmente de nuevo por detrás. Esta operación rutinaria consume mucha mano de obra al requerir varias personas en cada uno de los apoyos existentes y puede producir errores humanos, pues si se introduce una almohadilla del revés el puente se frenará al aumentar mucho el rozamiento, obligando a parar el lanzamiento, retroceder el tablero para extraer la almohadilla y colocarla bien.

Con estos dispositivos se logra un coeficiente de rozamiento entre almohadillas y chapa de acero del orden del 5 % en el arranque (coeficiente de rozamiento estático) y del 2 ó 3 % durante el movimiento (coeficiente de rozamiento dinámico). Es

imprescindible medir la carga en los gatos de empuje y controlar los movimientos horizontales en las cabezas de las pilas, para comprobar que las cargas sobre éstas no son excesivas y todo el proceso se está llevando a cabo adecuadamente.

También se pueden incorporar guías laterales para controlar los movimientos transversales del tablero, especialmente en puentes curvos, con los mismos elementos deslizantes descritos anteriormente (Figura 2.4.3.2).

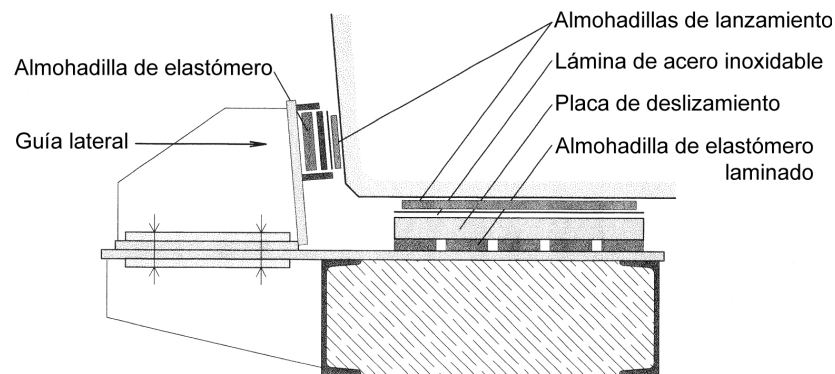


Figura 2.4.3.2. Sección transversal de un apoyo de lanzamiento con guía lateral [F15 y elaboración propia]

## 2.4.4 Tipos de pretensado.

El hormigón es un material estructural incapaz de resistir tensiones de tracción significativas, por lo que se hace indispensable el uso de pretensado para limitar o evitar este tipo de tensiones. Puesto que la disposición de los tendones de pretensado depende de la distribución de fuerzas internas y éstas son muy diferentes en fase constructiva que en fase de servicio, los puentes lanzados requieren un pretensado diferente para los estados temporales y para el final.

### 2.4.4.1 Pretensado de lanzamiento.

Durante el lanzamiento del dintel, cualquier sección transversal soportará tanto momentos flectores positivos como negativos, pues en un momento determinado pasará por el centro de luz de un vano y posteriormente sobre una pila (Figura 2.4.4.1.1). Por este motivo para evitar tracciones en el hormigón durante la construcción es necesario

adoptar un pretensado que cubra tanto las tracciones en la fibra extrema superior como en la inferior y por lo tanto sin excentricidad, que sería beneficiosa en unos casos pero perjudicial en otros. En consecuencia, para el lanzamiento del tablero se coloca un pretensado recto y constante que produzca únicamente una compresión axial en el dintel, conocido como pretensado centrado <sup>[R4]</sup>, y que será dimensionado para soportar las cargas muertas y las diferencias de nivel debidas a tolerancias y asentamientos. Además pueden tenerse en cuenta pequeñas sobrecargas o los efectos de las variaciones de temperatura.

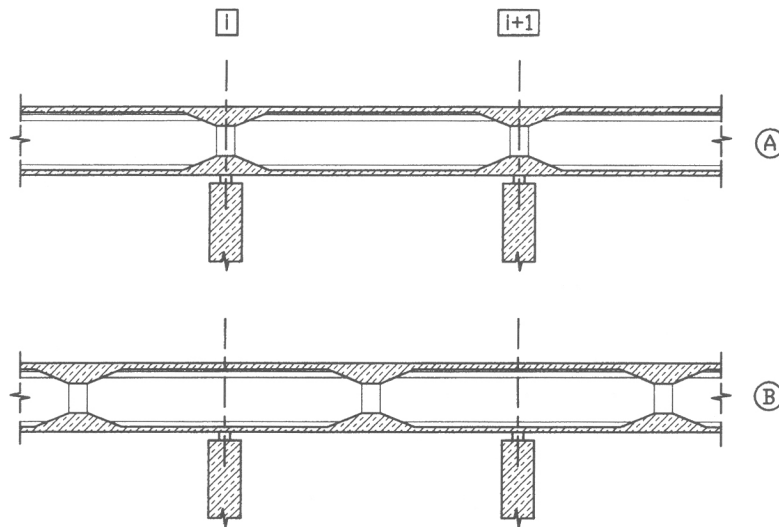


Figura 2.4.4.1.1. Situaciones de apoyo límites para el tablero <sup>[F16]</sup>.

Puesto que en la zona delantera del tablero se producen mayores flexiones que en el resto del dintel se suele adoptar un pretensado centrado mayor para la zona frontal (pretensado centrado frontal) que para el resto del puente (pretensado centrado dorsal), como se puede observar en la envolvente de momentos flectores (Figura 2.4.4.1.2).

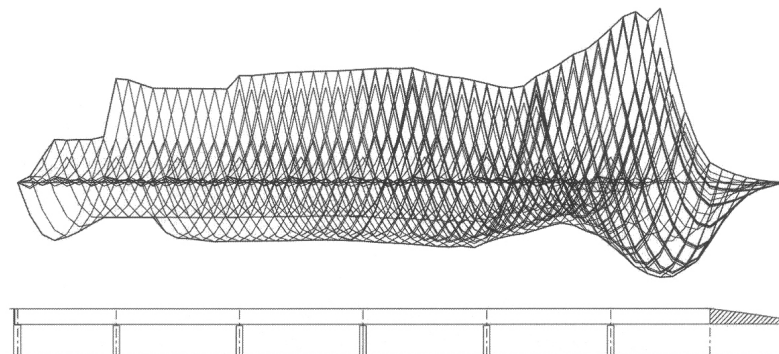


Figura 2.4.4.1.2. Envolvente de momentos flectores <sup>[F17]</sup>.

Los tendones de pretensado serán adherentes y deben colocarse en las losas superior e inferior y cerca de las almas porque es en estas zonas donde las tensiones por flexión son máximas, teniendo en cuenta además el efecto del arrastre por cortante en tableros anchos. Puesto que el módulo resistente de la fibra superior en secciones cajón es aproximadamente la mitad que el de la fibra inferior han de disponerse el doble de tendones en la losa superior que en la inferior para lograr que la fuerza resultante pase por el centro de gravedad de la sección (Figura 2.4.4.1.3).

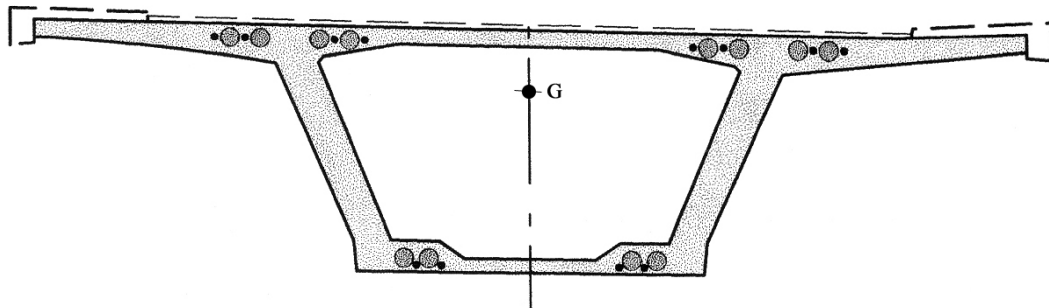


Figura 2.4.4.1.3. Disposición del pretensado centrado [F18 y elaboración propia].

En cada junta constructiva sólo se acoplan la mitad de los tendones de pretensado (Figura 2.4.4.1.4), de modo que las longitudes más habituales de los tendones son del orden de 40 a 60 m y sólo se necesitan la mitad de acopladores. Este escalonamiento del pretensado hace que el segmento más joven cuando se lanza a la zona de deslizamiento sólo esté cargado con el 50% de pretensado. Si los segmentos fuesen pequeños también podría optarse por acoplar los tendones cada tres segmentos.

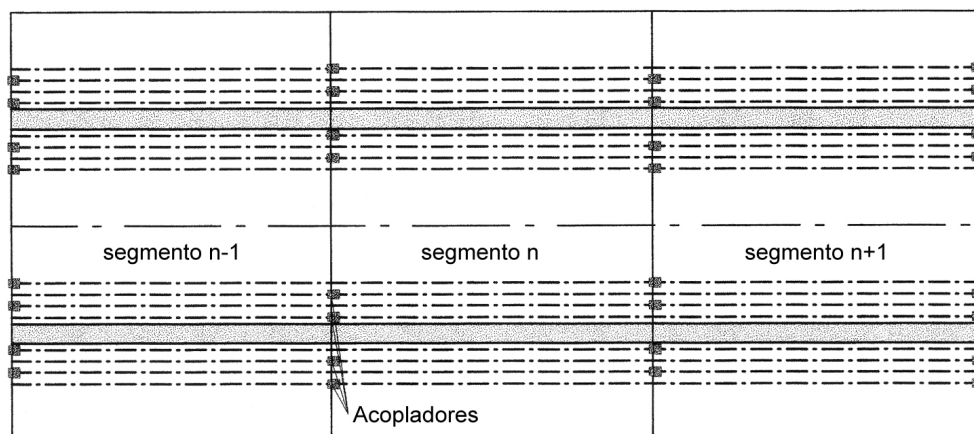


Figura 2.4.4.1.4. Acoplamiento del pretensado centrado cada dos segmentos [F19 y elaboración propia].

#### 2.4.4.2 Pretensado de servicio.

Al final del lanzamiento, al pretensado centrado se le añade un pretensado curvo para cubrir las cargas de servicio que no son absorbidas por el pretensado de construcción, a través de vainas que se han dejado a tal efecto en las almas de la sección transversal. Este pretensado adicional es necesario principalmente sobre los apoyos y en mitad de vano por lo que será ahí donde la excentricidad sea máxima (Figura 2.4.4.2.1). El acoplamiento, con un cierto solapamiento de tendones, debe realizarse en los cuartos de luz. También se podría optar por un pretensado de servicio con tendones externos pero es menos habitual.

Deben sustituirse los apoyos provisionales por los apoyos definitivos antes de tensar los tendones del pretensado de servicio.

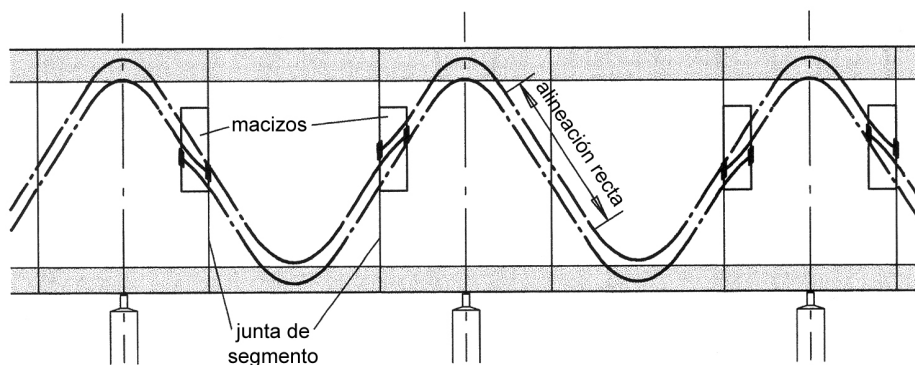


Figura 2.4.4.2.1. Disposición de los tendones de pretensado de servicio [F20 y elaboración propia].

#### 2.4.5 Pico de lanzamiento.

El pico de lanzamiento, también conocido como nariz de lanzamiento o pescante, es una viga metálica de acero que se acopla al extremo frontal del tablero para reducir el momento flector en las configuraciones de voladizo. El objetivo es conseguir alcanzar la pila siguiente con una estructura lo más ligera posible pero con una rigidez suficiente para que al apoyar sobre la pila, la reacción producida reduzca las flexiones en el dintel de hormigón (Figura 2.4.5.1).

La longitud más habitual para el pico de lanzamiento es del orden del 60% del mayor vano a salvar durante el proceso de lanzado. Un pico más corto haría que el

momento flector de voladizo durante el lanzamiento aumentase y por lo tanto también el pretensado necesario en la zona delantera del tablero. Un pico más largo disminuiría la flexión y en consecuencia el pretensado centrado, pero el aumento de coste del pico no sería compensado igualmente por el ahorro de pretensado.

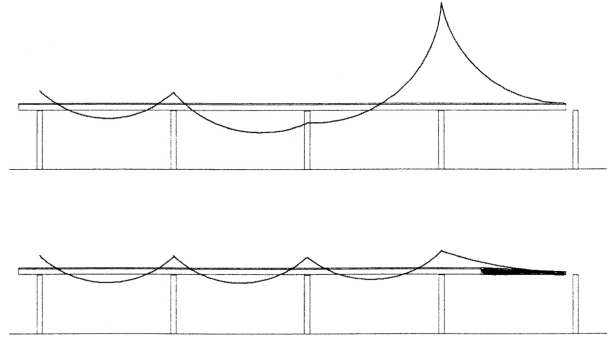


Figura 2.4.5.1. Ley de momentos flectores sin y con pico de lanzamiento a igualdad de voladizo <sup>[F21]</sup>.

El pico de lanzamiento más común es una pareja de vigas armadas de alma llena y canto variable, arriostradas entre si y fuertemente rigidizadas (Figura 2.4.5.2). La cara inferior del pico debe estar perfectamente alineada con la cara inferior del tablero de hormigón. La separación entre las dos vigas coincide con la distancia entre las intersecciones de los ejes de las almas y losa inferior.

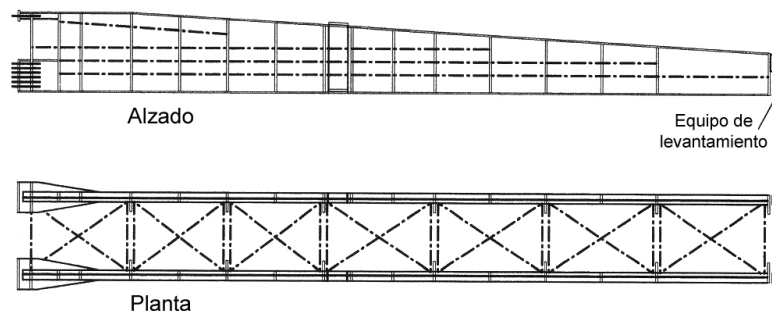


Figura 2.4.5.2. Alzado y planta de un pico de lanzamiento <sup>[F22 y elaboración propia]</sup>.

En algunas ocasiones se opta por una celosía de canto variable, pero ésta ha demostrado ser una solución con inconvenientes. La reacción que provoca la pila delantera se mueve a lo largo de todo el pico de lanzamiento, obligando a emplear cantos importantes en el cordón inferior de la celosía, lo cual encarece la estructura.

El acoplamiento del pico de lanzamiento al tablero se realiza hormigonando el primer segmento directamente contra el extremo del pico y pretensando la unión con

barras de alta resistencia para transmitir las tracciones. El primer segmento será distinto al resto porque requiere un cierto macizado para la conexión con la nariz y además debe tener llaves de cortante para evitar el deslizamiento en la unión tablero-pico.

Debido a la deflexión que experimentan el pico de lanzamiento y el extremo frontal del tablero cuando avanzan en voladizo, el extremo frontal del pico debe elevarse para poder deslizarse sobre la pila siguiente (Figura 2.4.5.3). Para realizar este levantamiento se utiliza un sistema de gatos hidráulicos, que al igual que en cualquier otro apoyo requieren el uso de almohadillas de neopreno-teflón para deslizarse. Puesto que el pico de lanzamiento es muy flexible, las fuerzas de elevación requeridas son pequeñas y por lo tanto también la capacidad de los gatos hidráulicos.

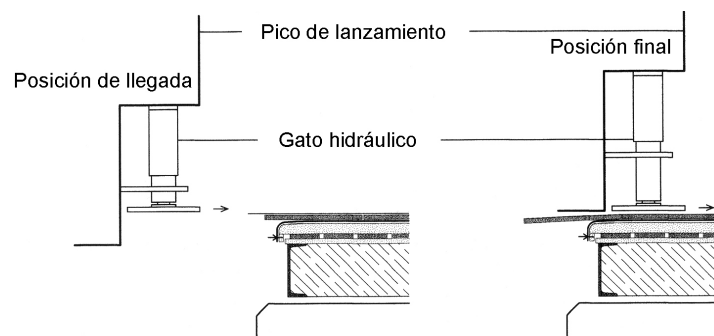


Figura 2.4.5.3. Sistema de elevación del pico de lanzamiento [F23 y elaboración propia].

Alternativamente al pico de lanzamiento se puede utilizar un atirantamiento provisional de carga variable en la parte delantera del tablero para reducir las tensiones temporales existentes durante las configuraciones de voladizo. El sistema consiste en una torre articulada al tablero y cables fijados a la cabeza de la torre y anclada al tablero en posiciones simétricas respecto a ella, de modo que se obtiene un sistema de pretensado externo con una elevada excentricidad (Figura 2.4.5.4). Este sistema de cables se combina con el uso de un pico de lanzamiento corto, al menos de longitud suficiente para alojar un sistema de levantamiento similar al comentado anteriormente.

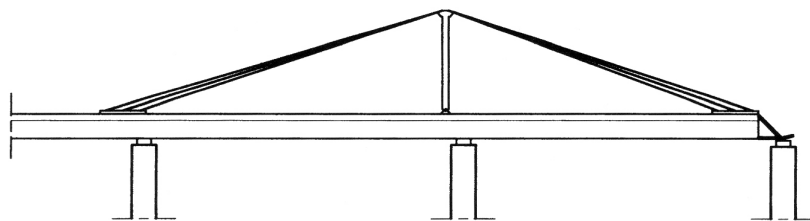


Figura 2.4.5.4. Sistema de atirantamiento frontal [F24].



La mayor o menor tensión en los cables se produce levantando o bajando la torre central por medio de gatos verticales situados bajo ella, de modo que la carga será máxima cuando un vano completo esté en voladizo, será nula cuando la torre esté en el centro de luz para no sobrecargar el tablero y tendrá un valor intermedio para el resto de casos (Figura 2.4.5.5).

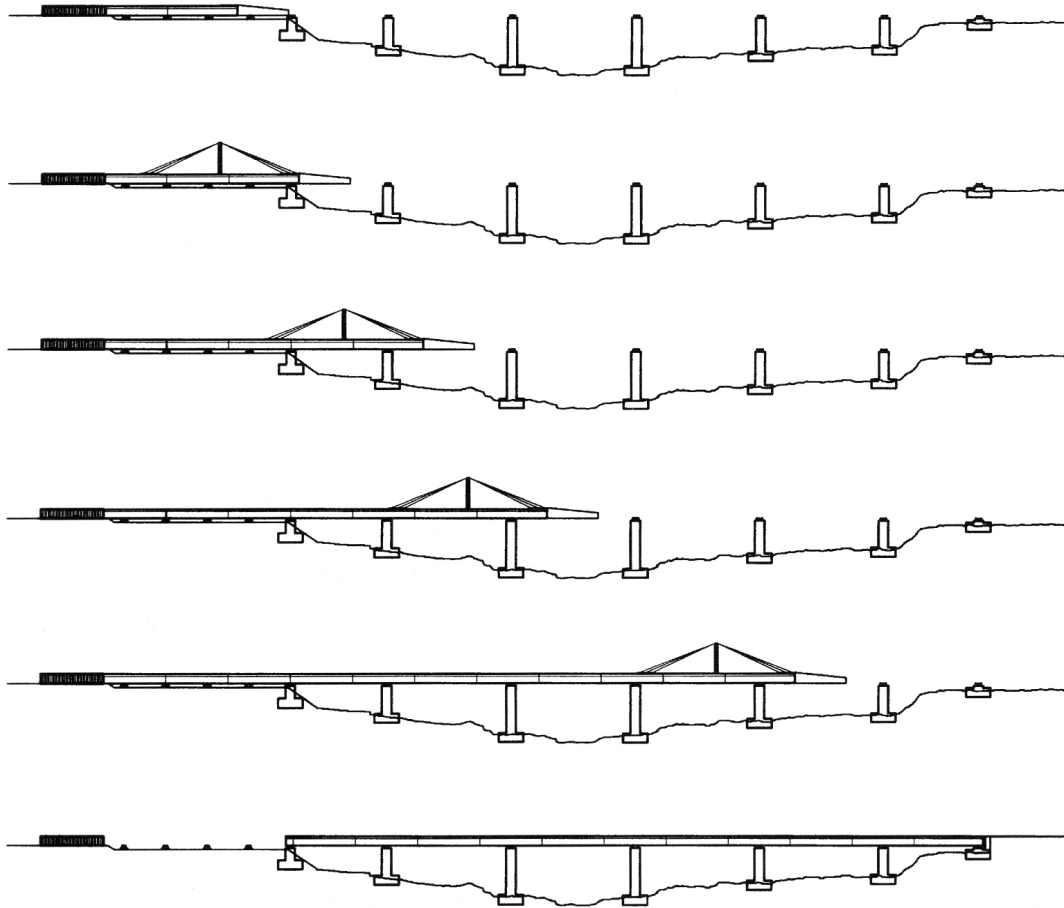


Figura 2.4.5.5. Fases de lanzamiento con un sistema de atirantamiento frontal<sup>[F25]</sup>.

El sistema de atirantamiento es más barato que un pico de lanzamiento largo pero requiere un ajuste constante en la tensión de los cables y por lo tanto de la carga de los gatos hidráulicos, lo cual puede ser una fuente importante de errores. Además este sistema aumenta la reacción vertical en las pilas y por lo tanto las cargas horizontales por rozamiento durante el lanzamiento, lo cual puede encarecer las pilas, y por último requiere una zona de deslizamiento mayor en el parque de fabricación. Por todo ello, y salvo puentes de poca longitud, lo más habitual es el uso de un pico de lanzamiento.

## 2.5 MÉTODOS DE DISEÑO DEL PICO DE LANZAMIENTO.

El método de lanzamiento por segmentos de puentes de hormigón pretensado ya se ha utilizado durante más de cuatro décadas, y en todo este tiempo se han usado picos de lanzamiento de todos los tipos, desde celosías de barras hasta vigas de alma llena, de canto constante o variable, fabricadas de acero o incluso hormigón, con patines de alineamiento frontal o sistemas hidráulicos para la recuperación de la deflexión elástica.

Como ya se indicó en el apartado 2.4.5, el pico de lanzamiento más habitual actualmente es una pareja de vigas armadas de alma llena y canto variable, arriostradas entre si y fuertemente rigidizadas, con la cara inferior de las alas alineada con el borde inferior del tablero de hormigón y actuando como una extensión del mismo.

El diseño y cálculo de un pico de lanzamiento se ha venido realizando según las tendencias de cada momento o las costumbres de cada diseñador, basándose en la experiencia previa y sobre todo adaptándose a dimensionados de picos ya existentes provenientes de obras anteriores.

El comportamiento del sistema elástico pico-tablero está gobernado por tres parámetros adimensionales que dependen de sus características geométricas y mecánicas:

- relación entre las longitudes del pico y de un vano de tablero:  $\alpha_L = L_n / L$ ,
- relación entre los pesos unitarios del pico y del tablero:  $\alpha_q = q_n / q$ ,
- relación entre las rigideces a flexión del pico y del tablero:  $\alpha_{EI} = E_n \cdot I_n / E \cdot I$ .

El estudio de la influencia de estos parámetros en las tensiones que experimentará la parte frontal del dintel de hormigón durante el lanzamiento, y por lo tanto en el coste de la superestructura, permite la elección del pico más adecuado. Un análisis clásico de estos parámetros ha sido realizado entre otros por Rosignoli <sup>[R1][R2][R3][R35]</sup>, Göhler <sup>[G1]</sup>, Bouchon <sup>[B1]</sup>, Manterola <sup>[M1]</sup>, Iglesias <sup>[I1][I2]</sup>, Sasmal <sup>[S1][S2]</sup> o Arici <sup>[A1]</sup>, en búsqueda del pico de lanzamiento más económico posible, aunque este proceso se ha caracterizado por el uso de la técnica de prueba y error, por lo que pueden permitir mejoras.

A continuación se estudiará la interacción entre tablero y pico de lanzamiento respecto de los tres parámetros indicados anteriormente, considerando las siguientes hipótesis:

- todos los vanos del puente son iguales y de luz  $L$ ,
- el número de vanos detrás del apoyo C (Figura 2.5.1) es grande, de modo que se puede asimilar el tablero a una viga continua de infinitos vanos iguales,
- el pico tiene peso unitario y rigidez constantes, despreciándose la variación de canto,
- el tablero tiene peso unitario y rigidez constantes, a pesar de que en la zona frontal haya un pretensado centrado más intenso,
- no se consideran las cargas provocadas por el peso de diafragmas, gradientes térmicos o asentamientos diferenciales, aunque estos efectos no sean despreciables y sí deban ser considerados en un estudio en profundidad.

Se define el avance del tablero con la distancia  $x$  desde el apoyo B hasta el extremo frontal del tablero (Figura 2.5.1). Usando el parámetro adimensional  $\alpha = x / L$  se pueden establecer dos fases diferentes desde  $x = 0$  hasta  $x = L$ .

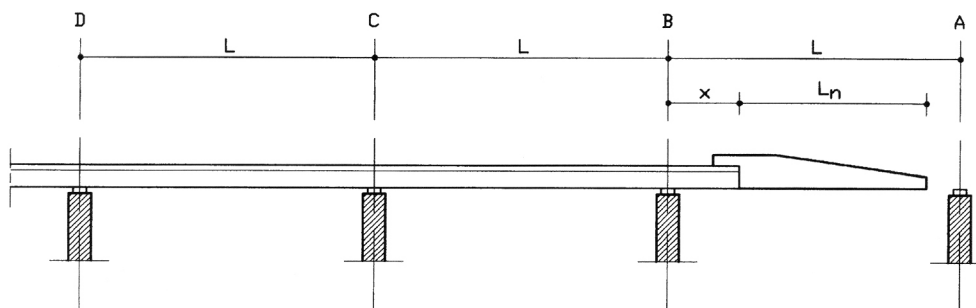


Figura 2.5.1. Sistema elástico pico-tablero durante la primera fase de lanzamiento<sup>[F26]</sup>.

En la primera fase ( $0 \leq \alpha < 1 - L_n/L$ ) el extremo frontal del tablero y el pico de lanzamiento están en voladizo de modo que el momento flector en el apoyo B puede determinarse isostáticamente y no depende de la rigidez del sistema:

$$\frac{M_B}{q \cdot L^2} = \frac{\alpha^2}{2} + \alpha_q \cdot \alpha_L \cdot \left( \alpha + \frac{\alpha_L}{2} \right) \quad (2.1)$$

En la segunda fase ( $1 - L_n/L \leq \alpha \leq 1$ ) el extremo frontal del pico alcanza y sobrepasa la pila A en frente de la pila B (Figura 2.5.2) y el momento flector en el apoyo B en esta fase puede calcularse como:

$$\frac{M_B}{q \cdot L^2} = \frac{\alpha^2}{2} + \alpha_q \cdot \alpha_L \cdot \left( \alpha + \frac{\alpha_L}{2} \right) - \frac{R_A}{q \cdot L} \quad (2.2)$$

siendo  $R_A$  la reacción vertical en el apoyo A y su valor puede obtenerse resolviendo el sistema estructural del puente como una viga continua en función de los parámetros adimensionales definidos anteriormente:  $\alpha, \alpha_L, \alpha_q, \alpha_{EI}$ . De igual modo se puede obtener la reacción en el apoyo B ( $R_B$ ), el momento flector sobre el apoyo C ( $M_C$ ) y los momentos mínimos\* en los tramos A-B ( $M_{A-B}^{min}$ ) y B-C ( $M_{B-C}^{min}$ ).

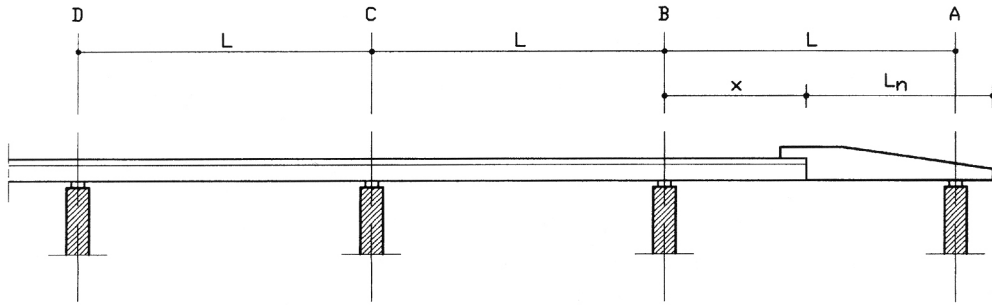


Figura 2.5.2. Sistema elástico pico-tablero durante la segunda fase de lanzamiento <sup>[F27]</sup>.

Para un puente lanzado dado y conocidas sus propiedades mecánicas y geométricas, tanto del tablero como del pico de lanzamiento, es decir,  $L, q, EI, L_n, q_n, E_n I_n$ , se puede obtener la evolución del momento flector sobre el apoyo B durante el lanzamiento de un vano completo. Éste será el esfuerzo más importante a la hora de dimensionar el tablero en su zona frontal, según un análisis clásico. A continuación se verán dos casos ejemplarizantes.

Si la relación entre pesos unitarios de pico y tablero es  $q_n/q = 0.1$  y se usa un pico de lanzamiento con  $L_n/L = 0.8$ , la Figura 2.5.3 muestra la evolución del momento

\* Se recuerda que se consideran momentos flectores positivos los que producen tracciones en la fibra superior de la sección transversal y compresiones en la inferior, por lo que en los tramos A-B y B-C se buscan los momentos flectores mínimos o más negativos.

flector en B durante el lanzamiento. En esta figura se observa que para la primera fase de lanzamiento ( $0 \leq \alpha < 0.2$ ) el momento no depende de la rigidez del sistema tablero-pico, mientras que sí lo hace para valores mayores de  $\alpha$ , tendiendo al final del paso de lanzamiento, cuando  $\alpha = 1$ , a un valor independiente de la rigidez relativa que se denominará  $M_B^{FIN}$ :

$$\frac{M_B^{FIN}}{q \cdot L^2} = 0.106 - 0.134 \cdot \alpha_q \cdot \alpha_L^2 \quad (2.3)$$

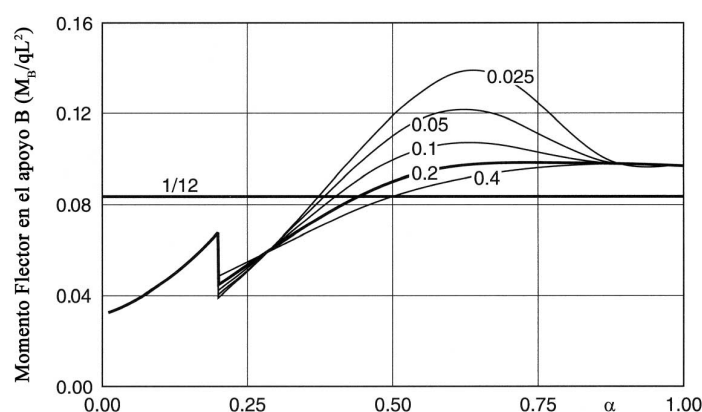


Figura 2.5.3. Valores de  $M_B$  para  $q_n/q=0.1$  y  $L_n/L=0.8$  [F28 y elaboración propia].

Con un pico “largo” ( $\alpha_L = 0.8$ ) el máximo momento aparece en la segunda fase de lanzamiento ( $\alpha > 0.2$ ). Si se aumenta la rigidez relativa entre pico y tablero se consigue reducir el momento en B, sin embargo, se observa que para relaciones mayores de un cierto valor, en este caso  $\alpha_{EI} = 0.2$ , no se consigue reducir el máximo momento en B porque el valor limitante será  $M_B^{FIN}$  que es independiente de la rigidez relativa. La línea horizontal  $1/12$  sirve para comparar el momento en el apoyo B respecto al flector en un apoyo de una viga continua alejado de un extremo.

Manteniendo la relación de pesos unitarios en  $\alpha_q = 0.1$  pero acortando el pico de lanzamiento a una longitud relativa  $\alpha_L = 0.5$  se obtiene una evolución diferente de los momentos flectores en B, como se observa en la Figura 2.5.4. Ahora con un pico de lanzamiento “corto”, el máximo momento se produce al final de la primera fase, es decir, en el instante de máximo voladizo. Una vez que el extremo frontal del pico se apoye en la pila A, los momentos disminuirán y no sobrepasarán el valor de máximo voladizo independientemente de la rigidez relativa del sistema.

Puesto que el momento  $M_B$  condiciona el dimensionamiento del tablero se puede concluir que elegir un pico demasiado largo es poco aconsejable pues el mayor valor aparecerá en la segunda fase, pero por otro lado elegir un pico demasiado corto conduciría a un sobredimensionamiento por ser el momento de voladizo innecesariamente grande.

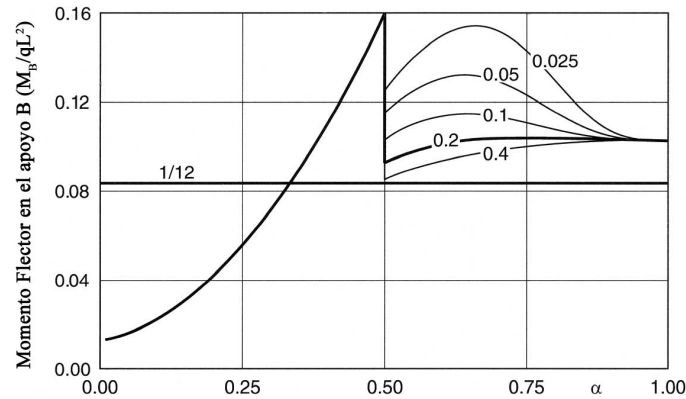


Figura 2.5.4. Valores de  $M_B$  para  $q_n/q=0.1$  y  $L_n/L=0.5$  [F29 y elaboración propia].

Una hipótesis habitual ha sido establecer que el mejor valor para la longitud del pico de lanzamiento será aquella que iguale el máximo momento en la primera fase (momento de máximo voladizo) con el máximo momento de la segunda fase, que será  $M_B^{FIN}$ , eligiendo adecuadamente la rigidez relativa. Este valor fue obtenido de forma aproximada por Rosignoli [R1][R2][R3] mediante prueba y error. En la Figura 2.5.5 se puede observar la evolución del momento flector en B con una longitud de pico  $\alpha_L = 0.65$  que iguala el máximo momento de la primera fase con el momento  $M_B^{FIN}$  de la segunda fase, que además será el máximo flector absoluto para una rigidez relativa  $\alpha_{EI} \geq 0.2$ .

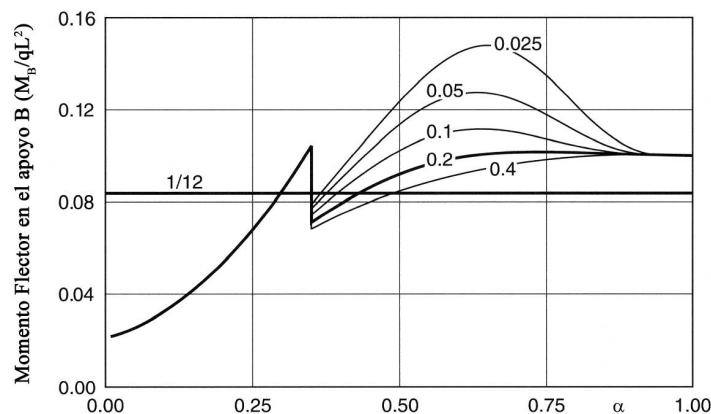


Figura 2.5.5. Valores de  $M_B$  para  $q_n/q=0.1$  y la longitud eficiente [F30 y elaboración propia].

En la Figura 2.5.6 se representan las curvas de soluciones eficaces, obtenidas por prueba y error y aplicando los principios enunciados anteriormente, para distintos valores de la relación de pesos unitarios  $\alpha_q$ , en donde se puede observar que a mayor relación  $\alpha_q$  menor es el máximo valor de  $M_B/q \cdot L^2$  que aparecerá durante el proceso de lanzado. Llevando al extremo esta situación, el pico de lanzamiento eficaz tendría una longitud igual a un vano, lo cual significaría que en ningún momento el tablero de hormigón formase parte del voladizo. En el gráfico de la Figura 2.5.7 se representa la evolución de la longitud relativa  $L_n/L$  que iguala el momento flector positivo en el apoyo B en las dos fases de lanzamiento según cambia la relación de pesos unitarios  $q_n/q$ .

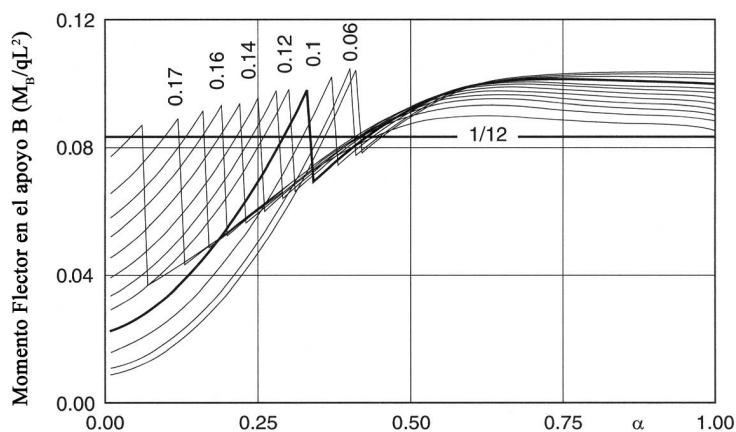


Figura 2.5.6. Distribuciones eficientes de  $M_B$  para diferentes valores de  $\alpha_q$  [F31 y elaboración propia].

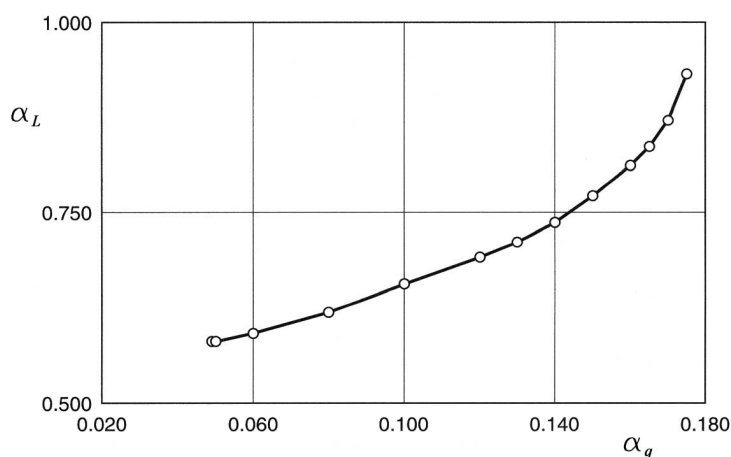


Figura 2.5.7. Longitud relativa  $L_n/L$  que iguala el momento positivo al variar  $\alpha_q$  [F32 y elaboración propia].

Este procedimiento de diseño del pico de lanzamiento, aunque válido para interpretar el comportamiento del sistema elástico pico-tablero al variar sus propiedades

mecánicas y geométricas, conduce a diseños que se comprobará que no son los mejores, y por lo tanto, no produce la solución más económica. Son varios los puntos débiles en esta metodología, que se demostrarán en el Capítulo 3 y que ahora se esbozan:

- El mejor diseño para el pico de lanzamiento, es decir el que produce menores esfuerzos flectores sobre el dintel de hormigón, no tiene por qué ser el que iguala el máximo momento flector de voladizo con el máximo al final del lanzamiento.
- Sólo se estudia el momento flector en el apoyo B, pero la flexión mayor también podría suceder sobre el apoyo C, dependiendo de las características geométricas y mecánicas de tablero y pico (Figura 2.5.8).

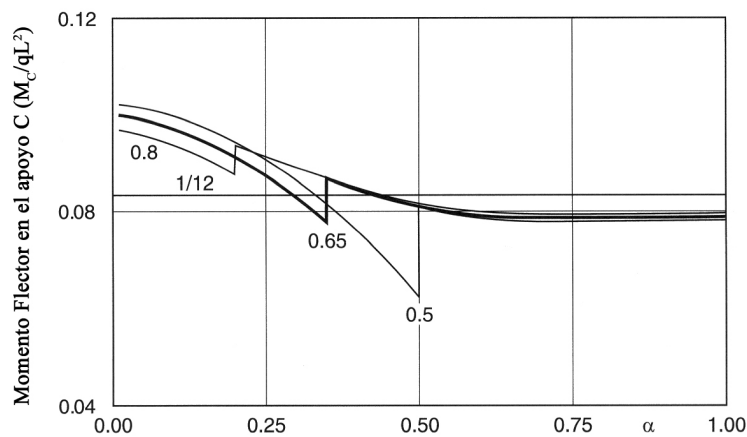


Figura 2.5.8. Evolución de  $M_C$  para diferentes valores de  $L_n/L$  [F33 y elaboración propia].

- La longitud del pico que sea igual a un vano puede no ser un valor realista pues exige una nariz muy larga con una rigidez alta, pero con un peso reducido, lo cual es contradictorio y posiblemente imposible.
- Teniendo en cuenta que la sección transversal habitual es una sección en cajón con alas, el módulo resistente de la fibra superior es distinto del inferior y los momentos flectores limitantes podrían ser los negativos (Figura 2.5.9), que se producen en el interior de un vano. La línea horizontal  $-1/24$  sirve para comparar el momento en el vano AB respecto al flector en un vano de una viga continua lejos de un extremo.



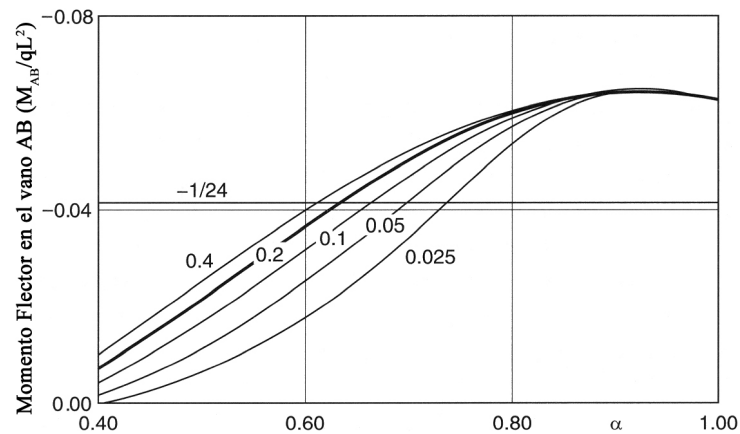


Figura 2.5.9. Evolución del mínimo momento negativo  $M_{AB}$  en el vano frontal para  $L_n/L=0.8$  y  $q_n/q=0.1$  según  $E_n I_n / EI$  [F34 y elaboración propia].

- No se realiza un análisis de costes y quizás sea más económico un pico algo menos eficaz, en cuanto a tensiones producidas en el tablero, pero más barato a pesar de que haya que colocar más pretensado en la zona frontal del tablero.

Por todo ello, uno de los objetivos de esta investigación ha sido mejorar el procedimiento de dimensionamiento del pico de lanzamiento utilizando técnicas de diseño óptimo de estructuras.

## 2.6 REFERENCIAS.

- [A1] Arici M., Granata M.F. [2007] *Analysis of Curved Incrementally Launched Box Concrete Bridges Using the Transfer Matrix Method*. Bridge Structures: Assessment, Design and Construction, Vol. 3, nº 3&4, pp. 165-181.
- [B1] Bouchon E. et al. [1999] *Guide des Ponts Poussés*. Association française de génie civil. Presses de l'école nationale des ponts et chaussées.
- [G1] Göhler B., Pearson B. [2000] *Incrementally Launched Bridges. Design and Construction*. Ernst & Sohn.
- [F1] Figura 2.2.1. Rosignoli M. [1998] *Launched bridges: prestressed concrete bridges built on the ground and launched into their final position*. ASCE Press, pp. 20.
- [F2] Figura 2.2.2. Rosignoli M. [1998] *Launched bridges: prestressed concrete bridges built on the ground and launched into their final position*. ASCE Press, pp. 17.
- [F3] Figura 2.2.3. Rosignoli M. [2002] *Bridge Launching*. Thomas Telford, pp. 8.
- [F4] Figura 2.3.1. Göhler B., Pearson B. [2000] *Incrementally Launched Bridges. Design and Construction*. Ernst & Sohn, pp. 3.
- [F5] Figura 2.3.2. Rosignoli M. [1998] *Launched bridges: prestressed concrete bridges built on the ground and launched into their final position*. ASCE Press, pp. 6.
- [F6] Figura 2.3.3. Göhler B., Pearson B. [2000] *Incrementally Launched Bridges. Design and Construction*. Ernst & Sohn, pp. 5.
- [F7] Figura 2.3.5. Virlogeux M. [2005] *Millau Viaduct, France*. Structural Engineering International, enero 2005, pp. 5.
- [F8] Figura 2.3.6. Virlogeux M. [2005] *Millau Viaduct, France*. Structural Engineering International, enero 2005, pp. 6.
- [F9] Figura 2.3.7. Virlogeux M. [2005] *Millau Viaduct, France*. Structural Engineering International, enero 2005, pp. 5.
- [F10] Figura 2.4.1. Göhler B., Pearson B. [2000] *Incrementally Launched Bridges. Design and Construction*. Ernst & Sohn, pp. 34.
- [F11] Figura 2.4.4.1.1. Rosignoli M. [2002] *Bridge Launching*. Thomas Telford, pp. 127.

- [F12] Figura 2.4.2.1. Göhler B., Pearson B. [2000] *Incrementally Launched Bridges. Design and Construction*. Ernst & Sohn, pp. 123.
- [F13] Figura 2.4.2.2. Manterola J. [2006] *Puentes. Apuntes para su diseño, cálculo y construcción*. Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, pp. 766.
- [F14] Figura 2.4.3.1. Göhler B., Pearson B. [2000] *Incrementally Launched Bridges. Design and Construction*. Ernst & Sohn, pp. 139.
- [F15] Figura 2.4.3.2. Göhler B., Pearson B. [2000] *Incrementally Launched Bridges. Design and Construction*. Ernst & Sohn, pp. 139.
- [F16] Figura 2.4.4.1.1. Rosignoli M. [2002] *Bridge Launching*. Thomas Telford, pp. 59.
- [F17] Figura 2.4.4.1.2. Manterola J. [2006] *Puentes. Apuntes para su diseño, cálculo y construcción*. Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, pp. 757.
- [F18] Figura 2.4.4.1.3. Göhler B., Pearson B. [2000] *Incrementally Launched Bridges. Design and Construction*. Ernst & Sohn, pp. 44.
- [F19] Figura 2.4.4.1.4. Göhler B., Pearson B. [2000] *Incrementally Launched Bridges. Design and Construction*. Ernst & Sohn, pp. 44.
- [F20] Figura 2.4.4.2.1. Göhler B., Pearson B. [2000] *Incrementally Launched Bridges. Design and Construction*. Ernst & Sohn, pp. 48.
- [F21] Figura 2.4.5.1. Manterola J. [2006] *Puentes. Apuntes para su diseño, cálculo y construcción*. Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, pp. 757.
- [F22] Figura 2.4.5.2. Göhler B., Pearson B. [2000] *Incrementally Launched Bridges. Design and Construction*. Ernst & Sohn, pp. 149.
- [F23] Figura 2.4.5.3. Göhler B., Pearson B. [2000] *Incrementally Launched Bridges. Design and Construction*. Ernst & Sohn, pp. 155.
- [F24] Figura 2.4.5.4. Rosignoli M. [2002] *Bridge Launching*. Thomas Telford, pp. 89.
- [F25] Figura 2.4.5.5. Rosignoli M. [2002] *Bridge Launching*. Thomas Telford, pp. 90.
- [F26] Figura 2.5.1. Rosignoli M. [2002] *Bridge Launching*. Thomas Telford, pp. 66.
- [F27] Figura 2.5.2. Rosignoli M. [2002] *Bridge Launching*. Thomas Telford, pp. 68.
- [F28] Figura 2.5.3. Rosignoli M. [2002] *Bridge Launching*. Thomas Telford, pp. 69.
- [F29] Figura 2.5.4. Rosignoli M. [2002] *Bridge Launching*. Thomas Telford, pp. 70.

- [F30] Figura 2.5.5. Rosignoli M. [2002] *Bridge Launching*. Thomas Telford, pp. 70.
- [F31] Figura 2.5.6. Rosignoli M. [2002] *Bridge Launching*. Thomas Telford, pp. 72.
- [F32] Figura 2.5.7. Rosignoli M. [2002] *Bridge Launching*. Thomas Telford, pp. 72.
- [F33] Figura 2.5.8. Rosignoli M. [2002] *Bridge Launching*. Thomas Telford, pp. 73.
- [F34] Figura 2.5.9. Rosignoli M. [2002] *Bridge Launching*. Thomas Telford, pp. 74.
- [I1] Iglesias C. [1992] *Algunas ideas sobre el predimensionamiento de puentes empujados: Empuje con nariz metálica*. Hormigón y Acero, nº 182, pp. 111-128.
- [I2] Iglesias C. [1992] *Algunas ideas sobre el predimensionamiento de puentes empujados: Empuje con torre provisional de atirantamiento y nariz metálica corta*. Hormigón y Acero, nº 183, pp. 35-47.
- [L1] Llombart J.A., Revoltós J. [2003] *Puentes Empujados con Tablero formado por Estructura Mixta Acero-Hormigón. Aplicación del sistema constructivo como solución en casos especiales*. Revista de Obras Públicas, nº 3431, pp. 17-36.
- [L2] La Violette M. et al. [2007] *Bridge Construction Practices using Incremental Launching*. Highway Subcommittee on Bridge and Structures, AASHTO.
- [M1] Manterola J. [2006] *Puentes. Apuntes para su diseño, cálculo y construcción*. Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos.
- [M2] Marzouk M., El-Dein H.Z., El-Said M. [2007] *Application of Computer Simulation to Construction of Incremental Launching Bridges*. Journal of Civil Engineering and Management, Vol. 13, nº 1, pp. 27-36.
- [R1] Rosignoli M. [1998] *Nose-deck interaction in launched prestressed concrete bridges*. Journal of Bridge Engineering, February 1998, pp. 21-27.
- [R2] Rosignoli M. [1998] *Launched bridges: prestressed concrete bridges built on the ground and launched into their final position*. ASCE Press.
- [R3] Rosignoli M. [2002] *Bridge Launching*. Thomas Telford.
- [R4] Rosignoli M. [1999] *Prestressing Schemes for Incrementally Launched Bridges*. Journal of Bridge Engineering, May, pp. 107-115.
- [R5] Rosignoli M. [1998] *Nose-Deck Interaction in Launched Prestressed Concrete Bridges*. Journal of Bridge Engineering, February, pp. 21-27.

- [R6] Rosignoli M. [1997] *The evolution of a technique. Incremental Bridge Launching*. Concrete International, February, pp. 36-40.
- [R7] Rosignoli M. [2000] *Thrust and Guide Devices for Launched Bridges*. Journal of Bridge Engineering, February, pp. 75-83.
- [S1] Sasmal S., Ramanjaneyulu K., Srinivas V., Gopalakrishnan S. [2004] *Simplified computational methodology for analysis and studies on behaviour of incrementally launched continuous bridges*. Structural Engineering and Mechanics, Vol. 17, nº 2, pp. 245-266.
- [S2] Sasmal S., Ramanjaneyulu K. [2006] *Transfer matrix method for construction phase analysis of incrementally launched prestressed concrete bridges*. Engineering Structures 28. Elsevier Ltd, pp. 1897-1910.
- [S3] Siegrist C. [1980] *Construcción de puentes de hormigón pretensado por empuje del tablero*. Hormigón y Acero nº 135, pp. 83-108.
- [S4] Schmid M. T. [2005] *A Construção e o Lançamento de Pontes pelo Processo dos Segmentos Empurrados*. Rudloff Industrial Ltda, 3ª Edição.
- [V1] Virlogeux M. [2001] *Bridges with multiple cable-stayed spans*. Structural Engineering International, enero 2001, pp. 61-82.
- [V2] Virlogeux M. [2003] *The Millau cable-stayed bridge. Recent development in bridge engineering*. Editado por K. M. Mahmoud, pp. 3-18.
- [V3] Martin J.-P., Servant CL., Cremer J.M., Virlogeux M. [2004] *The design of the Millau viaduct*. Fib Avignon Symposium Proceedings, pp. 83-107.
- [V4] Virlogeux M., Servant CL., Cremer J.M., Martin J.-P., Buonomo M. [2005] *Millau Viaduct, France*. Structural Engineering International, enero 2005, pp. 4-7.
- [V5] VSL International LTD. [1977] *The Incremental Launching Method in Prestressed Concrete Bridge Construction*. VSL International LTD.

## CAPÍTULO 3

# MÉTODOS DE DISEÑO ÓPTIMO DE ESTRUCTURAS

### 3.1 INTRODUCCIÓN.

Diseñar una estructura consiste en un proceso iterativo que puede ser muy distinto según el tipo de problema a resolver, pero que siempre se compone al menos de tres fases.

En primer lugar se parte de un plan de necesidades en el que se establecen los objetivos a satisfacer por la estructura y se fijan algunas características, como pueden ser por ejemplo para un puente su longitud, el número de vanos o incluso el material a emplear.

En una segunda etapa se selecciona y se calcula la estructura. De las distintas posibilidades con las que se puede cumplir el plan de necesidades se elige la tipología más adecuada, el tipo de cimentación o, entre otros, el material a emplear, si no se fijó anteriormente. Suelen plantearse varias alternativas, basadas en diseños anteriores, y se calculan, al menos de forma simplificada, sus modelos correspondientes. El análisis de los resultados permite realizar las modificaciones que se estimen oportunas y reducir las alternativas a una sola, que más tarde se refinará hasta lograr un funcionamiento lo más eficiente posible. Es en esta etapa cuando el diseñador debe tomar la mayor parte de las decisiones.

Por último, en una tercera etapa se diseñan los detalles, que tan solo tienen un interés local y que no afectan al diseño general de la estructura. Se podrá dar por concluido el proceso y aceptar un diseño cuando la última versión alcanza una eficacia suficiente.

Este proceso convencional de diseño se puede representar mediante un diagrama de flujo conceptual como el representado en la Figura 3.1.1. Partiendo desde un diseño inicial y en base a unas reglas heurísticas, basadas en la experiencia, intuición o

capacidad del proyectista, es decir, mediante criterios subjetivos, se va modificando el diseño hasta que se verifiquen una serie de condiciones impuestas y éste se dé por válido.

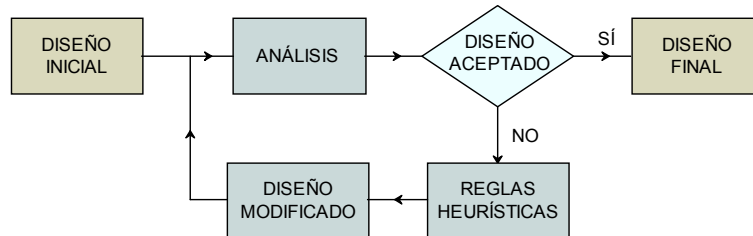


Figura 3.1.1. Proceso de diseño convencional.

Un punto crítico es la definición de las variables que se deben modificar en cada iteración, y en qué sentido hacerlo, llegándose al caso de que con los cambios hechos durante el proceso, el resultado final podría no ser mejor que el diseño de partida. Además siempre quedará la duda de si modificando otras características no consideradas en el proceso iterativo se hubiese llegado a un resultado mejor.

Se puede concluir que este proceso de diseño convencional es subjetivo y conducirá a un resultado u otro en función de la valía del proyectista, que establece como objetivo producir una solución suficientemente correcta al cumplir los requisitos existentes, y siendo consciente de que no puede contrastar exhaustivamente todas las posibilidades por las limitaciones de tiempo y de cálculo. El proceso se complica extraordinariamente para obtener una solución válida para un problema en el que el diseñador no tiene ningún tipo de experiencia previa o es muy complejo, como es el caso de la optimización de un puente lanzado.

### 3.2 FORMULACIÓN DEL DISEÑO ÓPTIMO EN INGENIERÍA.

Del modo que se ha considerado en el apartado anterior, el proceso de diseño puede expresarse de forma analítica. Las características que en el proceso son constantes se denominan *parámetros fijos*  $\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_k)$  y las que varían se denominan *variables de diseño*  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ . En el plan de necesidades se definen ciertas *condiciones* o *restricciones* que la estructura debe cumplir y que siempre se

pueden expresar en función de los parámetros fijos y de las variables de diseño como  $g(\mathbf{x}, \mathbf{p}) \leq 0$ . Por último, la propiedad de la estructura que se quiere optimizar se denomina *función objetivo*  $F = f(\mathbf{x}, \mathbf{p})$ .

Con estas definiciones, obtener un diseño óptimo consiste en identificar un conjunto de valores de las variables de diseño que cumpla:

$$F = f(\mathbf{x}) \rightarrow \min \text{ (o } \max \text{)} \quad (3.1a)$$

sujeto a:

$$g_j(\mathbf{x}) \leq 0 \quad j = 1, \dots, m \quad (3.1b)$$

La solución que satisface el sistema definido por (3.1) será el diseño óptimo matemáticamente hablando y supone el mejor de los que pueden obtenerse para esas condiciones del problema.

Cada una de las condiciones  $g_j(\mathbf{x}) \leq 0$  determina una porción del espacio donde puede situarse la solución. La intersección de todos ellos determina la *región de diseño*. Un punto  $\mathbf{x}$  que pertenezca a esa región es un *diseño válido* y será un *diseño inválido* si está fuera de él. Los puntos situados dentro de la región mencionada se denominan *diseños incondicionados* y son *diseños condicionados* cuando se sitúan en una línea  $g_j(\mathbf{x}) = 0$ , o en la intersección de varias de ellas. En este caso, las condiciones en las que se cumple  $g_j(\mathbf{x}) = 0$  se denominan *activas* y se llaman *pasivas* en el caso contrario.

A modo de ejemplo, los conceptos anteriores se muestran para un problema de minimización con dos variables de diseño ( $x_1, x_2$ ) y tres condiciones ( $g_1, g_2, g_3$ ) en una representación gráfica plana (Figura 3.2.1). Las líneas  $F_i$ , que en general no serán rectas, representan el lugar geométrico de igual valor de la función objetivo, siendo en el ejemplo indicado líneas decrecientes:  $F_2 > F_1$ .



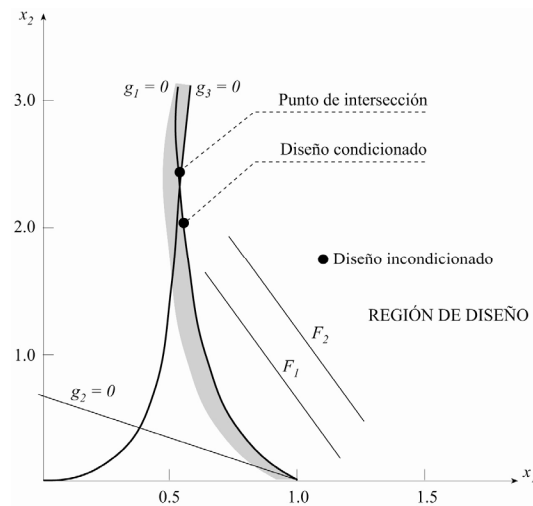


Figura 3.2.1. Representación gráfica de una optimización <sup>[F1]</sup>.

El diseño óptimo será aquel valor  $F$  de la función objetivo tal que valores menores pertenezcan a líneas que no tengan ningún punto en la región de diseño. En la Figura 3.2.2 la solución corresponde a una tangente a la condición  $g_1(\mathbf{x}) = 0$  en el punto que define el diseño óptimo.

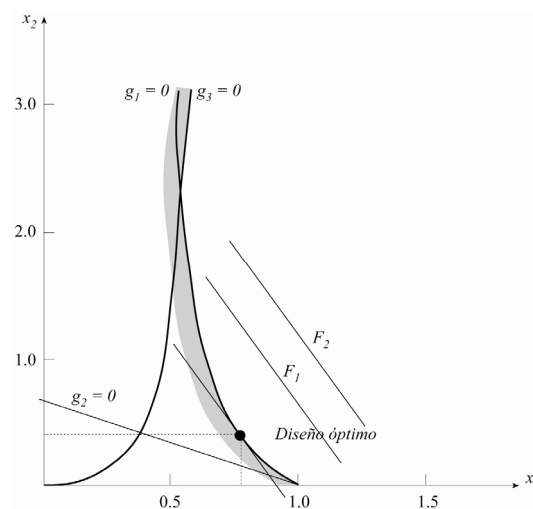


Figura 3.2.2. Solución gráfica del diseño óptimo <sup>[F2]</sup>.

Puesto que tanto el número de variables de diseño como de condiciones suele ser alto, en la práctica la resolución gráfica del problema se hace inabordable. En general, la resolución se realiza mediante métodos matemáticos de optimización. Partiendo de un diseño inicial y mediante dichas técnicas se procede de forma iterativa hasta alcanzar la solución (Figura 3.2.3).

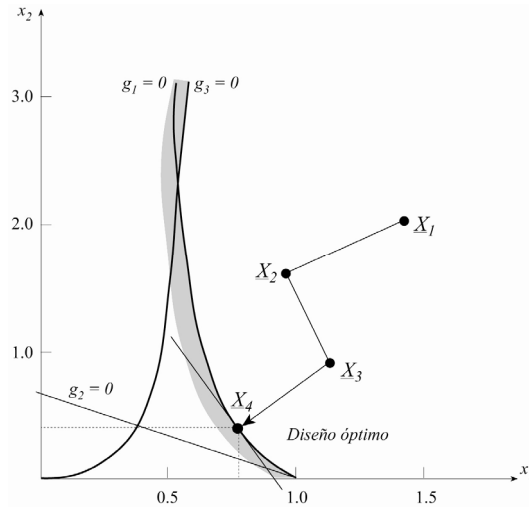


Figura 3.2.3. Obtención iterativa del diseño óptimo <sup>[F3]</sup>.

El diagrama de flujo para la obtención del diseño óptimo se representa en la Figura 3.2.4, y se diferencia del planteamiento convencional de diseño (Figura 3.1.1) en la sustitución de reglas heurísticas y subjetivas por una formulación matemática rigurosa y objetiva.

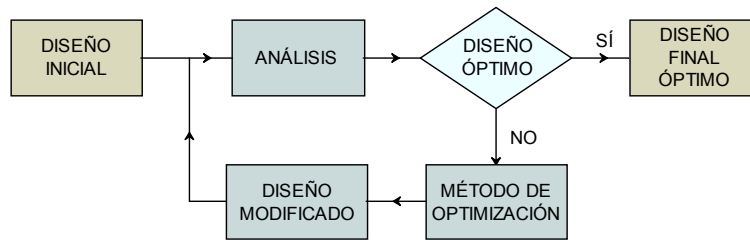


Figura 3.2.4. Diagrama de flujo del diseño óptimo.

### 3.3 CONVEXIDAD EN OPTIMIZACIÓN.

Normalmente, optimizar una estructura consiste en minimizar su peso o su coste, de modo que el problema se puede expresar matemáticamente como:

$$\min F(\mathbf{x}) \quad (3.2a)$$

sujeto a:

$$g_j(\mathbf{x}) \leq 0 \quad j = 1, \dots, m \quad (3.2b)$$

Salvo casos muy particulares, la función objetivo  $F(\mathbf{x})$  y las condiciones  $g_j(\mathbf{x})$  ( $j = 1, \dots, m$ ) no serán lineales.

La solución del problema definido por las expresiones (3.2a) y (3.2b) pueden ser uno o varios puntos, o conjuntos del vector de variables  $\mathbf{x}$ . En este último caso, cada uno de los mínimos se conoce como mínimo local y al que produce menor valor de la función objetivo se le denomina mínimo global.

Analizando la representación gráfica del problema (3.2) con dos variables de diseño se pueden dar los siguientes casos:

- a) Existen varios mínimos locales en el interior de la región de diseño y todas las condiciones son pasivas. El problema se puede estudiar como una optimización incondicionada (Figura 3.3.1).

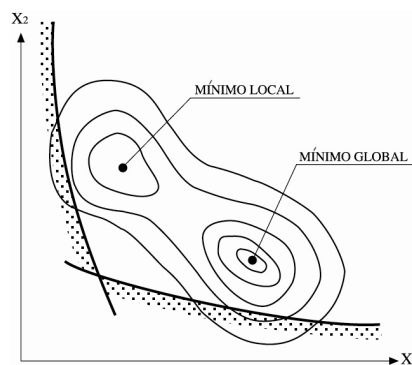


Figura 3.3.1. Varios mínimos locales en un problema incondicionado <sup>[F4]</sup>.

- b) Existen varios mínimos locales debido a la geometría de la función objetivo, que contienen alguna condición activa (Figura 3.3.2).

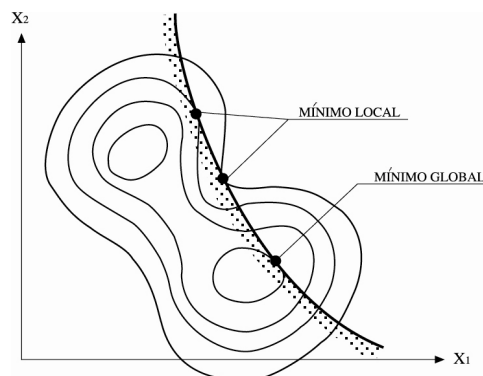


Figura 3.3.2. Varios mínimos locales con una condición activa <sup>[F4]</sup>.

- c) Existen varios mínimos locales debido a la geometría de las condiciones. El óptimo se produce en el contorno de la región de diseño con una o varias condiciones activas (Figura 3.3.3).

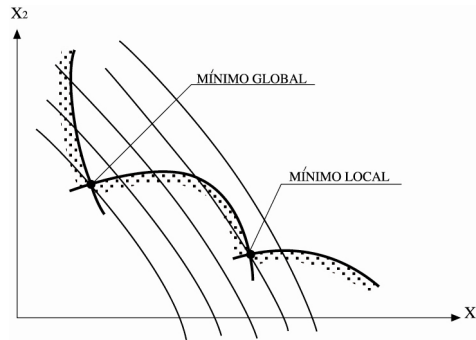


Figura 3.3.3. Varios mínimos locales y condiciones activas <sup>[F4]</sup>.

- d) La función objetivo y las condiciones son lineales, de modo que el problema es de carácter lineal, produciendo un óptimo único (Figura 3.3.4).

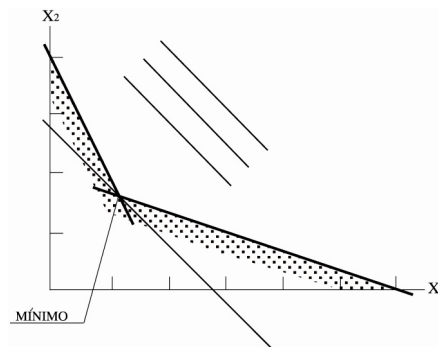


Figura 3.3.4. Problema lineal <sup>[F4]</sup>.

- e) El problema es no lineal con un solo mínimo como solución (Figura 3.3.5).

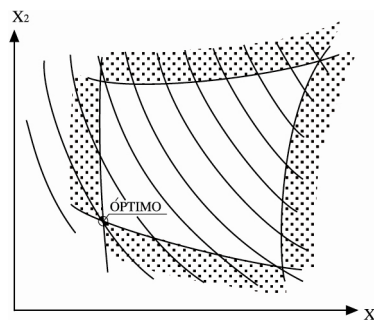


Figura 3.3.5. Problema no lineal con un único mínimo <sup>[F4]</sup>.

La ocurrencia de uno u otro caso depende de la naturaleza del problema y para ello resulta necesario definir los conceptos de función convexa y dominio convexo.

Se dice que una función  $f(x)$  es convexa cuando dados dos puntos  $x_1, x_2$ , cualquier punto intermedio no está situado por encima de la recta que los une (Figura 3.3.6). En caso contrario, la función no será convexa (Figura 3.3.7). Una función  $f(x)$  es cóncava cuando dados dos puntos  $x_1, x_2$ , cualquier punto intermedio no está situado por debajo de la recta que los une. Las funciones lineales son convexas y cóncavas a la vez.

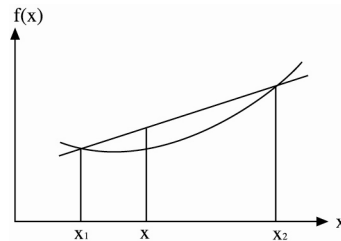


Figura 3.3.6. Función convexa <sup>[F5]</sup>.

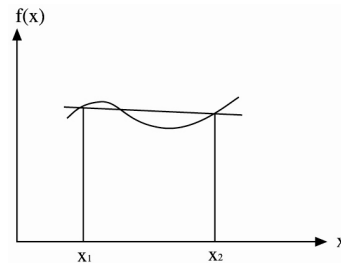


Figura 3.3.7. Función no convexa <sup>[F5]</sup>.

Se dice de un dominio  $D$  que es convexo cuando dados dos puntos  $x_1, x_2$  contenidos en él, todos los puntos de la recta que los une y que están entre ellos también están dentro del dominio (Figura 3.3.8). Un dominio será no convexo cuando no se cumple lo anterior (Figura 3.3.9). La intersección de varios dominios convexas sigue siendo convexo y cuando están formados por líneas rectas son siempre convexas. Los dominios, tanto convexas como no convexas, pueden ser limitados o ilimitados.

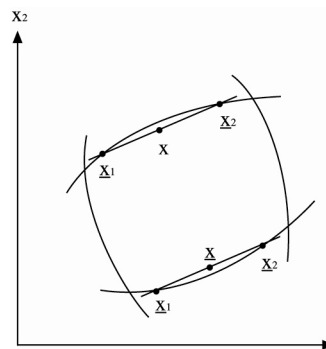


Figura 3.3.8. Dominio convexo <sup>[F6]</sup>.

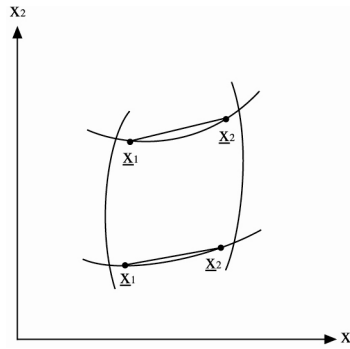


Figura 3.3.9. Dominio no convexo [F6].

Un problema de optimización convexo es aquel en el que la función objetivo  $F(\mathbf{x})$  es convexa y las condiciones  $g_j(\mathbf{x})$  ( $j = 1, \dots, m$ ) configuran un dominio convexo. En caso contrario el problema será no convexo. En consecuencia, los problemas lineales son siempre convexos. La importancia de que un problema sea convexo estriba en que en este caso la situación es la de la Figura 3.3.5 y la solución está en el único mínimo que aparece. En caso contrario existen varios mínimos locales y sólo el menor de ellos es el mínimo global y solución del problema. La mayoría de los casos de diseño óptimo de estructuras conducen a problemas no lineales con regiones de diseño no convexas, por lo cual existen varios mínimos locales y sólo el menor de ellos es la solución real del problema. La Figura 3.3.10 muestra un ejemplo sencillo de optimización del peso de un emparrillado sujeto a condiciones de tensión [M1] en el que se observa que el dominio de las condiciones no es convexo y aparecen dos mínimos locales.

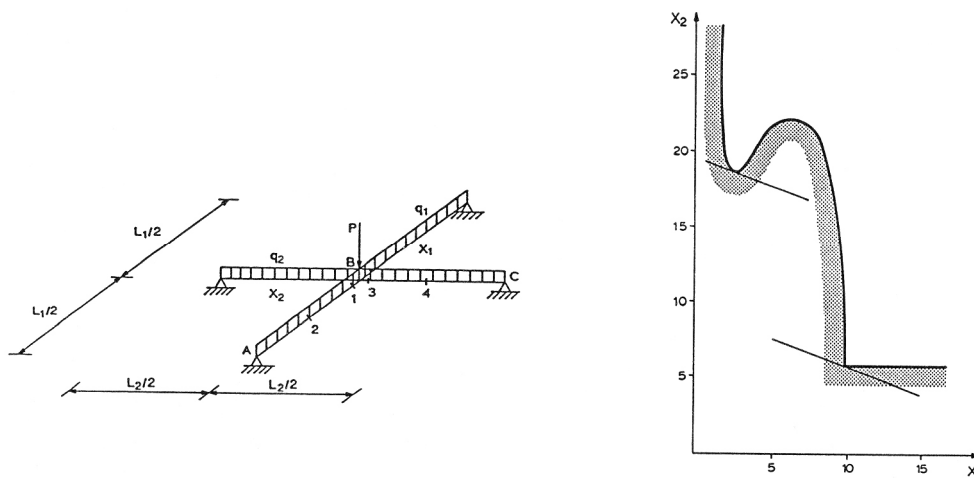


Figura 3.3.10. Optimización de un emparrillado con mínimos locales [F7].

Si se lograra conocer que un problema en estudio es convexo se tendría la seguridad que una vez obtenido un mínimo de la función objetivo  $F(\mathbf{x})$  se habría llegado a la solución. Por el contrario, cuando esto no se conoce, o lo que se sabe es que el problema no es convexo existe mucha más incertidumbre sobre el hallazgo del mínimo global del problema, debido a la existencia de mínimos de tipo local.

### 3.4 MÉTODOS DE OPTIMIZACIÓN.

Existen abundantes textos en la literatura técnica que describen los algoritmos de optimización matemática. Véase, entre otros, Hernández <sup>[H1]</sup>, Perezán <sup>[P1]</sup>, Nieto <sup>[N1]</sup>, Vanderplaats <sup>[V1]</sup>, Haftka <sup>[H2]</sup>, Arora <sup>[A1]</sup> o Belengundu <sup>[B1]</sup>. A continuación se relacionan los métodos de optimización que se han considerado más importantes.

#### 3.4.1 Programación matemática. Problemas lineales.

Los problemas lineales son un caso particular de la formulación general expresada mediante las ecuaciones (3.2) en el que tanto la función objetivo  $F(\mathbf{x})$  como las condiciones  $g_j(\mathbf{x})$  ( $j = 1, \dots, m$ ) son polinomios de primer grado. En esta situación el problema es convexo y la solución será única. El mínimo que se obtiene para la función objetivo es el mínimo global y se produce en el contorno de la región de diseño, siendo activas una o varias de las condiciones del problema planteado. Estos métodos son de gran interés ya que pueden ser aplicables en la resolución de problemas no lineales como se explicará más adelante. Se comentan brevemente los métodos *Simplex* y de Karmarkar.

El método *Simplex* es el más popular y extensamente utilizado de los algoritmos de programación lineal. Fue propuesto en 1963 por Dantzig <sup>[D1]</sup>. Para poder emplear este método, el problema lineal debe formularse de la manera siguiente:

$$\min \quad F(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n c_i \cdot x_i \quad (3.3a)$$

sujeto a:

$$\sum_{i=1}^n a_{ji} \cdot x_i = b_j \quad j = 1, \dots, m \quad (3.3b)$$

$$x_j \geq 0 \quad i = 1, \dots, n \quad (3.3c)$$

$$b_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, m \quad (3.3d)$$

La formulación anterior tiene un carácter completamente general ya que cualquier problema lineal puede ser expresado en la forma indicada realizando las transformaciones correspondientes. Así, cuando existan condiciones que se expresen mediante desigualdades, habrá que convertir estas últimas en igualdades, sumando lo que se denominan *variables de holgura*, o restando *variables suplementarias*, según cual sea el sentido de la desigualdad.

Para poder iniciar el procedimiento, una vez planteado el problema en la forma expresada por (3.3), es necesario disponer de lo que se denomina *solución básica inicial válida*. Esta última es siempre un vértice del poliedro que delimita la región de diseño. Una vez que se dispone de ella, la idea fundamental del método *Simplex* es ir disminuyendo continuamente el valor de la función objetivo, pasando de una solución básica válida a otra contigua a lo largo de uno de los lados del poliedro anterior, hasta que se alcance el valor mínimo de la función objetivo. Una característica importante del algoritmo es que cuando se alcanza el óptimo, el propio algoritmo da la información necesaria para saber que así ha sido. También informa de la situación en que un problema no tenga una cota inferior para el valor de la función objetivo, lo que supondría el tener un problema mal planteado.

El método de Karmarkar <sup>[K1]</sup> permite evitar uno de los problemas del método *Simplex*, el cual consiste en que el número de iteraciones que deben realizarse crece exponencialmente con el tamaño del problema. Para solucionar este inconveniente se pensó en la posibilidad de escoger, en forma análoga a como se hace en muchos de los métodos existentes para problemas no lineales, como dirección de movimiento una situada en el interior de la región de diseño para no limitar tanto la magnitud del cambio. De esta manera la dirección indicada puede provocar un rápido descenso para los valores de la función objetivo, hacia el óptimo, y este se producirá normalmente a través de puntos intermedios que no son vértices de las condiciones de diseño.



### 3.4.2 Programación matemática. Problemas no lineales.

Lo más habitual al enfrentarse con un problema de optimización es que tanto la función objetivo como las condiciones no sean polinomios de primer grado, por lo que en general será necesario resolver un problema no lineal que en ocasiones será altamente no lineal.

Los problemas no lineales se pueden resolver de forma directa o mediante aproximaciones que simplifiquen el cálculo. Los métodos más relevantes son:

— Resolución directa:

Función *penalty*

Direcciones eficientes

Métodos duales

Algoritmos genéticos

Métodos de perturbaciones

*Minmax*

— Aproximaciones:

Secuencia de problemas lineales

Secuencia de problemas cuadráticos

Es importante resaltar, que dada la naturaleza no lineal de los problemas resueltos, estos métodos sólo consiguen identificar mínimos locales.

#### 3.4.2.1 Métodos de la función *penalty*.

Esta técnica consiste en transformar un problema de optimización condicionada, que consta de la función objetivo y las condiciones, expresado según (3.2) por una optimización incondicionada, en la que sólo habrá función objetivo. Ello se basa en que la función objetivo del nuevo problema incorpora las condiciones en la forma que se indica en la expresión siguiente:

$$\phi(\mathbf{x}, r) = F(\mathbf{x}) + r \cdot \sum_{j=1}^m P(g_j) \quad (3.4)$$

En la expresión anterior  $r$  es un parámetro de control que suele tomar diferentes valores a lo largo del proceso que permite determinar el óptimo, mientras que  $P(g_j)$  es la función *penalty*. Existen dos variantes para definir esta función *penalty* según se realice la optimización desde el exterior de la región de diseño (método de la función *penalty* exterior) o desde el interior de la misma (método de la función *penalty* interior). En cualquiera de las dos alternativas es necesario resolver una sucesión de problemas de minimización incondicionada que se resuelven siguiendo el proceso iterativo esquematizado en la Figura 3.4.2.1.1.

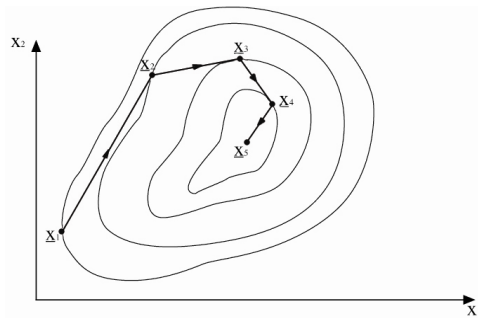


Figura 3.4.2.1.1. Proceso iterativo en la optimización incondicionada <sup>[F8]</sup>.

El proceso de obtención de la solución óptima comienza con un diseño  $\mathbf{x}_1$ , a partir del cual se van obteniendo, de modo iterativo, diseños intermedios  $\mathbf{x}_k$ , que disminuyen sucesivamente el correspondiente valor de la función objetivo hasta que finalmente se alcanza la solución del problema.

En cada iteración la mejora del diseño  $\mathbf{x}_k$  se consigue mediante una modificación del mismo según una dirección  $\mathbf{s}_k$ , denominada dirección de búsqueda, a lo largo de una magnitud  $\alpha_k$  que se conoce como longitud de paso. Así, el diseño mejorado es:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \alpha_k \cdot \mathbf{s}_k \quad (3.5)$$

Los diferentes métodos que existen se caracterizan por la forma de definir la dirección de búsqueda. A continuación se comentan los algoritmos más importantes:

Métodos de orden cero

Métodos de orden uno o de gradiente

Métodos de orden dos

Los métodos de orden cero se caracterizan por requerir únicamente la evaluación de la función objetivo para diferentes diseños. Uno de los más populares es el de las direcciones conjugadas enunciado por Powell <sup>[P2]</sup>. El método requiere disponer de un conjunto de direcciones conjugadas. Éstas son conjugadas respecto a una matriz  $\mathbf{A}$  simétrica y definida positiva cuando verifican:

$$\mathbf{s}_i^T \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{s}_j = 0 \quad \text{siendo } i \neq j \quad (3.6)$$

El método comienza minimizando la función objetivo sucesivamente según las direcciones de los ejes coordenados y establece un método para obtener un conjunto de direcciones conjugadas en el que tan solo es necesario evaluar la función objetivo. Cuando ya se dispone del conjunto de direcciones conjugadas, se minimiza sucesivamente la función objetivo según ese conjunto de direcciones conjugadas. En general, es necesario repetir el proceso de cálculo del conjunto de direcciones conjugadas y minimizar según esas direcciones las veces que sea necesario hasta alcanzar el óptimo. El mayor inconveniente que tiene este método es el gran número de evaluaciones de la función objetivo que puede ser necesario, sin embargo, resulta muy útil cuando la información acerca de las derivadas sea difícil de calcular o computacionalmente costosa.

El segundo grupo lo constituyen los métodos de orden uno. Estos métodos requieren el cálculo del gradiente de la función objetivo para la definición de la dirección de búsqueda en cada una de las iteraciones.

La primera alternativa consiste en tomar la dirección del gradiente, pero en sentido contrario, como dirección de búsqueda, produciendo la mayor disminución del valor de la función objetivo. Sin embargo, este método produce descensos muy rápidos en las primeras iteraciones y muy lentos en las últimas, cuando se está en las proximidades del diseño óptimo. Este inconveniente se reduce en gran medida empleando la técnica del gradiente conjugado (Fletcher <sup>[F9]</sup> y Reeves) según la cual la dirección de búsqueda se define como una combinación lineal del gradiente de la función objetivo en el diseño actual y la dirección de búsqueda de la iteración anterior. La técnica recibe el nombre de gradiente conjugado ya que se puede demostrar que las direcciones así definidas son conjugadas, lográndose alcanzar el óptimo más rápidamente.

El tercer y último grupo está compuesto por los métodos de orden dos. Éstos también son conocidos como métodos de Newton y requieren el cálculo de la matriz hessiana  $\mathbf{H}(\mathbf{x})$  además de la evaluación de la función objetivo y del vector gradiente.

En cada iteración la dirección de búsqueda viene definida por:

$$\mathbf{s}_k = -\mathbf{H}_k^{-1} \cdot \nabla \mathbf{F}_k \quad (3.7)$$

siendo el valor correspondiente de  $\alpha_k$ , de la ecuación (3.5), la unidad.

Para el caso de una función cuadrática, el mínimo puede conseguirse en una sola etapa, pero en el caso general en que no lo sea, serán necesarias varias iteraciones, pudiéndose mejorar el método si se calcula el valor de  $\alpha_k$  que minimiza la función objetivo en la dirección de búsqueda.

En ciertas ocasiones, la evaluación analítica de la matriz hessiana indicada anteriormente puede resultar difícil, por lo que sería necesario recurrir a su cálculo numérico y esto, a su vez, podría resultar muy costoso en términos computacionales. Por esta razón, este tipo de métodos no pueden ser aplicados con total generalidad a todos los problemas. Una alternativa consiste en emplear los métodos conocidos como quasi-Newton que consisten en aproximar la matriz hessiana por otra matriz que pueda ser calculada sin dificultad. Ejemplos de estos métodos son el Fletcher-Reeves<sup>[F9]</sup> y el BFGS (Broyden<sup>[B2]</sup>, Fletcher<sup>[F10]</sup>, Goldfarb<sup>[G1]</sup> y Shanno<sup>[S1]</sup>).

### 3.4.2.2 Método de las direcciones eficientes.

El método de las direcciones eficientes o *feasible directions method*, se caracteriza porque la elección de la dirección de búsqueda depende de la posición del diseño  $\mathbf{x}_k$  (Figura 3.4.2.2.1). Si este diseño se encuentra en el interior de la región de diseño, se elige como dirección de búsqueda la contraria del gradiente de la función objetivo, por lo tanto en la fórmula (3.5) se tiene:

$$\mathbf{s}_k = -\nabla \mathbf{F}_k \quad (3.8)$$

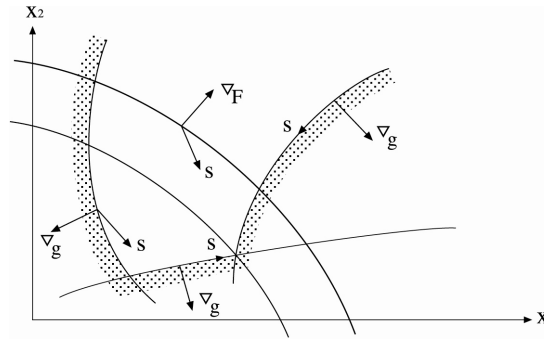


Figura 3.4.2.2.1. Posibles direcciones de búsqueda<sup>[F11]</sup>.

En caso contrario, cuando el diseño se encuentra sobre el contorno de la región de diseño, la dirección de búsqueda debe cumplir dos características. La primera es que la dirección conduzca a disminuir la función objetivo, y puesto que es interesante que la disminución sea lo más pronunciada posible,  $\mathbf{s}_k$  conviene que permanezca dentro del recinto en un entorno del punto de partida. Esta última característica consiste en que la dirección no lleve hacia el exterior de la región de diseño, al menos en una cierta longitud de la dirección para que el recorrido según ella no se vea truncado muy pronto al alcanzarse de nuevo un contorno de la región de diseño. Debido a esta otra característica, la dirección debe apuntar hacia el interior de la región de diseño y cuanto más se aleje del contorno se obtienen mejores resultados.

Se debe resolver, por tanto, el siguiente problema de maximización:

$$\text{máx } \beta \quad (3.9a)$$

sujeto a:

$$\mathbf{s}^T \cdot \nabla \mathbf{g}_j + \theta_j \cdot \beta \leq 0 \quad j = 1, \dots, J \quad (3.9b)$$

$$\mathbf{s}^T \cdot \nabla \mathbf{F} + \beta \leq 0 \quad (3.9c)$$

$$|s_i| \leq 1 \quad i = 1, \dots, n \quad (3.9d)$$

Las condiciones  $\mathbf{g}_j(\mathbf{x})$  ( $j = 1, \dots, J$ ) son todas aquellas que contienen al último diseño. Para los escalares  $\theta_j$  se asume generalmente  $\theta_j = 1$ . El subíndice  $i = 1, \dots, n$  identifica las componentes del vector  $\mathbf{s}$ . El problema así definido, para determinar la

dirección de búsqueda, es lineal por lo que puede ser resuelto mediante el método *Simplex*.

Una vez definida la dirección de búsqueda hay que determinar el valor  $\alpha_k$  de la fórmula (3.5), que define la magnitud de cambio de diseño en la dirección de búsqueda. Para ello se efectúa una minimización con una sola variable,  $\alpha_k$ , y se pueden emplear diversos métodos como ajuste a funciones polinómicas, método de la razón áurea, ... etc. El nuevo diseño  $\mathbf{x}_{k+1}$  puede estar situado en el interior de la región de diseño o sobre el contorno, por lo que para continuar el proceso de optimización se repetirá el proceso indicado hasta alcanzar el óptimo.

### 3.4.2.3 Métodos duales.

Estos métodos permiten aproximar el problema general de optimización a otro más sencillo y fueron enunciados por Fleury<sup>[F12, F13]</sup> y Sander.

Inicialmente, el método abordaba solamente funciones objetivo relativas al peso de una estructura con condiciones en movimientos y tensiones, considerando que éstas eran función lineal de un conjunto de variables  $\mathbf{x}$ . En consecuencia, podía ser aplicado para minimizar el peso de estructuras de nudos articulados o membranas sin flexión. La formulación del problema es la siguiente:

$$\min F = \sum_{i=1}^n c_i \cdot x_i \quad i = 1, \dots, n \quad (3.10a)$$

sujeto a:

$$u_{jl} \leq u_{jM} \quad j = 1, \dots, m \quad (3.10b)$$

$$\sigma_{kl} \leq u_{kM} \quad k = 1, \dots, n \quad (3.10c)$$

$$x_{im} \leq x_i \leq x_{iM} \quad (3.10d)$$

El significado de los diversos términos es el siguiente:

$c_i$ : constante asociada al peso del elemento  $i$ -ésimo.

$x_i$ : variable asociada al elemento  $i$ -ésimo.

$u_{jl}$  ( $l = 1, \dots, c$ ): movimiento  $j$ -ésimo de la estructura en el caso de carga  $l$ -ésimo.

$\sigma_{kl}$  ( $l = 1, \dots, c$ ): tensión en el elemento  $k$ -ésimo en el caso de carga  $l$ -ésimo.

$x_{im}, x_{iM}$ : límites inferior y superior de variación de la variable  $i$ -ésima.

Aplicando el método de la carga virtual y realizando diversas transformaciones, el problema general puede escribirse como:

$$\min F = \sum_{i=1}^n c_i \cdot x_i \quad i = 1, \dots, n \quad (3.11a)$$

sujeto a:

$$\sum_{i=1}^n \frac{u_{ijl}}{x_i} \leq u_{jM} \quad (3.11b)$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{t_{ikl}}{x_i} \leq \sigma_{kM} \quad (3.11c)$$

Si no se supone *a priori* ningún tipo de condición activa, el problema anterior puede resolverse mediante procedimientos generales aplicando funciones lagrangianas. Sin embargo, si se introducen unas nuevas variables:

$$\alpha_i = \frac{1}{x_i} \quad (3.12)$$

el problema de optimización anterior puede formularse de la manera siguiente:

$$\min F = \sum_{i=1}^n \frac{c_i}{\alpha_i} \quad (3.13a)$$

sujeto a:

$$\sum_{i=1}^n u_{ijl} \cdot \alpha_i \leq u_{jM} \quad (3.13b)$$

$$\sum_{i=1}^n t_{ikl} \cdot \alpha_i \leq \sigma_{kM} \quad (3.13c)$$

$$\alpha_{im} \leq \alpha_i \leq \alpha_{iM} \quad (3.13d)$$

Este último problema puede formularse más brevemente como:

$$\min F = \sum_{i=1}^n \frac{c_i}{\alpha_i} \quad (3.14a)$$

sujeto a:

$$g_h(\alpha) = \sum_{i=1}^n g_{ihl} \cdot \alpha_i \leq g_{hM} \quad h = 1, \dots, H \quad (3.14b)$$

$$\alpha_{im} \leq \alpha_i \leq \alpha_{iM} \quad (3.14c)$$

siendo  $H = (m + n) \cdot c$

La gran ventaja de este planteamiento es que, debido al carácter lineal de las condiciones, la región de diseño será convexa y existirá un solo mínimo de este problema.

Se puede establecer el lagrangiano siguiente:

$$L(\alpha, \lambda) = \sum_{i=1}^n \frac{c_i}{\alpha_i} + \sum_{h=1}^H \lambda_h \cdot (g_h(\alpha) + s_h^2) \quad (3.15)$$

Para resolver el problema Fleury <sup>[F14]</sup> y Schmit plantean el esquema iterativo siguiente: se elige un diseño inicial  $\alpha_{i,1}$  ( $i = 1, \dots, n$ ) y con él se entra en el espacio dual de las variables  $\lambda$  maximizando la función:

$$L(\lambda) = \sum_{i=1}^n \frac{c_i}{\alpha_{i,1}} + \sum_{h=1}^H \lambda_h \cdot g_h(\alpha_1) \quad (3.16)$$

sujeta únicamente a las condiciones  $\lambda_h \geq 0$  ( $h = 1, \dots, H$ ).

Una vez obtenido el vector  $\lambda_1$  los nuevos valores de  $\alpha_2$  serán:



$$\alpha_{i,2} = \alpha_{im} \quad si \quad (\alpha_{im})^2 \geq (\alpha_{i,2})^2 \quad (3.17a)$$

$$\alpha_{i,2} = \alpha_{i,2} \quad si \quad (\alpha_{im})^2 \leq (\alpha_{i,2})^2 \leq (\alpha_{i,M})^2 \quad (3.17b)$$

$$\alpha_{i,2} = \alpha_{iM} \quad si \quad (\alpha_{i,2})^2 \geq (\alpha_{iM})^2 \quad (3.17c)$$

obteniéndose  $\alpha_{i,2}$  ( $i = 1, \dots, n$ ) mediante la expresión:

$$(\alpha_{i,2})^2 = \frac{c_i}{\sum_{h=1}^H \lambda_{h,i} \cdot \frac{\partial g_h}{\partial \alpha_i}} \quad (3.18)$$

Tras estos cálculos se maximiza nuevamente (3.16) con los nuevos valores de  $\alpha_{i,2}$  ( $i = 1, \dots, n$ ) y se repite el proceso de nuevo hasta alcanzar la convergencia.

#### 3.4.2.4 Algoritmos genéticos.

Los algoritmos genéticos son un intento de recrear el fenómeno natural de la evolución de las especies. En el proceso evolutivo, cada especie procura adaptarse a un entorno cambiante acumulando nuevas características en los cromosomas de ciertos individuos de la especie. Esta información genética cambia debido a mutaciones aleatorias y a la combinación e intercambio de cromosomas que se produce en la reproducción.

Los algoritmos genéticos se desarrollaron sobre la base teórica de los trabajos de Holland<sup>[H3]</sup> y sus dos axiomas fundamentales son:

1. Las estructuras complejas no biológicas pueden ser representadas por medio de cadenas de bits.
2. Esas estructuras se pueden mejorar aplicando transformaciones sencillas sobre las cadenas de bits.

Los algoritmos genéticos se diferencian de los algoritmos tradicionales de optimización en cuatro aspectos fundamentales:

1. Utilizan variables de control convenientemente codificadas.
2. El proceso de búsqueda se produce a través de conjuntos de soluciones (poblaciones), no a través de soluciones individuales.
3. Se emplea solamente información de la función objetivo, y no de sus derivadas.
4. El proceso de optimización está gobernado por reglas probabilísticas, no deterministas.

En la Figura 3.4.2.4.1 se muestra el diagrama de flujo básico de un algoritmo genético.

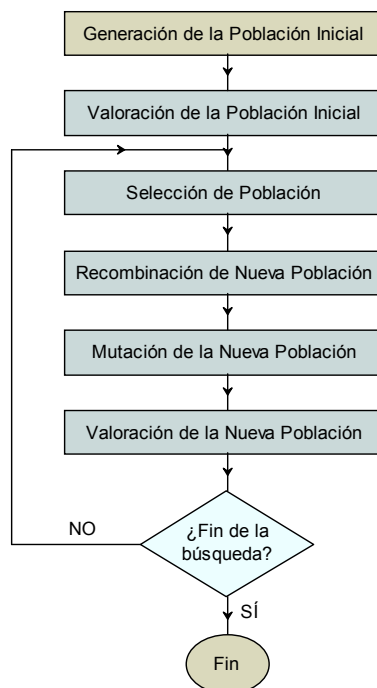


Figura 3.4.2.4.1. Estructura básica de un algoritmo genético.

Tradicionalmente, las soluciones se representan o codifican mediante cadenas de bits, que reciben el nombre de cromosomas. Las variables enteras o de decisión se pueden codificar fácilmente de este modo. Para las variables reales lo que se hace es aproximarlas por su valor equivalente empleando la numeración en base binaria.

La optimización mediante un algoritmo genético comienza con una población inicial, escogida generalmente al azar, aunque en algunos casos puede ser adecuado emplear criterios heurísticos. La selección de las poblaciones se basa en el principio de

“supervivencia del más fuerte”. El procedimiento estándar consiste en evaluar la probabilidad de supervivencia de una solución  $i$  cuando se busca el máximo de una función objetivo  $f$  para lo que se puede aplicar:

$$P_{si} = \frac{f_i}{\sum_{i=1}^N f_i} \quad (3.19)$$

donde  $f_i$  es la “fuerza” (valor de la función objetivo) de la solución  $i$ , mientras que el denominador representa la fuerza total del conjunto de la población formada por  $N$  individuos.

En el caso de que se desee minimizar la función objetivo, la probabilidad de supervivencia de una solución viene dada por la expresión:

$$P_{si} = 1 - \frac{f_i}{\sum_{i=1}^N f_i} \quad (3.20)$$

Diversos autores como Barker <sup>[B3]</sup> o De Jong <sup>[D2]</sup> han propuesto diferentes estrategias para regular el proceso de selección en el seno de una población. En concreto, De Jong propuso un esquema de tipo “elitista” que garantiza que las poblaciones seleccionadas incluyan siempre la mejor de las soluciones alcanzadas, obteniéndose muy buenos resultados en aquellos problemas en los que existe un único máximo o mínimo. También se han estudiado procesos en los que se introduce algún tipo de criterio determinista en el proceso de selección, siendo el método conocido como *Stochastic Selection Without Replacement* el que ha ofrecido mejores resultados.

Después del proceso de selección, aquellas soluciones que hayan sobrevivido se utilizarán como progenitoras de una nueva generación. En esta fase de recombinación es en la que el algoritmo genera nuevas soluciones mejoradas combinando buenas soluciones existentes. Se han propuesto diversos métodos para programar la recombinación de poblaciones entre los que destacan los debidos a Cavicchio <sup>[C1]</sup>, De Jong <sup>[D2]</sup> o Brooker <sup>[B4]</sup> entre otros. Para ciertos problemas de tipo práctico se han desarrollado operadores heurísticos que mejoran este proceso de recombinación o cruce. Davis <sup>[D3]</sup> recopiló algunos logros recientes en este campo.

Una de las posibilidades que presentan los algoritmos genéticos para manejar las condiciones del problema es aplicar el método de la función *penalty* según:

$$f_A(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) + M^k \cdot \mathbf{w}^T \cdot \mathbf{c}_v(\mathbf{x}) \quad (3.21)$$

donde  $\mathbf{w}$  es un vector de coeficientes de ponderación no negativos, el vector  $\mathbf{c}_v$  evalúa la magnitud de las violaciones de las restricciones,  $M$  es el número de la generación considerada y  $k$  es un valor adecuado del exponente.

La eficiencia de los algoritmos genéticos depende en gran medida de los parámetros de control del propio algoritmo. Los parámetros de control más importantes son:

- El tamaño de la población:  $N$
- La probabilidad de cruce:  $P_C$
- La probabilidad de mutación:  $P_M$

Diversos autores como De Jong <sup>[D2]</sup> o Grenfenstette <sup>[G2]</sup> han sugerido valores para estos parámetros con el fin de mejorar la eficiencia de los algoritmos.

### 3.4.2.5 Métodos de perturbaciones. Recocido simulado (*Simulated Annealing*)

El algoritmo conocido como recocido simulado (*Simulated Annealing* o SA) o método de perturbaciones se basa en la analogía que puede establecerse entre el proceso mediante el cual un metal se enfría y solidifica formando una estructura cristalina de mínima energía, y la búsqueda del mínimo de un problema.

El recocido simulado puede considerarse el más antiguo de los algoritmos metaheurísticos y de los primeros en implementar una estrategia explícita para evitar los mínimos locales.

El algoritmo del recocido simulado se basa en el desarrollado por Metropolis <sup>[M2]</sup> *et al.* cuyo objetivo era determinar la configuración de equilibrio de un grupo de átomos a una temperatura dada. La aplicación de este algoritmo a problemas de optimización matemática fue planteada por vez primera por Pincus <sup>[P3]</sup>. Fueron Kirkpatrick <sup>[K2]</sup>,

Gerlatt y Vecchi quienes propusieron y formularon sólidamente esta técnica para ser aplicada en problemas de optimización. El algoritmo emplea un método de búsqueda aleatoria y la idea fundamental es permitir que se acepten soluciones de peor calidad que la previa con el fin de evitar así los mínimos locales. La probabilidad de que esta situación se produzca se hace disminuir a medida que avanza el proceso de búsqueda del mínimo y una formulación propuesta para esa probabilidad es:

$$p = e^{-\frac{\delta f}{T}} \quad (3.22)$$

donde  $\delta f$  es la variación de la función objetivo y  $T$  es el parámetro de control que recibe el nombre de temperatura del sistema por analogía con el proceso de recocido.

En la Figura 3.4.2.5.1 se muestra la estructura básica del algoritmo de recocido simulado.

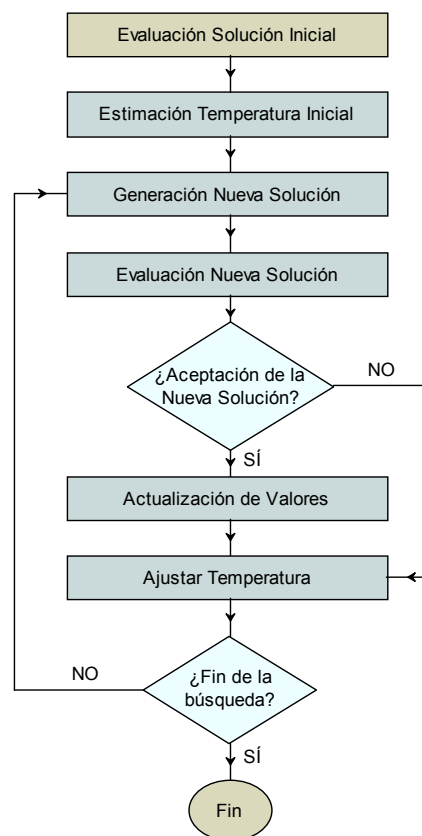


Figura 3.4.2.5.1. Estructura básica del algoritmo de recocido simulado.

Los aspectos básicos de esta técnica son:

- Generación de modificaciones aleatorias en las soluciones.
- Evaluación de las funciones del problema.
- La planificación del recocido, es decir, la temperatura inicial y las reglas que hacen que la temperatura descienda al avanzar el proceso de minimización.

El proceso de generación de nuevas soluciones a partir de las existentes debe introducir pequeñas modificaciones aleatorias y permitir que puedan darse todas las soluciones posibles. Así, Vanderbilt <sup>[V2]</sup> y Louie propusieron la generación de soluciones en problemas con variables de control continuas mediante:

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i + \mathbf{Q} \cdot \mathbf{u} \quad (3.23)$$

donde  $\mathbf{u}$  es un vector de números aleatorios en el intervalo  $(-\sqrt{3}, \sqrt{3})$ , de manera que la media sea cero y la varianza la unidad. Por otro lado,  $\mathbf{Q}$  es una matriz que controla la distribución del tamaño del paso y debe ser recalculada al avanzar el proceso.

Otra posible formulación del mismo proceso es la planteada por Parks <sup>[P4]</sup>:

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i + \mathbf{D} \cdot \mathbf{u} \quad (3.24)$$

donde, en este caso,  $\mathbf{u}$  es un vector de números aleatorios en el intervalo  $(-1,1)$  y  $\mathbf{D}$  es una matriz diagonal que define la máxima variación permitida de cada variable y debe ser recalculada a lo largo del proceso.

En aquellos problemas en los que las variables de control son números enteros, la obtención de nuevas soluciones puede realizarse empleando:

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i + \mathbf{u} \quad (3.25)$$

donde  $\mathbf{u}$  es un vector de números enteros aleatorios en el intervalo  $(-1,1)$ .

El método del recocido simulado no requiere el cálculo de ninguna derivada. Sólo necesita la evaluación de la función objetivo para cada una de las soluciones de prueba que son generadas.

Cuando las condiciones del problema sean de igualdad o cuando haya regiones de diseño disjuntas, el problema debe transformarse en uno de optimización incondicionada aplicando el método de la función *penalty*, añadiendo las restricciones violadas a la función objetivo aplicando:

$$f_A(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) + \frac{I}{T} \cdot \mathbf{w}^T \cdot \mathbf{c}_v(\mathbf{x}) \quad (3.26)$$

donde  $\mathbf{w}$  es un vector que contiene coeficientes de ponderación no negativos y  $\mathbf{c}_v$  cuantifica la magnitud de las violaciones de las condiciones.

El esquema o planificación del recocido determina el movimiento, “pendientes arriba”, que se permite durante el proceso de búsqueda, y por lo tanto, es uno de los aspectos críticos para garantizar un funcionamiento eficiente del algoritmo. El esquema conceptual es el siguiente: la temperatura inicial debe ser lo suficientemente alta como para que el sistema esté “fundido” en su totalidad y debe ir descendiendo hacia el punto de solidificación cuando progresa la búsqueda.

El procedimiento estándar empleado habitualmente en los algoritmos de recocido simulado consiste en la generación a temperaturas decrecientes de cadenas homogéneas de Markov de longitud finita. Estas cadenas de Markov son series de cambios aleatorios en las variables de control. Los parámetros que deben tenerse en cuenta son:

- Temperatura inicial.
- Temperatura final o criterio de finalización.
- Longitud de las cadenas de Markov.
- Regla para disminuir la temperatura.

Kirkpatrick <sup>[K2]</sup>, por ejemplo, propuso como temperatura inicial aquella para la que la probabilidad de que aumentase la función objetivo fuese del 80%.

Para establecer la temperatura final hay diversas alternativas: fijar el número de valores de la temperatura a utilizar en el proceso, establecer *a priori* el número de soluciones a generar o terminar el algoritmo cuando no se mejore la solución según ciertos criterios.

Habitualmente, la longitud de las cadenas de Markov depende del tamaño del problema y no del número de soluciones calculadas.

Por otro lado, la regla más simple para disminuir la temperatura es:

$$T_{k+1} = \alpha \cdot T_k \quad (3.27)$$

donde  $\alpha$  es un valor constante menor que uno, pero próximo a él. Esta formulación recibe el nombre de esquema de enfriamiento exponencial (*Exponential Cooling Scheme* o ECS) y fue propuesto por vez primera por Kirkpatrick <sup>[K3]</sup>, Gerlatt y Vecchi tomando como valor  $\alpha = 0.95$ . Otros autores como Randelman <sup>[R1]</sup> y Grest han propuesto otros esquemas que han ofrecido resultados similares al anterior.

Los procesos computacionales que permiten generar y aceptar nuevas soluciones son muy simples, por lo que el mayor coste computacional reside, generalmente, en la evaluación de la función objetivo y de las condiciones del problema.

#### 3.4.2.6 Método del *minmax*.

Los métodos mostrados hasta ahora buscan los valores de las variables de diseño que hacen máxima o mínima una determinada función objetivo cumpliendo ciertas restricciones. Sin embargo, existen problemas en los que lo que se desea es averiguar los valores de las variables de diseño que minimizan los extremos superiores de una determinada función objetivo y que, por lo tanto, no pueden ser abordados según el planteamiento general expresando en (3.1). El método del *minmax* pretende solucionar estas situaciones.

Por ejemplo, si para una viga continua de una determinada longitud y con un número concreto de vanos se pretendiese averiguar cuál debe ser la longitud de los vanos laterales para minimizar los máximos valores del momento flector (Figura 3.4.2.6.1), no se podría resolver desde un planteamiento general de minimización como el expresado en (3.1). Se busca al mismo tiempo que el máximo flector positivo y el máximo flector negativo sean lo más pequeños posibles (en valor absoluto), eligiendo para ello la longitud más adecuada de los vanos laterales (la variable de diseño sería  $k$ ).



El planteamiento general del método del *minmax* es:

$$\min(\max F(\mathbf{x})) \quad (3.28a)$$

sujeto a:

$$g_j(\mathbf{x}) \leq 0 \quad j = 1, \dots, m \quad (3.28b)$$

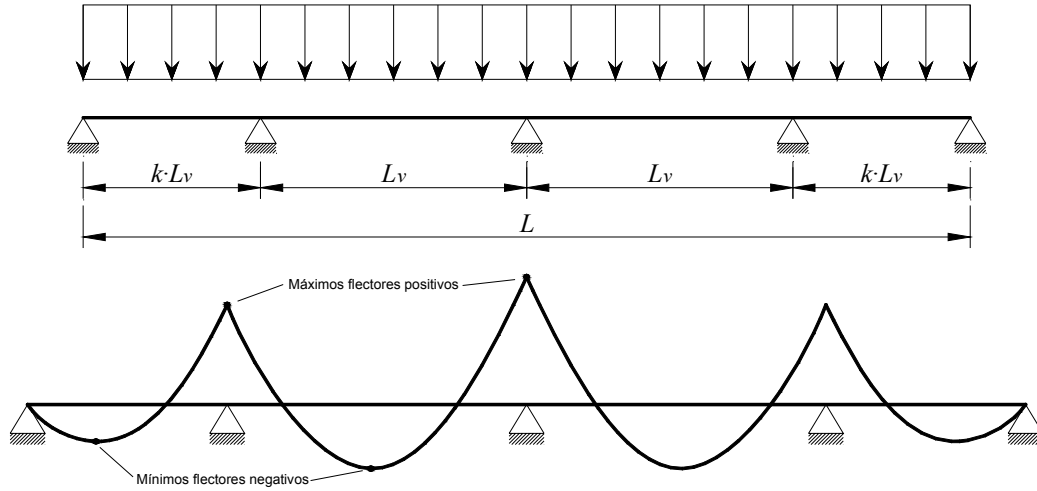


Figura 3.4.2.6.1. Ejemplo de utilización del método del *minmax*.

La resolución de (3.28) se realiza definiendo una nueva variable  $\gamma$  y estableciendo la siguiente formulación:

$$\min \gamma \quad (3.29a)$$

sujeto a:

$$F_k(\mathbf{x}) - \gamma \leq 0 \quad k = 1, \dots, K \quad (3.29b)$$

$$g_j(\mathbf{x}) \leq 0 \quad j = 1, \dots, m \quad (3.29c)$$

donde  $K$  es el número de máximos que se desean minimizar. Por ejemplo, en el caso de la optimización de la viga continua  $K = 2$ , pues se desean minimizar los máximos flectores positivos y los negativos (en valor absoluto).

### 3.4.2.7 Secuencia de problemas lineales.

Este método consiste en aproximar la función objetivo y las condiciones mediante su desarrollo en serie de Taylor, considerando todos los términos hasta el orden lineal, en lugar de las funciones no lineales originales (Figura 3.4.2.7.1).

Partiendo de un diseño inicial  $\mathbf{x}_l$ , se redefine el problema general expresado en (3.1) como:

$$\min \quad (\text{o} \quad \max) \quad F(\mathbf{x}) \approx F(\mathbf{x}_l) + \nabla F(\mathbf{x}_l)^T \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_l) \quad (3.30a)$$

sujeto a:

$$g_j(\mathbf{x}) \approx g_j(\mathbf{x}_l) + \nabla g_j^T(\mathbf{x}_l) \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_l) \leq 0 \quad j = 1, \dots, m \quad (3.30b)$$

La solución del problema (3.30) no coincidirá en general con la del problema original (3.1), ya que representa una simplificación del mismo. Por ello, la solución de (3.30) se utiliza para obtener un nuevo desarrollo en serie, repitiéndose el proceso hasta alcanzar una convergencia adecuada. Se asume que el diseño óptimo obtenido corresponde también a la solución del problema original no lineal.

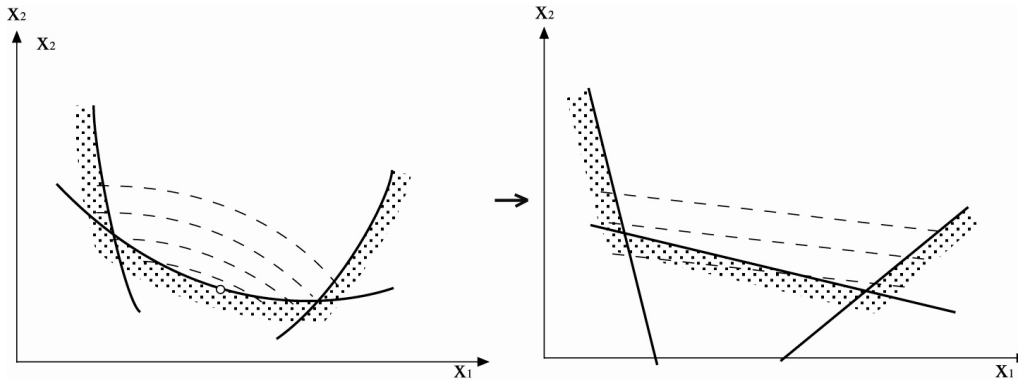


Figura 3.4.2.7.1. Método de secuencia de problemas lineales <sup>[F15]</sup>.

### 3.4.2.8 Secuencia de problemas cuadráticos.

Al igual que el anterior, este método sustituye el problema de optimización (3.1) por otro de resolución más sencilla, pero con un orden mayor de aproximación. La

función objetivo se representa por una función cuadrática y las condiciones por una aproximación lineal (Figura 3.4.2.8.1).

El problema general expresado en (3.1) se redefine como:

$$\min \text{ (o } \max) F(\mathbf{x}) \approx F(\mathbf{x}_l) + \nabla F(\mathbf{x}_l)^T \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_l) + \frac{1}{2} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_l)^T \cdot \mathbf{H}(\mathbf{x}_l) \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_l) \quad (3.31a)$$

sujeto a:

$$g_j(\mathbf{x}) \approx g_j(\mathbf{x}_l) + \nabla g_j^T(\mathbf{x}_l) \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_l) \leq 0 \quad j = 1, \dots, m \quad (3.31b)$$

De nuevo, el proceso para resolver el problema de optimización consiste en calcular la solución de (3.31), partiendo de un diseño inicial  $\mathbf{x}_l$ , y repetir sucesivamente el problema cuadrático hasta que se obtenga la necesaria convergencia.

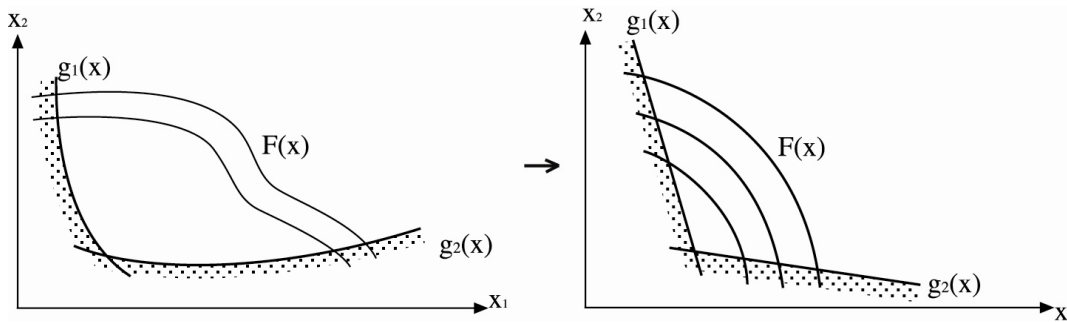


Figura 3.4.2.8.1. Método de secuencia de problemas cuadráticos <sup>[F16]</sup>.

### 3.5 REFERENCIAS.

- [A1] Arora J.S. [2004] *Introduction to Optimum Design*. 2<sup>nd</sup> Edition, Amsterdam, Boston. Elsevier/Academic Press.
- [B1] Belegundu A.D., Chandrupatla T.R. [1999] *Optimization Concepts and Applications in Engineering*. Prentice Hall. New Jersey.
- [B2] Broyden C.G. [1970] *The Convergence of a Class of Double Rank Minimization Algorithms, part I and II*. J. Inst. Math. Appl., vol. 6, pp. 76-90 y 222-231.
- [B3] Barker J.E. [1985] *Adaptative Selection Methods for Genetic Algorithms*. Proceedings of an International Conference on Genetic Algorithms and their Applications (J.J. Grefenstette, editor). Lawrence Erlbaum Associates, pp. 101-111.
- [B4] Brooker L.B. [1987] *Improving Search in Genetic Algorithms*. Genetic Algorithms and Simulated Annealing (L. Davis, editor), Pitman, London, pp. 61-73.
- [C1] Cavicchio D.J. [1970] *Adaptative Search Using Simulated Evolution*. Ph. D. Thesis, University of Michigan, Ann Arbor.
- [D1] Dantzig G. [1963] *Linear Programming and Extensions*. Princeton University Press.
- [D2] De Jong K.A. [1975] *An Analysis of the Behaviour of a Class of Genetic Adaptative Systems*. Ph. D. Thesis, University of Michigan, Ann Arbor.
- [D3] Davis L. [1991] *Handbook of Genetic Algorithms*. Van Nostrand Reinhold, New York.
- [F1] Figura 3.2.1. Hernández S. [1990] *Métodos de Diseño Óptimo de Estructuras*. Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Demarcación de Aragón, pp. 9.
- [F2] Figura 3.2.2. Hernández S., Fontán A.N. [1999] *Aplicaciones Industriales de Optimización del Diseño*. Consellería de Industria e Comercio, Xunta de Galicia, pp. 10.
- [F3] Figura 3.2.3. Hernández S., Fontán A.N. [1999] *Aplicaciones Industriales de Optimización del Diseño*. Consellería de Industria e Comercio, Xunta de Galicia, pp. 11.
- [F4] Figuras 3.3.1 a 3.3.5. Hernández S. [1990] *Métodos de Diseño Óptimo de Estructuras*. Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Demarcación de Aragón, pp. 81.

- [F5] Figuras 3.3.6 a 3.3.7. Hernández S. [1990] *Métodos de Diseño Óptimo de Estructuras*. Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Demarcación de Aragón, pp. 82.
- [F6] Figuras 3.3.8 a 3.3.9. Hernández S. [1990] *Métodos de Diseño Óptimo de Estructuras*. Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Demarcación de Aragón, pp. 83.
- [F7] Figura 3.3.10. Hernández S. [1993] *Advanced Techniques in the Optimum Design of Structures*. Computational Mechanics Publications, Southampton, pp. 16.
- [F8] Figura 3.4.2.1.1. Hernández S. [1990] *Métodos de Diseño Óptimo de Estructuras*. Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Demarcación de Aragón, pp. 137.
- [F9] Fletcher R., Reeves C.M. [1964] *Function Minimization by Conjugate Gradients*. Computer Journal, vol. 7, nº 2, pp. 149-154.
- [F10] Fletcher R. [1970] *A New Approach to Variable Metric Algorithms*. Computer Journal, vol. 13, pp. 317-322.
- [F11] Figura 3.4.2.2.1. Hernández S. [1990] *Métodos de Diseño Óptimo de Estructuras*. Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Demarcación de Aragón, pp. 182.
- [F12] Fleury C, Sander G. [1977] *Relations Between Optimality Criteria and Mathematical Programming in Structural Optimization*. Proceedings, Symposium on Applications of Computer Methods in Engineering, University of Southern California, pp. 507-520.
- [F13] Fleury C. [1979] *A Unified Approach to Structural Weight Minimization*. Comp. Meth. In Appl. Mech. And Eng. 20, pp. 17-38.
- [F14] Fleury C., Schmit L.A. [1980] *Dual Methods and Approximation Concepts in Structural Synthesis*. NASA CR 3226, 1, pp. 26-28.
- [F15] Figura 3.4.2.7.1. Hernández S. [1990] *Métodos de Diseño Óptimo de Estructuras*. Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Demarcación de Aragón, pp. 190.

- [F16] Figura 3.4.2.8.1. Hernández S. [1990] *Métodos de Diseño Óptimo de Estructuras*. Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Demarcación de Aragón, pp. 194.
- [G1] Goldfarb D. [1970] *A Family of Variables Metric Methods Derived by Variational Means*. Math. Comput., vol. 24, pp. 23-26.
- [G2] Grefenstette J.J. [1986] *Optimization of Control Parameters for Genetic Algorithms*. IEEE Trans. Syst., Man, Cyber. SMC-16, pp. 122-128.
- [H1] Hernández S. [1990] *Métodos de Diseño Óptimo de Estructuras*. Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Demarcación de Aragón.
- [H2] Haftka R.T., Gürdal Z., Kamat M.P. [1990] *Elements of Structural Optimization*. Kluwer Academic Publishers, 2<sup>nd</sup> edition.
- [H3] Holland J.H. [1998] *Adaptation in Natural and Artificial Systems: an Introductory Analysis with Applications to Biology, Control and Artificial Intelligence*. MIT Press, 5<sup>nd</sup> printing.
- [K1] Karmarkar N. [1984] *A New Polynomial-time Algorithm for Linear Programming*. Combinatoria 4.
- [K2] Kirkpatrick S., Gerlatt C.D.Jr., Vecchi M.P. [1983] *Optimization by Simulated Annealing*. Science 220, pp. 671-680.
- [K3] Kirkpatrick S., Gerlatt C.D.Jr., Vecchi M.P. [1982] *Optimization by Simulated Annealing*. IBM Research Report RC 9355.
- [M1] Moses F., Onoda S. [1969] *Minimum Weight Design of Structures with Application to Elastic Grillages*. International Journal of Numerical Methods in Engineering, vol. 1, pp. 311-331.
- [M2] Metropolis N., Rosenbluth A.W., Rosenbluth M.N., Teller A.H., Teller E. [1958] *Equations of State Calculations by Fast Computing Machines*. J. Chem. Phys. 21, pp. 1087-1092.
- [N1] Nieto F. [2006] *Análisis de Sensibilidad y Optimización Aerolástica de Puentes Colgantes en Entornos de Computación Distribuida*. Tesis doctoral de la Universidade da Coruña. Escola Técnica Superior de Enxeñeiros de Camiños, Canais e Portos.

- [P1] Perezzán J.C. [1999] *Análisis de Sensibilidad y Optimización de Estructuras de Barras de Nudos Rígidos en Teoría Lineal y no Lineal*. Tesis doctoral de la Universidade da Coruña. Escola Técnica Superior de Enxeñeiros de Camiños, Canais e Portos.
- [P2] Powell M.J.D. [1964] *An Efficient Method of Finding the Minimum of a Function of Several Variables without Calculating Derivates*. Comput J., vol. 7.
- [P3] Pincus M. [1970] *A Montecarlo Method for Approximate Solution of Certain Types of Constrained Optimization Problems*. Oper. Res. 18, pp. 1225-1228.
- [P4] Parks G.T. [1990] *An Intelligent Stochastic Optimization Routine for Nuclear Fuel Cycle Design*. Nucl. Technol. 89, pp. 233-246.
- [R1] Randelman R.E., Grest G.S. [1986] *N-City Traveling Salesman Problem – Optimization by Simulated Annealings*. J. Stat. Phys. 45, pp. 885-890.
- [S1] Shanno D.F. [1970] *Conditioning of Quasi-Newton Methods for Function Minimization*. Math. Comput., vol. 24, pp. 647-656.
- [V1] Vanderplaats G.N. [2001] *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design: With Applications*. 3<sup>nd</sup> edition. Vanderplaats Research & Development, inc. Colorado Springs.
- [V2] Vanderbilt D., Louie S.G. [1984] *A Monte Carlo Simulated Annealing Approach to Optimization over Continuous Variables*. J. Comput. Phys. 56, pp. 259-271.

## CAPÍTULO 4

# FORMULACIÓN DEL PROCESO DE OPTIMIZACIÓN DEL PICO DE LANZAMIENTO DE PUENTES LANZADOS

### 4.1 PLANTEAMIENTO GENERAL.

Si un puente lanzado se construyese sin ningún tipo de dispositivo frontal para la atenuación de las tensiones de lanzamiento, el momento flector en el tablero sobre el apoyo frontal cuando un vano completo estuviese en voladizo sería  $\frac{q \cdot L^2}{2}$ , siendo  $q$  el peso unitario de tablero y  $L$  la longitud del vano. Este valor es muy superior al momento de diseño para el resto del dintel, aproximadamente  $0.08 \cdot q \cdot L^2 = \frac{2 \cdot q \cdot L^2}{25}$ , que es el esfuerzo máximo que se produce en una viga continua de numerosos tramos iguales y con vanos extremos más cortos ( $\approx 0.8 \cdot L$ ). Si se opta por usar un pico de lanzamiento para reducir las tensiones en la zona frontal del tablero, éste será necesario a partir de la longitud crítica  $L_{cr}$ :

$$\frac{q \cdot L_{cr}^2}{2} = \frac{2 \cdot q \cdot L^2}{25} \Rightarrow L_{cr} = 0.4 \cdot L \quad (4.1)$$

El pico de lanzamiento es una prolongación del tablero y tiene por función básica la de reducir el momento flector que actúa sobre el dintel de hormigón en las configuraciones de voladizo cuando el método constructivo empleado es el lanzamiento por segmentos. El objetivo es conseguir alcanzar la pila siguiente con una estructura lo más ligera posible pero con una rigidez suficiente para que al apoyar sobre la pila, la reacción producida reduzca las flexiones en el tablero.

Las dimensiones y características mecánicas del pico de lanzamiento influyen en los esfuerzos que soporta la zona frontal del tablero de hormigón y, por lo tanto,



determinan su dimensionamiento. En este Capítulo 4 se pretende obtener el mejor pico de lanzamiento desde dos puntos de vista diferentes. En primer lugar, se considerará el planteamiento tradicionalmente utilizado que considera que el diseño óptimo del pico es aquel que consigue que el tablero de hormigón sufra el menor momento flector posible durante el lanzamiento. Un segundo punto de vista más preciso, y suponiendo que se conoce la sección transversal del tablero, será considerar que el pico de lanzamiento óptimo es el que logra que las tensiones de compresión sobre el hormigón sean lo más pequeñas posibles, a la vez que se limitan las tensiones de tracción usando el mínimo pretensado centrado.

A continuación se analiza el conjunto pico-tablero y se calculan las distribuciones de momentos flectores que se producen en la zona frontal del dintel de hormigón que, como se verá, es la zona influida por la presencia del pico de lanzamiento. Los esfuerzos así obtenidos serán los utilizados en la optimización para las dos alternativas planteadas.

Como ya se ha indicado en el Capítulo 2, el comportamiento del sistema elástico pico-tablero está gobernado por tres parámetros adimensionales que dependen de sus características geométricas y mecánicas:

- relación entre la longitud del pico y la del vano del tablero:  $\alpha_L = L_n / L$ ,
- relación entre los pesos unitarios del pico y del tablero:  $\alpha_q = q_n / q$ ,
- relación entre las rigideces a flexión del pico y del tablero:  $\alpha_{EI} = E_n \cdot I_n / E \cdot I$ .

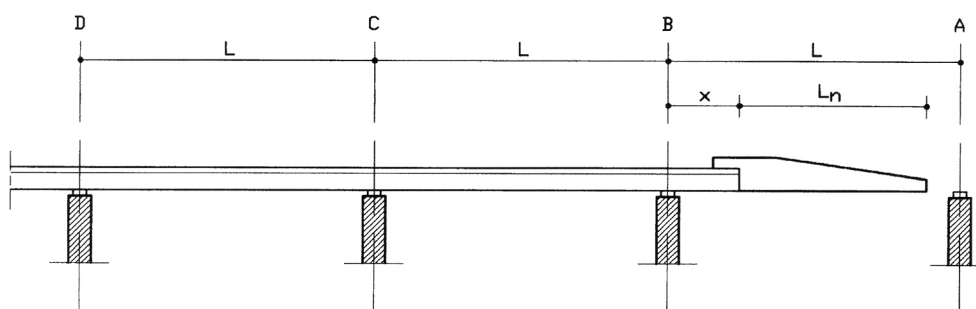


Figura 4.1.1. Sistema elástico pico-tablero durante la primera fase de lanzamiento <sup>[F1]</sup>.

A fin de desarrollar un modelo teórico que represente la interacción entre tablero y pico de lanzamiento, se consideran las siguientes hipótesis:

- todos los vanos del puente son iguales y de luz  $L$ ,
- el número de vanos detrás del apoyo C (Figura 4.1.1) es grande, de modo que se puede asimilar el tablero a una viga continua de infinitos vanos iguales,
- el pico tiene peso unitario y rigidez constantes, despreciándose la variación de canto,
- el tablero tiene peso unitario y rigidez constantes, a pesar de que en la zona frontal haya un pretensado centrado más intenso,
- no se consideran las cargas provocadas por el peso de diafragmas o gradientes térmicos. Aunque estos efectos deben ser considerados en un estudio general del diseño del puente, no variarán significativamente la solución resultante del pico de lanzamiento.

Se define el avance del tablero con la distancia  $x$  desde el apoyo B hasta el extremo frontal del tablero (Figura 4.1.1). Usando el parámetro adimensional  $\alpha = x/L$  se pueden establecer dos fases diferentes desde  $x=0$  hasta  $x=L$ .

En la primera fase ( $0 \leq \alpha < 1 - L_n/L$ ) el extremo frontal del tablero y el pico de lanzamiento están en voladizo, de modo que el momento flector en el apoyo B puede determinarse isostáticamente y no depende de la rigidez del sistema:

$$\frac{M_B^*}{q \cdot L^2} = \frac{\alpha^2}{2} + \alpha_q \cdot \alpha_L \cdot \left( \alpha + \frac{\alpha_L}{2} \right) \quad (4.2)$$

En la segunda fase ( $1 - L_n/L \leq \alpha \leq 1$ ) el extremo frontal del pico alcanza y sobrepasa la pila A en frente de la pila B (Figura 4.1.2) y el momento flector en el apoyo B en esta fase puede calcularse como:

$$\frac{M_B}{q \cdot L^2} = \frac{M_B^*}{q \cdot L^2} - \frac{R_A}{q \cdot L} = \frac{\alpha^2}{2} + \alpha_q \cdot \alpha_L \cdot \left( \alpha + \frac{\alpha_L}{2} \right) - \frac{R_A}{q \cdot L} \quad (4.3)$$

siendo  $R_A$  la reacción vertical en el apoyo A, que se alcanza al recuperar la deflexión del extremo frontal del pico de lanzamiento hasta realinearlo con el perfil teórico del tablero y así poder proseguir con el deslizamiento, y vale:

$$\frac{R_A}{q \cdot L} = \frac{\left( \frac{k_5 + k_4}{k_3 + k_1} \cdot k_2 - k_4 - k_8 \right) \cdot \frac{L}{q \cdot L^2} + \frac{k_7}{2} \cdot \alpha_q \cdot (\alpha_L + \alpha - 1)^2}{k_1 + k_6 - \frac{k_2^2}{k_3 + k_1}} + \frac{\alpha^2}{2} + \alpha_q \cdot \alpha_L \cdot \left( \alpha + \frac{\alpha_L}{2} \right) \quad (4.4)$$

donde:

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{L}{3 \cdot E \cdot I} & k_2 &= \frac{L}{6 \cdot E \cdot I} & k_3 &= \frac{L}{2 \cdot \sqrt{3} \cdot E \cdot I} & k_4 &= \frac{q \cdot L^3}{24 \cdot E \cdot I} & k_5 &= \frac{q \cdot L^3}{24 \cdot \sqrt{3} \cdot E \cdot I} \\ k_6 &= \frac{L}{3 \cdot E \cdot I} \cdot \left[ 1 + \left( \frac{L}{\alpha_{EI}} - 1 \right) \cdot (1 - \alpha)^3 \right] \\ k_7 &= \frac{L}{E \cdot I} \cdot \left[ \alpha^2 \cdot \left( \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{3} \right) + \frac{1}{\alpha_{EI}} \cdot \left( \frac{1}{6} - \frac{\alpha^2}{2} + \frac{\alpha^3}{3} \right) \right] \\ k_8 &= \frac{q \cdot L^3}{2 \cdot E \cdot I} \cdot \left\{ \left[ \alpha \cdot (2 - \alpha) + \alpha_q \cdot (1 - \alpha)^2 \right] \cdot \left( \frac{\alpha^2}{2} - \frac{\alpha^3}{3} \right) - \left( \frac{\alpha^3}{3} - \frac{\alpha^4}{4} \right) \right\} + \\ &\quad + \frac{q \cdot L^3}{24 \cdot E \cdot I} \cdot \frac{1}{\alpha} \cdot \left[ 4 \cdot \alpha^2 \cdot (1 - \alpha)^3 + \alpha_q \cdot (4 \cdot \alpha^5 - 15 \cdot \alpha^4 + 20 \cdot \alpha^3 - 10 \cdot \alpha^2 + 1) \right] \end{aligned} \quad (4.5)$$

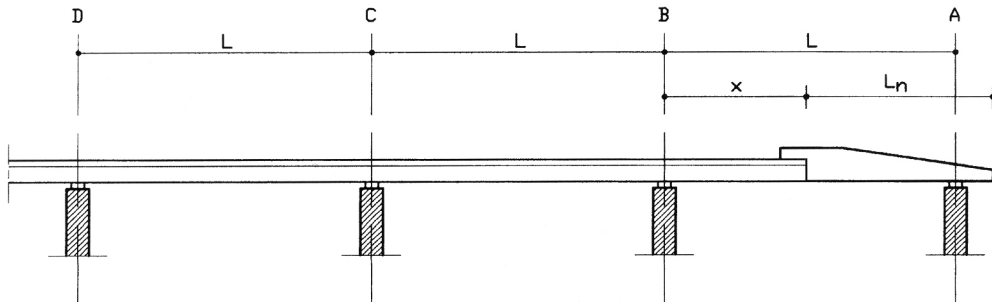


Figura 4.1.2. Sistema elástico pico-tablero durante la segunda fase de lanzamiento <sup>[F2]</sup>.

La ecuación (4.3) muestra que para que el pico de lanzamiento sea efectivo, es decir, para que se reduzca el momento flector en el apoyo B ( $M_B$ ), se deben satisfacer a la vez dos requisitos, contradictorios *a priori*, que son reducir el momento de voladizo  $M_B^*$  y asegurar elevados valores de  $R_A$ :

- por un lado, el pico debe ser ligero y largo para reducir  $M_B^*$ , y lograr que la parte del tablero de hormigón en voladizo, más pesada que el pico de acero, sea tan corta como sea posible, y

- por otro lado, el pico debe ser rígido para que la recuperación de la deflexión elástica produzca un elevado valor de la reacción  $R_A$  que aumenta conforme progresa el lanzamiento.

El momento flector en el tercer apoyo C se puede obtener a partir de  $M_B$  con la siguiente expresión:

$$\frac{M_C}{q \cdot L^2} = \frac{k_5 + k_4}{k_3 + k_1} \cdot \frac{I}{q \cdot L^2} - \frac{k_2}{k_3 + k_1} \cdot \frac{M_B}{q \cdot L^2} \quad (4.6)$$

Los mínimos momentos flectores negativos\* en los vanos A-B y B-C son respectivamente:

$$\frac{M_{A-B}^{min}}{q \cdot L^2} = -\frac{R_A}{q \cdot L} \cdot (1 - \alpha - \alpha_q \cdot \alpha_L) - \frac{I}{2} \cdot \left( \frac{R_A}{q \cdot L} \right)^2 - \frac{I}{2} \cdot \alpha_q \cdot \alpha_L^2 \cdot (\alpha_q - 1) \quad (4.7)$$

$$\frac{M_{B-C}^{min}}{q \cdot L^2} = -\frac{I}{2} \cdot \left( \frac{M_C}{q \cdot L^2} - \frac{M_B}{q \cdot L^2} + \frac{I}{2} \right)^2 - \frac{M_B}{q \cdot L^2} \quad (4.8)$$

Para analizar la evolución de los esfuerzos más representativos en la zona delantera del tablero durante el lanzamiento, se estudiará un ejemplo concreto en el que la relación entre pesos unitarios de pico y tablero es  $q_n / q = 0.1$  y se usa un pico de lanzamiento con  $L_n / L = 0.8$ .

La Figura 4.1.3 muestra la evolución del momento flector en B y se observa que para la primera fase de lanzamiento ( $0 \leq \alpha < 0.2$ ) el momento no es dependiente de la rigidez del sistema tablero-pico, mientras que sí lo es para valores mayores de  $\alpha$ , tendiendo al final del paso de lanzamiento, cuando  $\alpha = 1$ , a un valor independiente de la rigidez relativa que se denominará  $M_B^{FIN}$ :

$$\frac{M_B^{FIN}}{q \cdot L^2} = 0.106 - 0.134 \cdot \alpha_q \cdot \alpha_L^2 \quad (4.9)$$

---

\* Se consideran momentos flectores positivos los que producen tracciones en la fibra superior de la sección transversal y compresiones en la inferior.

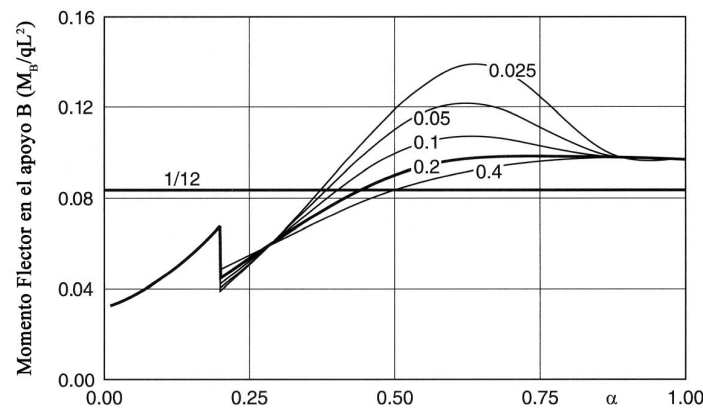


Figura 4.1.3. Valores de  $M_B$  para  $q_n/q=0.1$  y  $L_n/L=0.8$  [F3 y elaboración propia].

Para los mismos valores, la progresión de  $M_C$  (Figura 4.1.4) muestra que, independientemente de la longitud de la nariz, la recuperación de la deflexión elástica hace que  $M_C$  tienda a una única curva, con un valor que es ligeramente menor que el momento flector en uno de los apoyos interiores de una viga continua de muchos vanos (que se corresponde aproximadamente con la línea representada por  $1/12$ ).

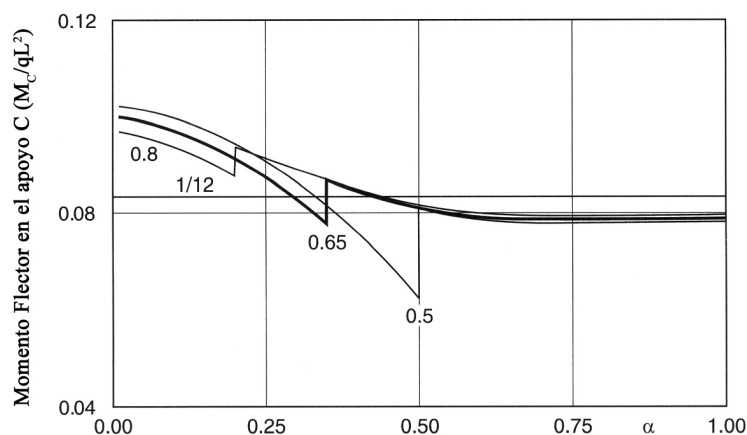


Figura 4.1.4. Evolución de  $M_C$  para  $q_n/q=0.1$  y diferentes valores de  $L_n/L$  [F4 y elaboración propia].

También para el ejemplo indicado, la Figura 4.1.5 ilustra la evolución de los momentos flectores negativos en el vano frontal  $M_{A-B}^{min}$  durante el lanzamiento. Se observa que el mínimo momento flector obtenido es independiente de la rigidez a flexión del pico, y este comportamiento es similar para cualquier longitud de pico, con lo que se puede concluir que la rigidez a flexión del pico no determina el comportamiento de los momentos negativos  $M_{AB}$  del sistema.

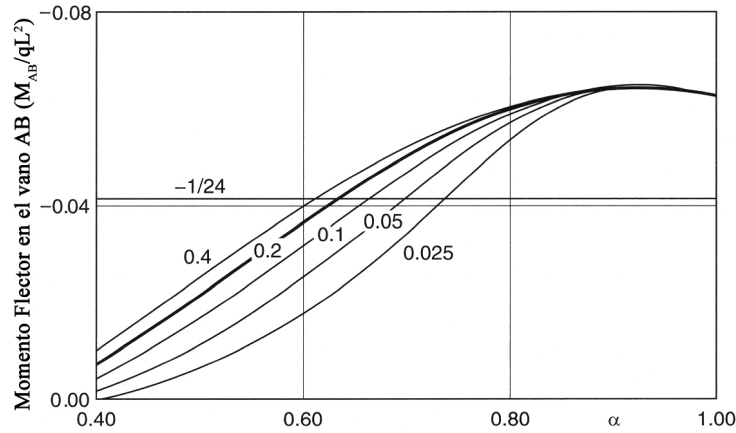


Figura 4.1.5. Evolución del mínimo momento negativo  $M_{AB}$  en el vano frontal para  $L_n/L=0.8$  y  $q_n/q=0.1$  según  $E_n I_n/EI$  [F5 y elaboración propia].

La evolución del mínimo momento flector en el vano B-C merece la pena observarse en función de la rigidez del pico de lanzamiento. La Figura 4.1.6 muestra que para picos de lanzamiento suficientemente rígidos  $\alpha_{EI} \geq 0.1$ , el mínimo momento flector varía durante el lanzamiento hasta casi estabilizarse a partir de valores de  $\alpha$  superiores a  $\alpha = 0.5$ . Por ello, la interacción pico-tablero se percibe durante una longitud que es la suma de la del vano B-C y el valor de  $\alpha \cdot L$  correspondiente, es decir, aproximadamente  $1.5 \cdot L$ . Cuando el pico de lanzamiento es muy flexible, el mínimo momento flector varía durante el lanzamiento y sólo se estabiliza muy al final del mismo, de modo que la interacción pico-tablero se percibe durante una longitud del orden de  $2 \cdot L$ . Ambas situaciones son similares a la que se menciona para el momento flector en el apoyo C, es decir,  $M_C$  (Figura 4.1.4).

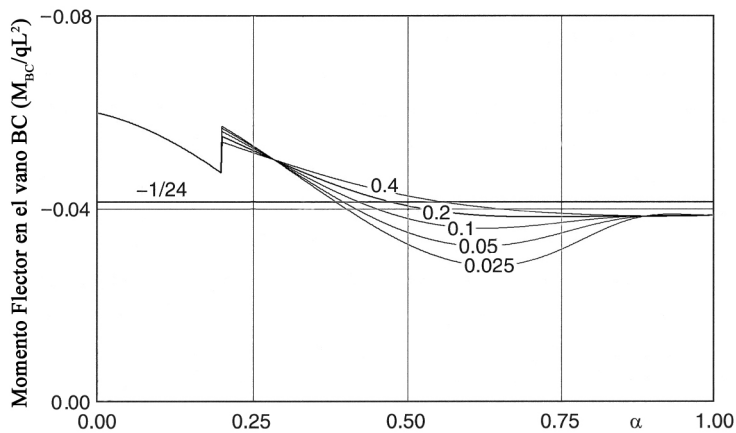


Figura 4.1.6. Evolución del mínimo momento negativo  $M_{BC}$  para  $L_n/L=0.8$  y  $q_n/q=0.1$  según  $E_n I_n/EI$ .

Independientemente de la rigidez o la longitud del pico, la curva de  $M_{B-C}^{min}$  se estabiliza en un valor que es ligeramente mayor que el mínimo momento negativo del interior de un vano de una viga continua de numerosos vanos lejos de un extremo (que se corresponde aproximadamente con la línea representada por  $-1/24$ ).

Autores como Rosignoli<sup>[R1] [R2] [R3]</sup>, Sasmal<sup>[S1] [S2]</sup>, Manterola<sup>[M1]</sup> o Iglesias<sup>[I1] [I2]</sup> resolvieron el problema de obtención del pico de lanzamiento más eficiente mediante el método de prueba y error. Esta forma de proceder puede considerarse como una mejora del diseño inicial, pero puede perfeccionarse mediante técnicas de optimización.

En los próximos apartados se analizarán diversas formas de abordar la optimización del pico de lanzamiento. Partiendo desde suposiciones clásicas se llevará a cabo una optimización matemática rigurosa, para posteriormente realizar importantes mejoras al desmontar algunas de las hipótesis iniciales.

## 4.2 OPTIMIZACIÓN POR EQUIPARACIÓN DE LOS VALORES MÁXIMOS DEL MOMENTO FLECTOR DEL TABLERO SOBRE LA PILA FRONTAL.

En el Capítulo 2 se vio que el diseño más adecuado del pico de lanzamiento se encuentra entre dos situaciones extremas. Si el pico es demasiado corto conduce a un sobredimensionamiento del tablero porque el momento flector en las situaciones de voladizo es excesivamente grande (Figura 4.2.1). Por otro lado, si el pico es demasiado largo ese momento flector en la segunda fase, cuando el pico de lanzamiento apoya sobre la pila frontal, es innecesariamente elevado y de nuevo conduce a un sobredimensionamiento del dintel.

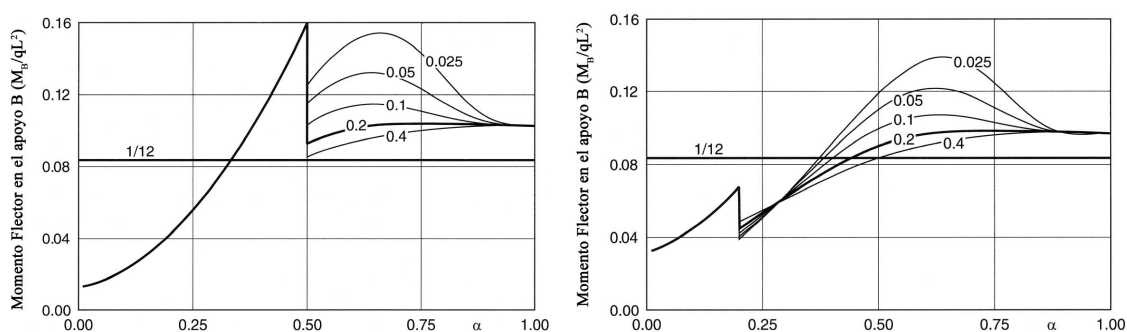


Figura 4.2.1. Valores de  $M_B$  para  $q_n/q=0.1$ . Pico corto  $L_n/L=0.5$ . Pico largo  $L_n/L=0.8$  [F6 y elaboración propia].

En una primera aproximación al problema de optimización del pico de lanzamiento de un puente lanzado se supondrá como longitud óptima del pico, para una relación de pesos unitarios conocida ( $\alpha_q = q_n / q = cte$ ), aquella que minimiza el esfuerzo flector sobre el apoyo B del tablero e iguala el máximo en la primera fase  $M_B(1 - \alpha_L)$  (momento de máximo voladizo) con el máximo de la segunda fase, eligiendo adecuadamente la rigidez relativa. Es decir, se pretende minimizar el momento flector del tablero sobre la pila frontal, *equiparando* o igualando, el valor máximo en la primera fase con el de la segunda.

Con estos planteamientos y según la formulación matemática de optimización del diseño expuesta en el Capítulo 3, el pico de lanzamiento óptimo puede establecerse del siguiente modo:

- Parámetros fijos:  $q, L, E \cdot I, q_n$
- Variables de diseño:  $\alpha = \frac{x}{L}, \alpha_L = \frac{L_n}{L}, \alpha_{EI} = \frac{E_n \cdot I_n}{E \cdot I}$
- Función objetivo:  $\minmax \left[ M_B^{fase1}(1 - \alpha_L) = M_B^{fase2}(\alpha) \right]$

donde  $M_B^{fase1}$  y  $M_B^{fase2}$  son las distribuciones del momento flector en el apoyo B en las fase 1 ( $0 \leq \alpha < 1 - L_n/L$ ) y fase 2 ( $1 - L_n/L \leq \alpha \leq 1$ ), respectivamente.

Este problema de optimización se puede resolver mediante uno equivalente como:

$$\min F = [f_1 - f_2]^2 \quad (4.10)$$

sujeto a las condiciones:

$$\begin{aligned} 1 - \alpha_L \leq \alpha \leq 1 \quad & \begin{cases} g_1 = 1 - \alpha_L - \alpha \leq 0 \\ 0 \leq \alpha \leq 1 \end{cases} \\ 0 \leq \alpha_L \leq 1 \\ 0 \leq \alpha_{EI} \leq 1 \end{aligned} \quad (4.11)$$

donde:



$$f_1 = \frac{M_B^*(\alpha = 1 - \alpha_L)}{q \cdot L^2} = \frac{(1 - \alpha_L)^2}{2} + \alpha_q \cdot \alpha_L \cdot \left(1 - \frac{\alpha_L}{2}\right) \quad (4.12)$$

$$f_2 = \frac{M_B(\alpha)}{q \cdot L^2} \quad 1 - \alpha_L \leq \alpha \leq 1 \quad (4.13)$$

Si se resuelve el problema anterior mediante el método de las direcciones eficientes<sup>[H1]</sup>, el resultado para el caso concreto  $\alpha_q = q_n / q = 0.1$  es:

$$\alpha = \frac{x}{L} = 0.924 \quad \alpha_L = \frac{L_n}{L} = 0.666 \quad \alpha_{EI} = \frac{E_n \cdot I_n}{E \cdot I} = 0.323 \quad \frac{M_B}{q \cdot L^2} = 0.1003 \quad (4.14)$$

Gráficamente el resultado óptimo con las suposiciones consideradas es el siguiente:

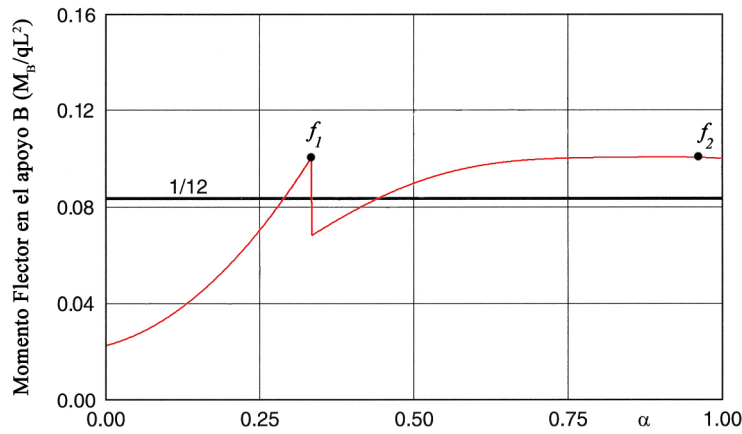


Figura 4.2.2. Distribución óptima de  $M_B$  para  $q_n/q=0.1$ .

Un resultado similar a éste fue obtenido mediante la técnica de prueba y error por Rosignoli<sup>[R1] [R2] [R3]</sup> (Figura 4.2.3), sin embargo, su solución carece de la precisión y fiabilidad obtenidas mediante la optimización matemática. Los parámetros del pico eficiente de lanzamiento obtenidos por Rosignoli son:

$$\alpha = \frac{x}{L} = 1 \quad \alpha_L = \frac{L_n}{L} = 0.65 \quad \alpha_{EI} = \frac{E_n \cdot I_n}{E \cdot I} = 0.2 \quad \frac{M_B}{q \cdot L^2} = 0.1051 \quad (4.15)$$

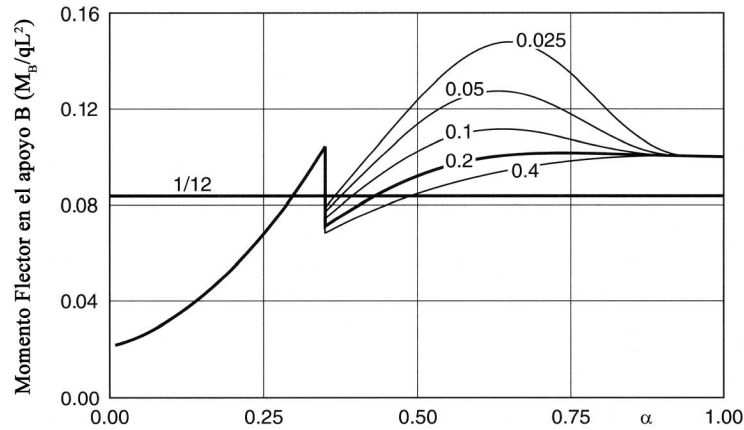


Figura 4.2.3. Distribución de  $M_B$  del pico eficiente según Rosignoli ( $q_n/q=0.1$ ) [F7 y elaboración propia].

Análogamente a la Figura 4.2.3 puede presentarse la distribución de  $M_B$  para el valor óptimo de la longitud del pico de lanzamiento  $\alpha_L = 0.666$  y diferentes valores de la rigidez a flexión del mismo,  $\alpha_{EI}$ . Ello se observa en la Figura 4.2.4, que aunque es similar a la generada por Rosignoli, los resultados no son idénticos y muestra que al final del proceso de lanzamiento el valor de  $M_B$  no es constante, sino que presenta un pequeño máximo local, que no cambia aunque se aumente el valor de la rigidez a flexión relativa  $\alpha_{EI}$ .

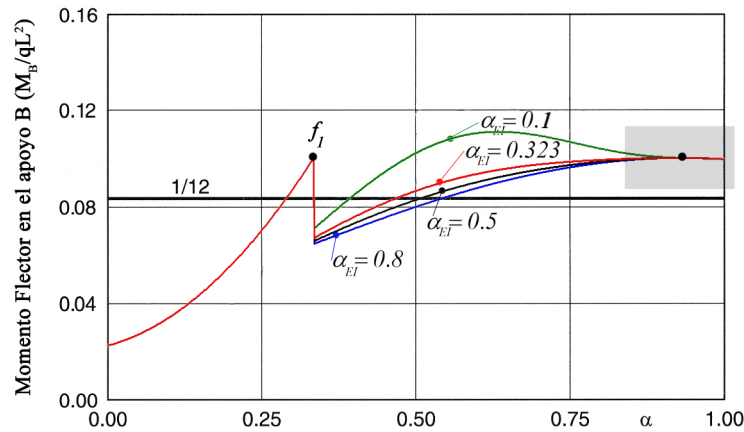


Figura 4.2.4. Distribución de  $M_B$  para  $q_n/q=0.1$  y el valor óptimo  $\alpha_L=0.666$ .

Volviendo a la Figura 4.2.3, la solución obtenida por Rosignoli consiste en elegir entre las curvas de  $M_B$  que son monótonamente crecientes en la segunda fase de lanzamiento, aquella que corresponde al pico de lanzamiento de menor rigidez a flexión, lo que en el ejemplo corresponde a  $\alpha_{EI} = 0.2$ . Ello es correcto dado que si se eligiese otra curva con mayor valor de  $\alpha_{EI}$ , aunque también creciente monótonamente, como

por ejemplo  $\alpha_{EI} = 0.4$ , el coste del pico de lanzamiento sería más elevado. Por otra parte, valores de  $\alpha_{EI} < 0.2$  no son solución del problema.

Realmente, el problema planteado por Rosignoli, con picos muy flexibles, puede presentar dos máximos en la segunda fase de lanzamiento, que se definen como  $f_2$  y  $f_2'$  en la Figura 4.2.5 para una longitud de pico  $\alpha_L = 0.9$ . Aunque el segundo de ellos,  $f_2'$ , no había sido apreciado por este investigador. El otro, correspondiente a  $f_2$ , desaparece al aumentar la rigidez a flexión relativa del pico.

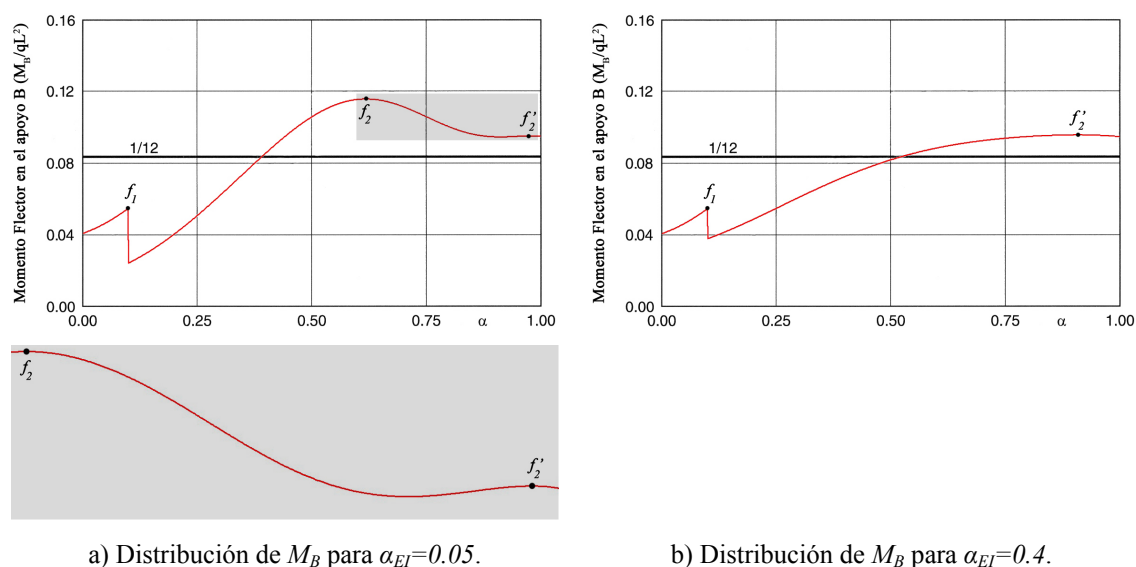


Figura 4.2.5. Distribución de  $M_B$  para  $q_n/q=0.1$  y  $\alpha_L=0.9$ .

El comentario anterior resulta necesario para reflexionar sobre el significado de la formulación de diseño óptimo definida en las ecuaciones (4.10) y (4.11). Puesto que el objetivo es igualar el valor del máximo momento flector  $M_B$  en las fases 1 y 2 de lanzamiento, ello puede lograrse haciendo que  $f_1$  iguale al mayor de los máximos de la fase 2, es decir al punto  $f_2$  de la Figura 4.2.5a, o al único máximo de la Figura 4.2.5b.

De hecho, siguiendo con el ejemplo en el que  $\alpha_q = q_n / q = 0.1$ , las dos soluciones que se obtienen aparecen en las figuras siguientes. En la Figura 4.2.6 se muestran el diseño inicial y el resultado de la formulación de (4.10) y (4.11), comenzando el proceso con un pico de lanzamiento corto y flexible. Igualmente en la Figura 4.2.7 aparece el mismo tipo de información cuando el dimensionamiento inicial fuese un pico de lanzamiento largo y flexible.

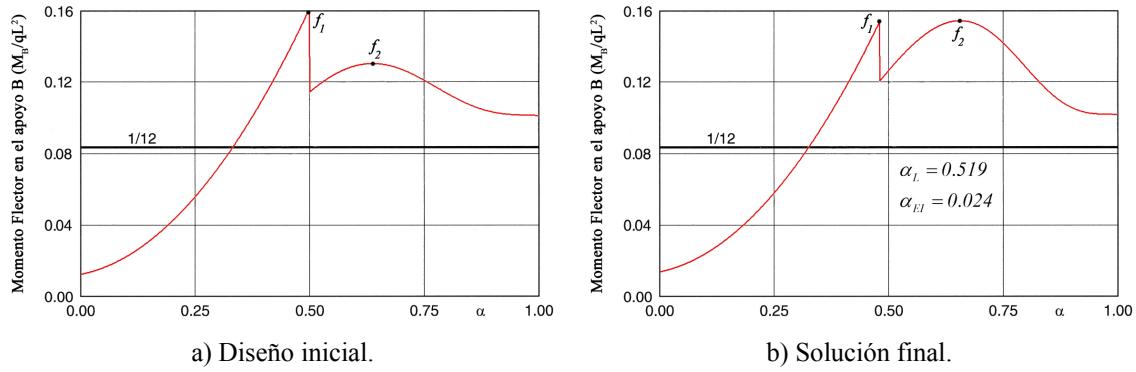


Figura 4.2.6. Distribución de  $M_B$  con  $q_n/q=0.1$  y valores iniciales  $\alpha_L = 0.5$ ,  $\alpha_{EI}=0.05$ .

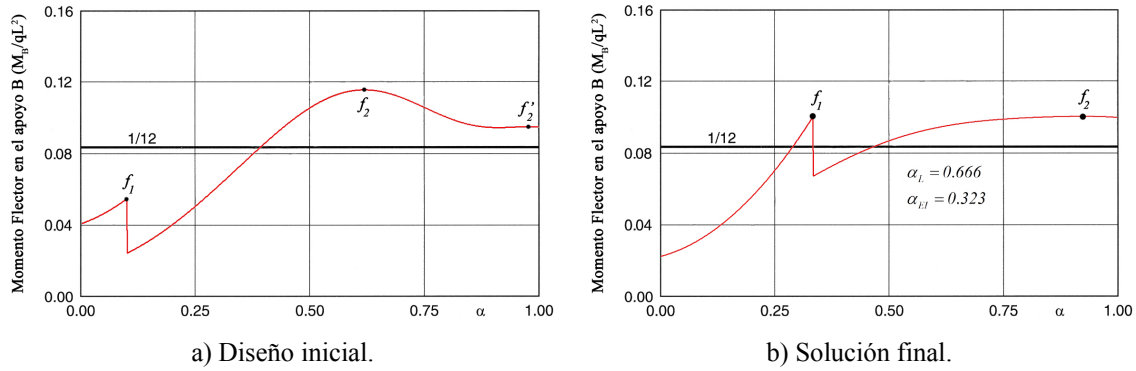


Figura 4.2.7. Distribución de  $M_B$  con  $q_n/q=0.1$  y valores iniciales  $\alpha_L = 0.9$ ,  $\alpha_{EI}=0.05$ .

En ambos casos la solución satisface que  $f_1 = f_2$  pero es evidente que en la Figura 4.2.6 el valor común de ambos, que es  $f_1 = f_2 = 0.1541$  es superior al de la Figura 4.2.7, en el que  $f_1 = f_2 = 0.1003$ . En consecuencia, sólo este último es la solución del problema por ser de menor valor, ya que eso es lo que se deseaba. Por ello, y esto es una conclusión importante, resulta muy conveniente que el proceso de optimización se inicie con un pico de lanzamiento cuyas características sean gran longitud y pequeña rigidez a flexión.

Queda por aclarar por qué se ha elegido un pico de lanzamiento inicial muy flexible. Ello se debe a que como se observa en la Figura 4.2.3 y Figura 4.2.4 cuando el pico tiene gran rigidez a flexión sólo existe un máximo en la fase 2, y su valor es prácticamente independiente del valor de la rigidez, como también se puede apreciar en las figuras. En consecuencia, el algoritmo de optimización no modifica el valor de la rigidez relativa en el proceso.

Por lo tanto, queda comprobado que la técnica de prueba y error para mejorar el diseño no es un procedimiento ni riguroso ni fiable. En el ejemplo anterior, aunque las

soluciones obtenidas por prueba y error y por optimización matemática tengan cierta similitud suponen importantes diferencias constructivas en un pico de lanzamiento, pues pequeñas variaciones de la rigidez a flexión pueden suponer relevantes cambios de canto y de espesores de chapas. También es destacable la conveniencia de elegir un diseño inicial adecuado. Ello no desmerece las ventajas de las técnicas de optimización, pues su objetivo no es eliminar la presencia del proyectista, sino ayudarle en las tareas tediosas y mejorar sus habilidades de diseño.

### 4.3 OPTIMIZACIÓN POR MINIMIZACIÓN DEL MOMENTO FLECTOR DEL TABLERO SOBRE LA PILA FRONTAL.

En el proceso de optimización expresado en (4.10) y (4.11) se parte de la suposición de que en el diseño óptimo el momento flector representativo de la primera fase de lanzamiento tiene que ser igual al de la segunda fase. Este planteamiento heurístico se basa en la intuición del proyectista y aunque sea razonable, debe ser cuestionado.

Para comprobar la validez de la suposición anterior y hacer más general el proceso de optimización del pico de lanzamiento de un puente lanzado se plantea un nuevo problema. Para una relación de pesos unitarios conocida ( $\alpha_q = q_n / q = cte$ ) y sin otros condicionantes, se supondrá que el diseño óptimo del pico es aquel que minimiza el momento flector del tablero sobre la pila frontal, definiéndose el problema de optimización de la siguiente forma:

- Parámetros fijos:  $q, L, E \cdot I, q_n$
- Variables de diseño:  $\alpha = \frac{x}{L}, \alpha_L = \frac{L_n}{L}, \alpha_{EI} = \frac{E_n \cdot I_n}{E \cdot I}$
- Función objetivo:  $\minmax \left[ M_B^{fase1}(1 - \alpha_L), M_B^{fase2}(\alpha) \right]$

Se busca que los máximos momentos en B en la primera y en la segunda fase sean mínimos. De este modo, este problema de optimización se convierte en una minimización de máximos o problema de *minmax*. Para resolverlo se define una nueva variable de diseño  $\alpha_\gamma$  y se plantea:

$$\min \alpha_\gamma \quad (4.16)$$

sujeto a las condiciones:

$$\begin{aligned} g_1 &= f_1 - \alpha_\gamma \leq 0 & 0 \leq \alpha_L \leq 1 \\ g_2 &= f_2 - \alpha_\gamma \leq 0 & 0 \leq \alpha_{EI} \leq 1 \\ 1 - \alpha_L \leq \alpha \leq 1 & \begin{cases} g_3 = 1 - \alpha_L - \alpha \leq 0 \\ 0 \leq \alpha \leq 1 \end{cases} & 10^{-2} \leq \alpha_\gamma \leq 10^2 \end{aligned} \quad (4.17)$$

siendo:

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{M_B^{fase1}(1 - \alpha_L)}{q \cdot L^2} \\ f_2 &= \frac{M_B^{fase2}(\alpha)}{q \cdot L^2} \quad 1 - \alpha_L \leq \alpha \leq 1 \end{aligned} \quad (4.18)$$

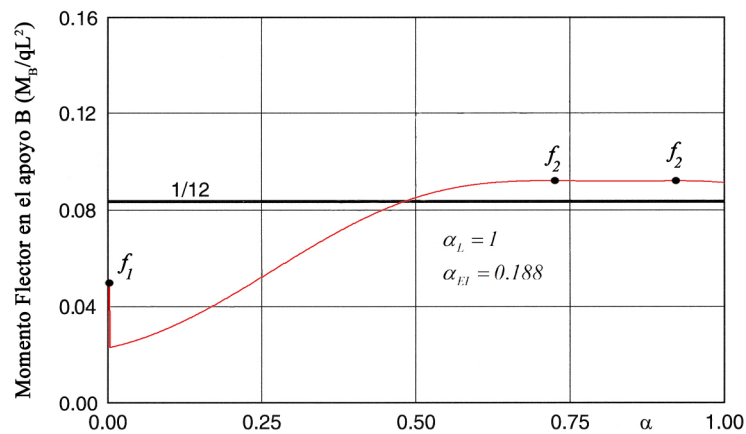
Resolviendo el problema anterior mediante el método de las direcciones eficientes, el resultado para el caso  $\alpha_q = q_n / q = 0.1$  es:

$$\alpha_L = \frac{L_n}{L} = 1 \quad \alpha_{EI} = \frac{E_n \cdot I_n}{E \cdot I} = 0.188 \quad \frac{M_B}{q \cdot L^2} = 0.0931 \quad (4.19)$$

que se obtiene para dos momentos diferentes de la fase de lanzamiento:

$$\alpha = \frac{x}{L} = 0.721 \quad \alpha = \frac{x}{L} = 0.923 \quad (4.20)$$

Se observa como con un planteamiento tipo *minmax* se consigue mejorar el resultado obtenido mediante equiparación en (4.14), disminuyendo el máximo momento flector en el apoyo B. Ahora los valores representativos de la primera fase  $f_1$  y de la segunda  $f_2$  no son iguales, contradiciendo la intuición previa que planteaba su equiparación. En la Figura 4.3.1 se representa la distribución óptima del momento flector en B obtenida al resolver un problema *minmax*. Nótese que existen dos instantes diferentes durante la segunda fase de lanzamiento en los que se alcanza el máximo esfuerzo flector  $f_2$ .

Figura 4.3.1. Distribución óptima de  $M_B$  para  $q_n/q=0.1$ .

Para la resolución del problema de *minmax* mediante el método de direcciones eficientes deben realizarse las mismas consideraciones acerca del diseño inicial y de la rigidez del pico de lanzamiento ya establecidas para el problema de equiparación. El algoritmo debe partir de un diseño inicial con un pico largo y flexible por los motivos ya expuestos.

Los resultados muestran que el diseño óptimo es aquel en el que el pico de lanzamiento tiene la misma longitud que un vano completo (Figura 4.3.2). De este modo, en ningún momento durante el avance habrá una parte del tablero de hormigón en voladizo, lográndose alcanzar la pila siguiente con una estructura en ménsula lo más ligera posible, pero que ha de tener una rigidez adecuada.

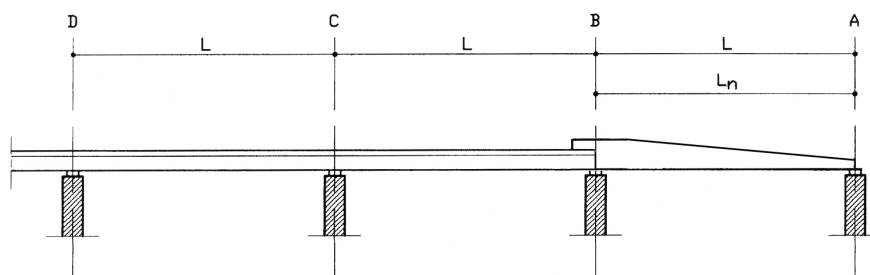


Figura 4.3.2. Sistema elástico pico-tablero optimizado [F8 y elaboración propia].

Este resultado es poco realista, ya que un pico de lanzamiento de gran longitud necesariamente requeriría un peso unitario y una rigidez a flexión relativamente elevados. Ello no aparece en la solución obtenida porque el planteamiento clásico no tiene en cuenta la necesaria relación que debe existir entre esas dos propiedades del pescante y la longitud del mismo.

Consecuentemente, el paso siguiente es progresar un poco en el proceso de definición realista del diseño del pico relajando algunas condiciones. Así, si al problema de optimización planteado anteriormente se añadiese una nueva variable de diseño  $\alpha_q = q_n / q$ , de modo que no se considerase como un parámetro fijo el peso unitario del pico de lanzamiento, se tendría un nuevo problema que se establecería como:

- Parámetros fijos:  $q, L, E \cdot I$
- Variables de diseño:  $\alpha = \frac{x}{L}$ ,  $\alpha_L = \frac{L_n}{L}$ ,  $\alpha_{EI} = \frac{E_n \cdot I_n}{E \cdot I}$ ,  $\alpha_q = \frac{q_n}{q}$
- Función objetivo:  $\minmax \left[ M_B^{fase1}(1 - \alpha_L), M_B^{fase2}(\alpha) \right]$

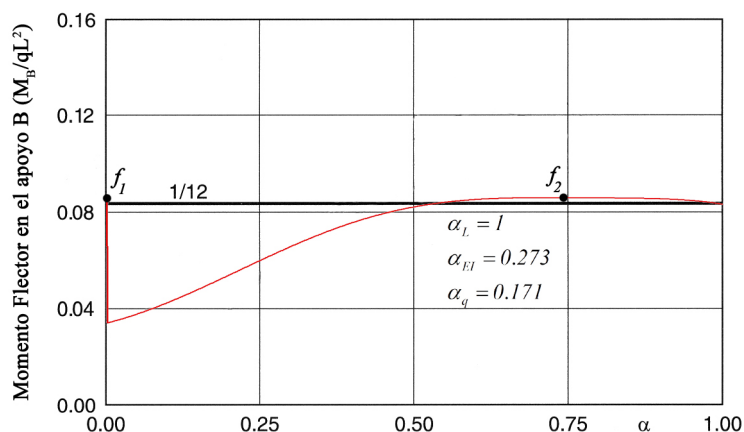
De nuevo, la minimización del esfuerzo flector del tablero sobre la pila frontal se convierte en un problema de minimización de máximos o de *minmax*, que se resuelve según (4.16) y (4.17), más una nueva condición:  $0 \leq \alpha_q \leq 1$ . La solución obtenida mediante el método de las direcciones eficientes es:

$$\alpha = 0.729 \quad \alpha_L = 1 \quad \alpha_{EI} = 0.273 \quad \alpha_q = \frac{q_n}{q} = 0.171 \quad \frac{M_B}{q \cdot L^2} = 0.0855 \quad (4.21)$$

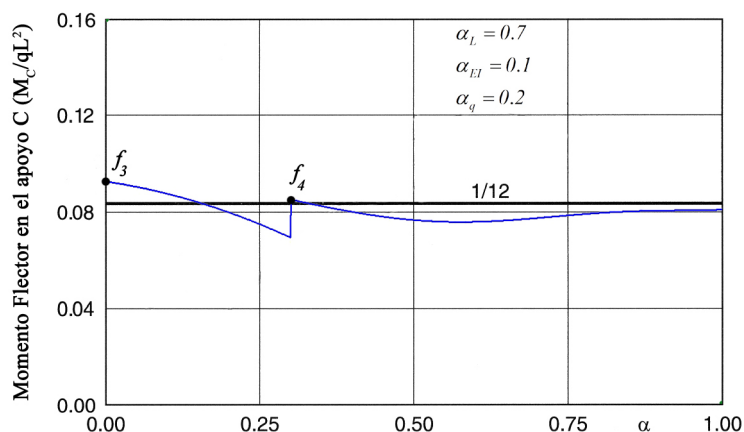
En la Figura 4.3.3 se observa que el momento flector de diseño resultante es muy similar al esfuerzo sobre un apoyo de una viga continua de muchos vanos, y de nuevo el valor representativo de la primera fase  $f_1$  se iguala al de la segunda etapa  $f_2$ . La nueva solución del proceso de optimización no modifica la longitud del pico de lanzamiento respecto al problema anterior, pero tiene el efecto de disminuir el valor del máximo momento flector en la sección de apoyo frontal del puente.

A los análisis anteriores habría que añadir una consideración más. En todos ellos se ha asumido que el esfuerzo más limitante para el diseño del tablero de un puente lanzado incrementalmente es el momento flector sobre el apoyo B, sin embargo, para ciertos valores de los parámetros mecánicos del pico de lanzamiento el momento más elevado se puede producir sobre el apoyo C.




 Figura 4.3.3. Distribución óptima de  $M_B$ .

En la Figura 4.3.4 se muestra la distribución del momento flector en C para los valores de  $\alpha_L$ ,  $\alpha_{EI}$  y  $\alpha_q$  que se indican en la misma. Cabe añadir que el aspecto de la curva es el que se observa, en general, para unas propiedades mecánicas cualesquiera del pico de lanzamiento. El máximo  $M_C$  en la primera fase siempre se produce para  $\alpha = 0$ , mientras que el máximo en la segunda fase puede producirse en cualquier punto con  $1 - \alpha_L \leq \alpha \leq 1$ .


 Figura 4.3.4. Distribución general de  $M_C$ .

Se definen los valores representativos máximos del momento flector en el apoyo C en la primera y segunda fase de lanzamiento respectivamente como:

$$\begin{aligned}
 f_3 &= \frac{M_C(0)}{q \cdot L^2} \\
 f_4 &= \frac{M_C(\alpha)}{q \cdot L^2} \quad 1 - \alpha_L \leq \alpha \leq 1
 \end{aligned}
 \tag{4.22}$$

Para el diseño obtenido en (4.21), el momento flector  $M_C$  (Figura 4.3.5) es mayor que  $M_B$ , luego esta consideración debería haber estado presente en el problema de optimización:

$$\frac{M_C}{q \cdot L^2} = 0.0967 \geq \frac{M_B}{q \cdot L^2} = 0.0855 \quad (4.23)$$

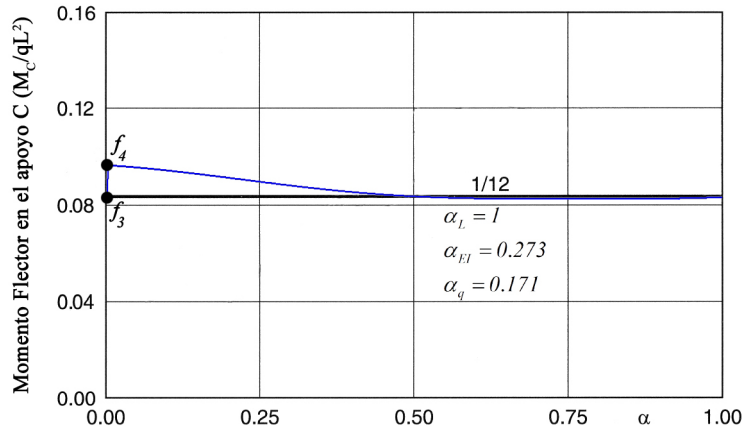


Figura 4.3.5. Distribución de  $M_C$  al minimizar sólo  $M_B$ .

Por lo tanto, para optimizar el pico de lanzamiento debe minimizarse el máximo momento flector independientemente de que se produzca sobre el apoyo B o el C. El problema debe replantearse en los siguientes términos:

- Parámetros fijos:  $q, L, E \cdot I$
- Variables de diseño:  $\alpha = \frac{x}{L}$ ,  $\alpha_L = \frac{L_n}{L}$ ,  $\alpha_{EI} = \frac{E_n \cdot I_n}{E \cdot I}$ ,  $\alpha_q = \frac{q_n}{q}$
- Función objetivo:

$$\minmax \left[ M_B^{fase1}(1 - \alpha_L), M_B^{fase2}(\alpha), M_C^{fase1}(0), M_C^{fase2}(\alpha) \right]$$

Se busca que los máximos momentos en B y en C en la primera y en la segunda fase sean los menores posibles. Esta minimización de máximos o *minmax* se resuelve definiendo una nueva variable de diseño  $\alpha_\gamma$  según el siguiente planteamiento:

$$\min \alpha_\gamma \quad (4.24)$$

sujeto a las condiciones:

$$\begin{aligned}
 g_1 = f_1 - \alpha_\gamma &\leq 0 & 1 - \alpha_L &\leq \alpha \leq 1 & \begin{cases} g_5 = 1 - \alpha_L - \alpha \leq 0 \\ 0 \leq \alpha \leq 1 \end{cases} \\
 g_2 = f_2 - \alpha_\gamma &\leq 0 & & & 0 \leq \alpha_L \leq 1 \\
 g_3 = f_3 - \alpha_\gamma &\leq 0 & & & 0 \leq \alpha_{EI} \leq 1 \\
 g_4 = f_4 - \alpha_\gamma &\leq 0 & & & 0 \leq \alpha_q \leq 1 \\
 & & & & 10^{-2} \leq \alpha_\gamma \leq 10^2
 \end{aligned} \tag{4.25}$$

siendo  $f_1, f_2, f_3$  y  $f_4$  los definidos en (4.18) y (4.22).

Resolviendo (4.24) y (4.25) mediante el método de las direcciones eficientes se obtiene como diseño óptimo del pico de lanzamiento (Figura 4.3.6), donde  $M_B = M_C$ :

$$\alpha_L = 0.871 \quad \alpha_{EI} = 0.997 \quad \alpha_q = 0.169 \quad \begin{cases} \frac{M_B}{q \cdot L^2} = f_2 = 0.0914 \text{ en } \alpha = 0.850 \\ \frac{M_C}{q \cdot L^2} = f_4 = 0.0914 \text{ en } \alpha = 0.129 \end{cases} \tag{4.26}$$

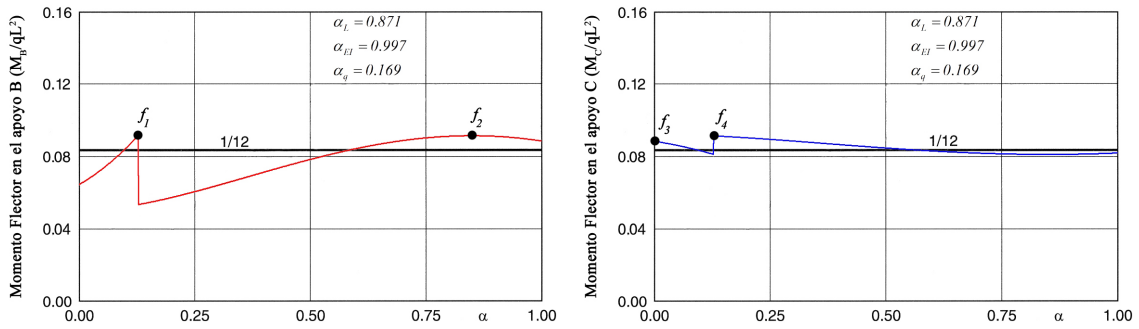
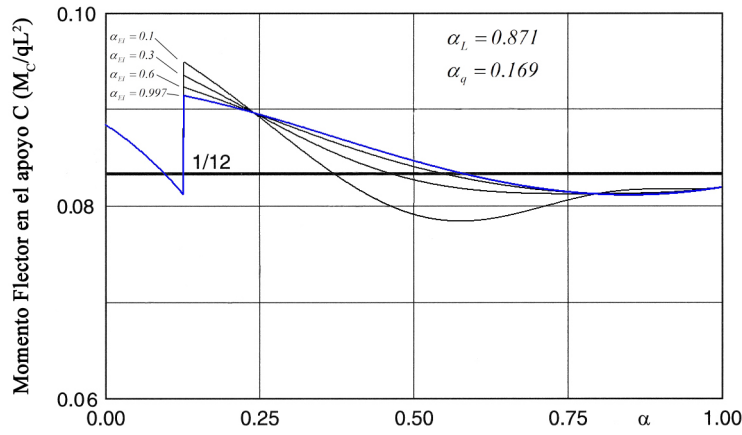


Figura 4.3.6. Distribución óptima de  $M_B$  y  $M_C$ .

Debe destacarse que el comportamiento del momento flector en el tablero sobre el apoyo C respecto de la rigidez relativa  $\alpha_{EI}$  es muy diferente al observado en la Figura 4.2.4 para el momento en B. Para el diseño (4.26), puede verse en la Figura 4.3.7 que el valor representativo máximo de  $M_C$  disminuye al aumentar la rigidez relativa, manteniendo constantes las restantes magnitudes obtenidas, de ahí que en los resultados del proceso de optimización se obtengan valores de  $\alpha_{EI}$  muy elevados.

Figura 4.3.7. Distribución de  $M_C$ .

Según los resultados de (4.26), el pico de lanzamiento óptimo sería una estructura larga, muy rígida y de peso unitario reducido, lo cual es contradictorio y posiblemente imposible de construir. Para alcanzar unos resultados físicamente realistas deberán establecerse algunas limitaciones.

Considerando que el peso unitario de un pico de lanzamiento es proporcional al cuadrado de su longitud, y utilizando  $kN$  y  $m$  como unidades, se puede establecer:

$$q_n = k_n \cdot L_n^2 \quad (4.27)$$

donde, según Rosignoli <sup>[R1] [R2] [R3]</sup>, se puede tomar para puentes de carretera de hormigón pretensado  $0.012 \leq k_n \leq 0.020$  y para puentes de ferrocarril  $0.018 \leq k_n \leq 0.030$ , con valores progresivamente mayores al aumentar el ancho y el peso del tablero. En general, el valor de  $k_n$  deberá estar situado entre un límite inferior  $k_m$  y otro  $k_M$ , en la forma:

$$k_m \leq k_n = q_n / L_n^2 \leq k_M \quad (4.28)$$

Si se considera que sólo son válidos los diseños del pico de lanzamiento que cumplan la limitación (4.28), el problema de optimización anteriormente definido debe modificarse para añadir dos nuevas condiciones de diseño:

$$\min \alpha_\gamma \quad (4.29)$$

sujeto a las condiciones:

$$\begin{aligned}
 g_1 &= f_1 - \alpha_\gamma \leq 0 & g_6 &= \frac{k_m}{q} \cdot (L \cdot \alpha_L)^2 - \alpha_q \leq 0 \\
 g_2 &= f_2 - \alpha_\gamma \leq 0 & g_7 &= \alpha_q - \frac{k_M}{q} \cdot (L \cdot \alpha_L)^2 \leq 0 \\
 g_3 &= f_3 - \alpha_\gamma \leq 0 & & \\
 g_4 &= f_4 - \alpha_\gamma \leq 0 & & \\
 1 - \alpha_L \leq \alpha \leq 1 & \begin{cases} g_5 = 1 - \alpha_L - \alpha \leq 0 \\ 0 \leq \alpha \leq 1 \end{cases} & & 0 \leq \alpha_L \leq 1 \\
 & & & 0 \leq \alpha_{EI} \leq 1 \\
 & & & 0 \leq \alpha_q \leq 1 \\
 & & & 10^{-2} \leq \alpha_\gamma \leq 10^2
 \end{aligned} \tag{4.30}$$

Para poder resolver el problema planteado en (4.29) y (4.30) es necesario conocer la longitud de los vanos  $L$  y el peso unitario del tablero de hormigón  $q$ , o lo que es lo mismo, la sección transversal del dintel.

Por ejemplo, para el caso particular de  $L = 50 \text{ m}$  y  $q = 150 \text{ kN/m}$ , y tomando:  $k_m = 0.018$  y  $k_M = 0.030$ , la solución del problema obtenida mediante el método de las direcciones eficientes es:

$$\alpha_L = 0.748 \quad \alpha_{EI} = 0.092 \quad \alpha_q = 0.168 \quad \begin{cases} \frac{M_B}{q \cdot L^2} = f_2 = 0.1103 & \text{en } \alpha = 0.588 \\ \frac{M_C}{q \cdot L^2} = f_3 = 0.0931 & \text{en } \alpha = 0 \end{cases} \tag{4.31}$$

En esta solución, la condición  $g_6 = \frac{k_m}{q} \cdot (L \cdot \alpha_L)^2 - \alpha_q \leq 0$  es activa, lo cual confirma que no se pueden lograr picos de lanzamiento muy largos con pesos unitarios reducidos. Además el momento flector en C ya no es limitante y la rigidez relativa vuelve a ser baja al no producirse el efecto descrito en la Figura 4.3.7. Es importante destacar que el máximo flector se produce sobre el apoyo B en la primera fase de lanzamiento y sólo se alcanza el mismo valor del esfuerzo en la segunda fase si la rigidez relativa es muy baja (Figura 4.3.8).

Con (4.27) se ha considerado una relación realista entre el peso unitario y la longitud del pico de lanzamiento, sin embargo no se ha establecido ningún tipo de limitación para la rigidez relativa pico-tablero, de ahí que en los resultados de la optimización matemática resulten valores extremos que no corresponden con diseños físicamente posibles. Si el momento flector  $M_C$  es limitante, es decir, sobre el apoyo C se produce el máximo momento flector durante el lanzamiento, la rigidez relativa que se

obtiene como resultado en la optimización es próxima a la unidad. Por el contrario, si el máximo momento flector durante el lanzamiento se produce sobre el apoyo B, entonces la rigidez obtenida es pequeña y próxima a cero.

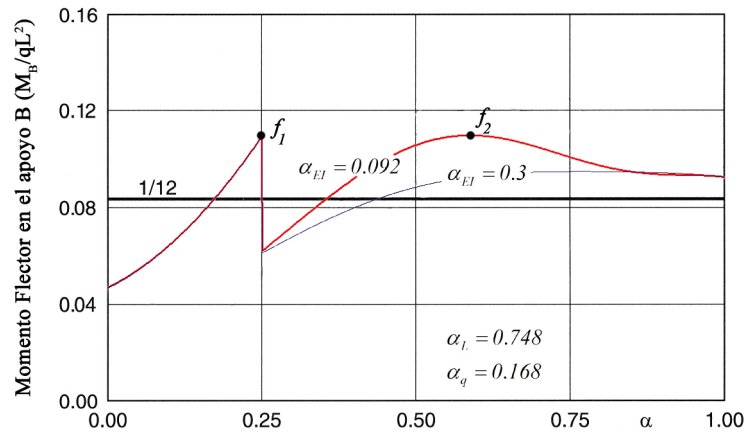


Figura 4.3.8. Distribución de  $M_B$  cuando la condición  $g_6$  es activa.

En consecuencia al igual que se introdujo la relación entre peso unitario y longitud del pico de lanzamiento, debe tenerse en cuenta la necesaria dependencia que existe entre rigidez a flexión y longitud. Esta es una de las adiciones a este problema de optimización que se ha llevado a cabo en esta investigación y que se ha desarrollado en el siguiente Capítulo.

#### 4.4 OPTIMIZACIÓN POR MINIMIZACIÓN DE LA TENSIÓN EN EL HORMIGÓN DEL TABLERO EN LOS DOS VANOS DELANTEROS.

En la optimización del pico de lanzamiento según (4.29) y (4.30) se minimiza el momento flector máximo positivo\*, tanto si se produce sobre el apoyo B o sobre el C, pero no se tienen en cuenta los momentos flectores negativos entre apoyos.

Ello se debe a que en una viga continua lejos de los extremos los máximos momentos flectores positivos son mayores en valor absoluto a los mínimos negativos, sin embargo, éstos podrían ser los limitantes en el diseño puesto que con una sección

\* Se consideran momentos flectores positivos los que producen tracciones en la fibra superior de la sección transversal y compresiones en la inferior.

transversal en cajón (Figura 4.4.1) el módulo resistente de la fibra inferior es aproximadamente la mitad que el de la fibra superior, de modo que las tensiones producidas por los momentos negativos podrían ser mayores que las producidas por los momentos positivos.

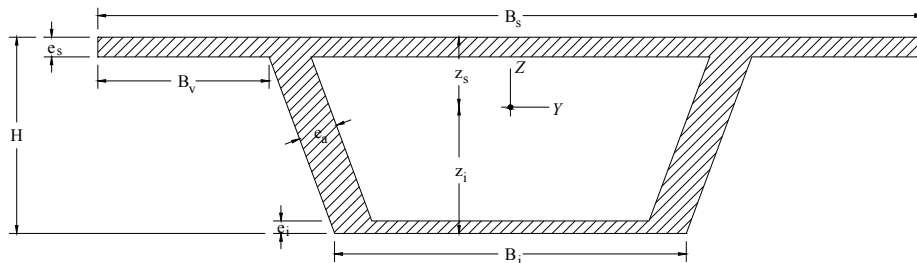


Figura 4.4.1. Sección transversal habitual de un puente lanzado.

En general, la distribución de los momentos flectores negativos en los vanos AB y BC para unas propiedades mecánicas cualesquiera del pico tiene la forma mostrada en la Figura 4.4.2 y en la Figura 4.4.3 para el caso concreto en que  $\alpha_L = 0.748$ . El momento flector negativo  $M_{AB}$  no existe para la primera fase de lanzamiento, pues el pico aún no apoya sobre el pilar A, y su máximo valor se alcanza en un punto de la segunda fase con  $1 - \alpha_L \leq \alpha \leq 1$ . En el caso del momento  $M_{BC}$ , el mínimo en la primera fase siempre se produce para  $\alpha = 0$ , mientras que en la segunda fase puede darse en cualquier punto con  $1 - \alpha_L \leq \alpha \leq 1$ .

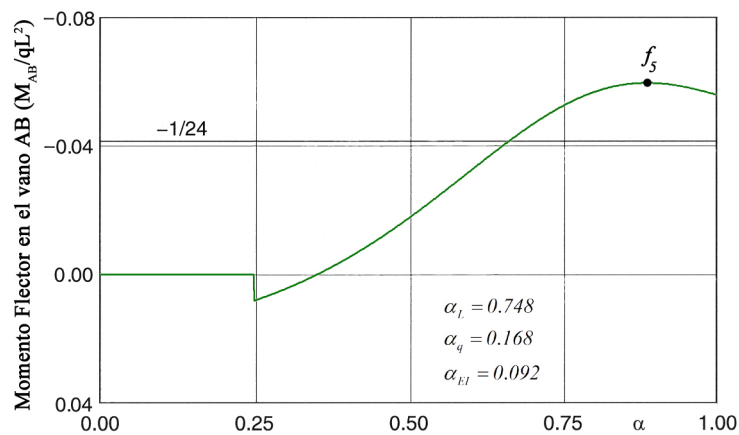
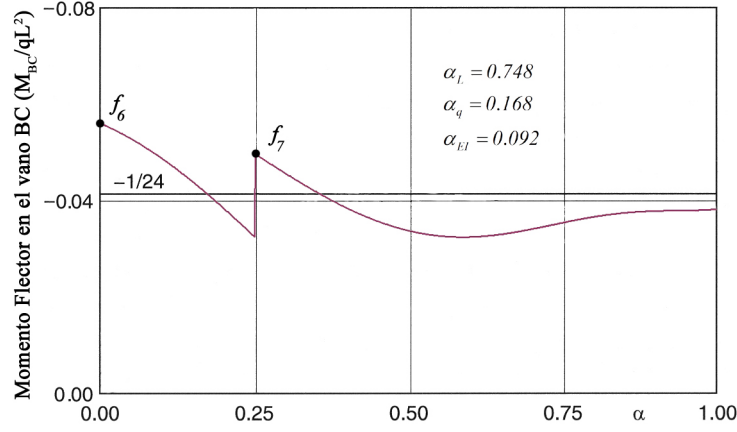


Figura 4.4.2. Distribución general de  $M_{AB}$ .

Se define el valor representativo máximo del momento flector en el vano AB como:

$$f_5 = \frac{M_{AB}(\alpha)}{q \cdot L^2} \quad 1 - \alpha_L \leq \alpha \leq 1 \quad (4.32)$$

Figura 4.4.3. Distribución general de  $M_{BC}$ .

De modo similar, los valores representativos máximos del momento flector en el tramo BC serán:

$$\begin{aligned} f_6 &= \frac{M_{BC}(0)}{q \cdot L^2} \\ f_7 &= \frac{M_{BC}(\alpha)}{q \cdot L^2} \quad 1 - \alpha_L \leq \alpha \leq 1 \end{aligned} \quad (4.33)$$

Las tensiones máximas se producen en las fibras más alejadas del centro de gravedad de la sección transversal, fibra superior (FS) y fibra inferior (FI). Si se establece que la tracción no podrá superar el valor  $\sigma_t$  en ninguna fibra de la sección transversal del tablero de hormigón y que además las compresiones no sobrepasen su resistencia de cálculo ( $\sigma_c$ ), deberá cumplirse que:

$$\text{FS en tracción:} \quad \frac{N}{A} + \frac{M^+}{W_s} \leq \sigma_t \quad (4.34)$$

$$\text{FS en compresión:} \quad \frac{N}{A} + \frac{M^-}{W_s} \geq -\sigma_c \quad (4.35)$$

$$\text{FI en tracción:} \quad \frac{N}{A} - \frac{M^-}{W_i} \leq \sigma_t \quad (4.36)$$



$$\text{FI en compresión:} \quad \frac{N}{A} - \frac{M^+}{W_i} \geq -\sigma_c \quad (4.37)$$

siendo  $N$  el axil de compresión producido por el pretensado centrado ( $<0$ ),  $M^+$  el máximo momento flector positivo ( $>0$ ) y  $M^-$  el mínimo momento flector negativo ( $<0$ ). Además,  $A$ ,  $W_s$  y  $W_i$  son valores positivos y representan el área de la sección transversal, el módulo resistente de la fibra superior y el módulo resistente de la fibra inferior, respectivamente.

Conocida la sección transversal del tablero y puesto que el pretensado centrado tiene la función de impedir que se produzcan tracciones en el hormigón, si se diseña el pico de lanzamiento de tal forma que se minimicen las tensiones de tracción, el uso de pretensado centrado se reducirá al mínimo posible.

Minimizar las tensiones de tracción en las fibras extremas de la sección consistirá en averiguar:

$$\min\left(\frac{M^+}{W_s}, -\frac{M^-}{W_i}\right) \quad (4.38)$$

De este modo, el pretensado centrado necesario para evitar tracciones en el hormigón será:

$$N = -A \cdot \left[ \min\left(\frac{M^+}{W_s}, -\frac{M^-}{W_i}\right) - \sigma_t \right] \quad (4.39)$$

Las máximas compresiones se producirán en la fibra inferior cuando actúa el máximo momento flector positivo (momento sobre un apoyo), por lo tanto, conocido el axil de pretensado centrado, la resistencia a compresión del hormigón será como mínimo:

$$\sigma_{c_{min}} = -\frac{N}{A} + \frac{M^+}{W_i} \quad (4.40)$$

Atendiendo a estas consideraciones, para optimizar el pico de lanzamiento deben minimizarse las máximas tensiones de tracción en las fibras extremas superior e inferior, considerando tanto los momentos flectores positivos, sobre apoyos, como los

negativos, en el interior de un vano. El nuevo problema puede definirse en los siguientes términos:

- Parámetros fijos:  $q, L, E \cdot I, A, W_s, W_i, k_m, k_M$
- Variables de diseño:  $\alpha = \frac{x}{L}, \alpha_L = \frac{L_n}{L}, \alpha_{EI} = \frac{E_n \cdot I_n}{E \cdot I}, \alpha_q = \frac{q_n}{q}$
- Función objetivo:

$$\minmax \left[ \begin{array}{c} \frac{M_B^{fase1}(1-\alpha_L)}{W_s}, \frac{M_B^{fase2}(\alpha)}{W_s}, \frac{M_C^{fase1}(0)}{W_s}, \frac{M_C^{fase2}(\alpha)}{W_s} \\ -\frac{M_{AB}^{fase2}(\alpha)}{W_i}, -\frac{M_{BC}^{fase1}(0)}{W_i}, -\frac{M_{BC}^{fase2}(\alpha)}{W_i} \end{array} \right]$$

Esta minimización de máximos o *minmax* se resuelve definiendo una nueva variable de diseño  $\alpha_\gamma$  según el siguiente planteamiento:

$$\min \alpha_\gamma \quad (4.41)$$

sujeto a las condiciones:

$$\begin{aligned} g_1 &= \frac{f_1}{W_s} - \alpha_\gamma \leq 0 & g_7 &= -\frac{f_7}{W_i} - \alpha_\gamma \leq 0 \\ g_2 &= \frac{f_2}{W_s} - \alpha_\gamma \leq 0 & 1 - \alpha_L &\leq \alpha \leq 1 \quad \left\{ \begin{array}{l} g_8 = 1 - \alpha_L - \alpha \leq 0 \\ 0 \leq \alpha \leq 1 \end{array} \right. \\ g_3 &= \frac{f_3}{W_s} - \alpha_\gamma \leq 0 & g_9 &= \frac{k_m}{q} \cdot (L \cdot \alpha_L)^2 - \alpha_q \leq 0 \\ g_4 &= \frac{f_4}{W_s} - \alpha_\gamma \leq 0 & g_{10} &= \alpha_q - \frac{k_M}{q} \cdot (L \cdot \alpha_L)^2 \leq 0 \\ g_5 &= -\frac{f_5}{W_i} - \alpha_\gamma \leq 0 & 0 &\leq \alpha_L \leq 1 \\ & & 0 &\leq \alpha_{EI} \leq 1 \\ g_6 &= -\frac{f_6}{W_i} - \alpha_\gamma \leq 0 & 0 &\leq \alpha_q \leq 1 \\ & & 10^{-2} &\leq \alpha_\gamma \leq 10^2 \end{aligned} \quad (4.42)$$

siendo  $f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6$  y  $f_7$  los términos definidos en (4.18), (4.22), (4.32) y (4.33).

Por ejemplo, para el caso particular de  $\sigma_t = 0 \text{ kN/m}^2$ ,  $L = 50 \text{ m}$ ,  $q = 150 \text{ kN/m}$ ,  $W_i = 5.01 \text{ m}^3$  y  $W_s = 7.58 \text{ m}^3$ , y tomando:  $k_m = 0.018$  y  $k_M = 0.030$ , la solución del problema obtenida mediante el método de las direcciones eficientes es:

$$\alpha_L = 0.748 \quad \alpha_{EI} = 0.092 \quad \alpha_q = 0.168 \quad \begin{cases} \frac{M_B}{q \cdot L^2} = f_2 = 0.1103 & \text{en } \alpha = 0.588 \\ \frac{M_C}{q \cdot L^2} = f_3 = 0.0931 & \text{en } \alpha = 0 \end{cases} \quad (4.43)$$

Esta solución es la misma que ya se obtuvo en (4.31) cuando sólo se tuvieron en cuenta los momentos flectores positivos en la optimización, lo cual muestra que los momentos flectores negativos, para los valores particulares escogidos de  $L$ ,  $q$ ,  $k_m$  y  $k_M$ , no son determinantes. Igualmente, de nuevo se comprueba que la rigidez relativa es pequeña cuando la condición  $g_9 = \frac{k_m}{q} \cdot (L \cdot \alpha_L)^2 - \alpha_q \leq 0$  es activa. Las distribuciones de momentos flectores resultantes sobre los apoyos B y C y en los vanos AB y BC se pueden observar en la Figura 4.4.4.

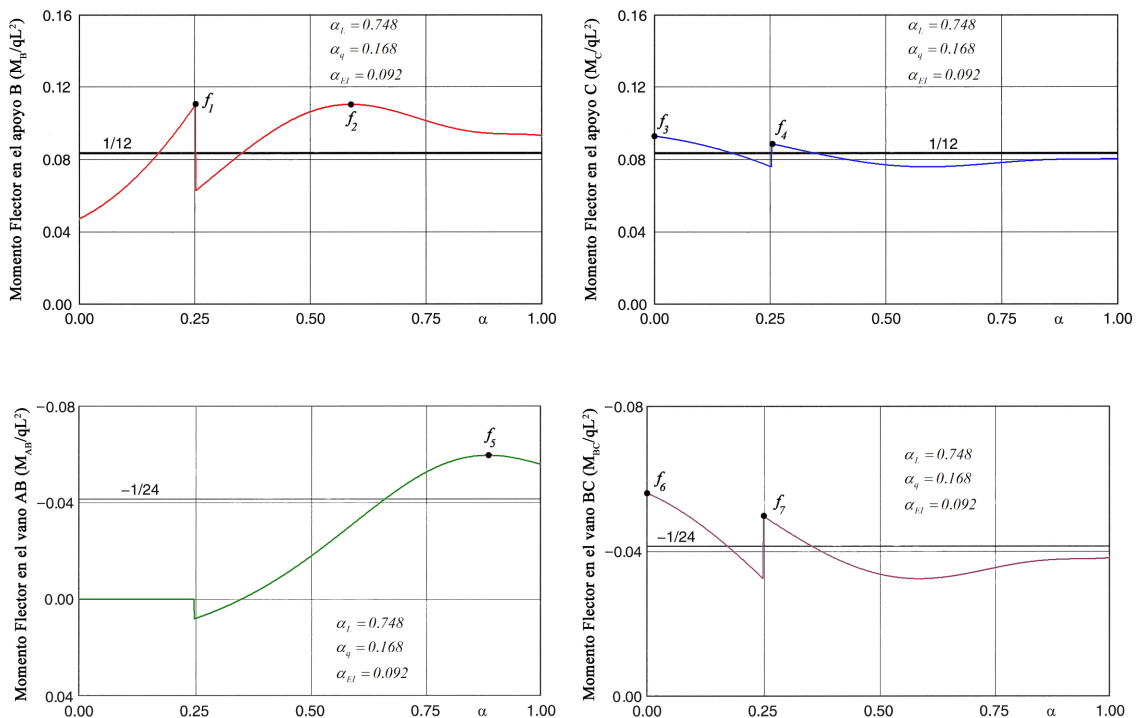


Figura 4.4.4. Distribución de los momentos flectores  $M_B$ ,  $M_C$ ,  $M_{AB}$  y  $M_{BC}$  cuando la condición  $g_9$  es activa.

Si se escogiese otro caso particular, por ejemplo con  $\sigma_t = 0 \text{ kN/m}^2$ ,  $L = 40 \text{ m}$ ,  $q = 150 \text{ kN/m}$ ,  $W_i = 5.01 \text{ m}^3$  y  $W_s = 7.58 \text{ m}^3$ , y tomando:  $k_m = 0.012$  y  $k_M = 0.030$ , la solución del problema obtenida mediante el método de las direcciones eficientes sería:

$$\alpha_L = 0.871 \quad \alpha_{EI} = 0.997 \quad \alpha_q = 0.169 \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{M_B}{q \cdot L^2} = f_2 = 0.0914 \quad \text{en} \quad \alpha = 0.850 \\ \frac{M_C}{q \cdot L^2} = f_4 = 0.0914 \quad \text{en} \quad \alpha = 0.129 \end{array} \right. \quad (4.44)$$

Esta solución es la misma que ya se obtuvo en (4.26) cuando ni se tuvieron en cuenta los momentos flectores negativos en la optimización, ni la relación estadística entre peso unitario y longitud del pico de lanzamiento (4.27). En esta ocasión, las condiciones  $g_9$  y  $g_{10}$  no son activas, con lo que la rigidez relativa es muy elevada al resultar limitante el momento flector sobre el apoyo C. Las distribuciones de momentos flectores resultantes sobre los apoyos B y C y en los vanos AB y BC se pueden observar en la Figura 4.4.5.

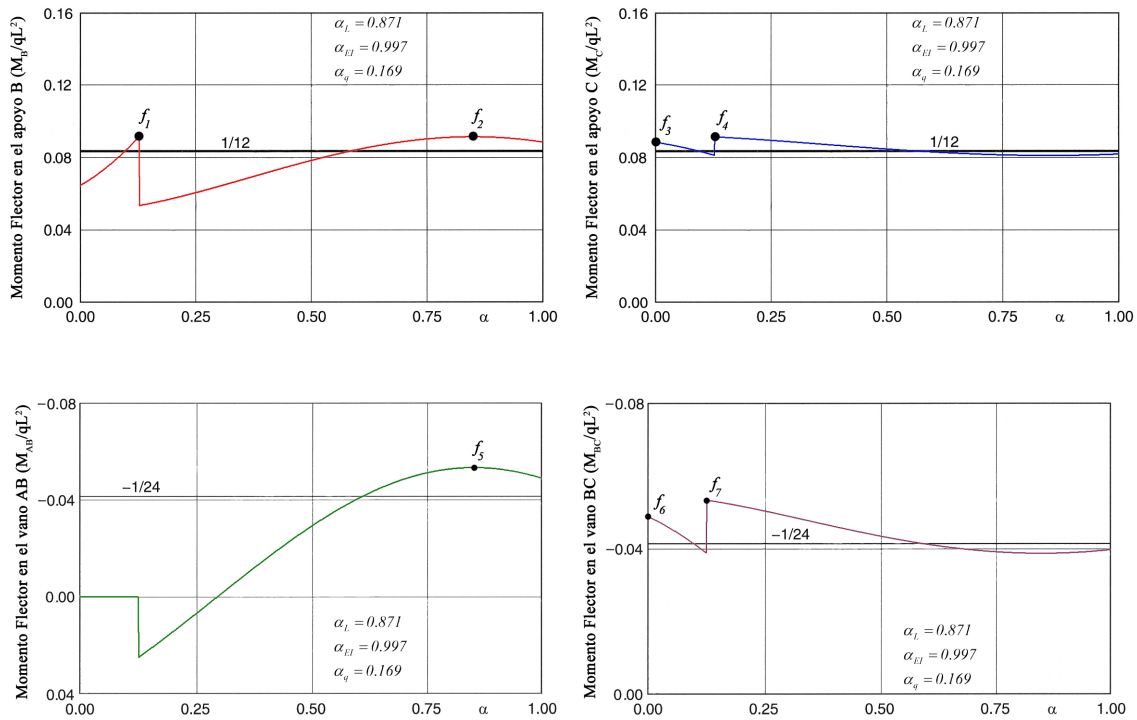


Figura 4.4.5. Distribución de los momentos  $M_B$ ,  $M_C$ ,  $M_{AB}$  y  $M_{BC}$  cuando la condición  $g_9$  no es activa.

Nuevamente se comprueba que el hecho de no establecer límites durante la optimización matemática a la rigidez relativa pico-tablero, que discriminen los diseños

físicamente posibles de los que no lo son, produce resultados extremos de  $\alpha_{EI}$  poco realistas. También es destacable que para rigideces relativas medias y altas, un incremento de  $\alpha_{EI}$  disminuye las tensiones de tracción máximas de forma poco significativa, sin embargo, el incremento de coste de construcción del pico será muy considerable.

Se puede concluir que optimizar el pico de lanzamiento requeriría un modelo de cálculo que incluyese relaciones de rigidez pico-tablero factibles y que minimice el coste del conjunto, que es realmente el objetivo final de todo promotor. Este modelo debería incluir además relaciones realistas entre el peso unitario y la longitud del pico de lanzamiento, sin recurrir a limitaciones estadísticas poco precisas como las expresadas en (4.28). Por ello, se ha incorporado en la formulación de la optimización que se desarrolla en el Capítulo siguiente.

A continuación se presenta una tabla-resumen de los resultados obtenidos en este Capítulo:

	Parámetros conocidos	Variables de diseño			Momentos flectores		Ecuación de Referencia
		$\alpha_L$	$\alpha_q$	$\alpha_{EI}$	$\frac{M_B}{q \cdot L^2}$	$\frac{M_C}{q \cdot L^2}$	
Pico eficiente según Rosignoli	$\alpha_q = 0.1$	0.650	(0.100)	0.200	<b>0.1051</b>	0.1000	(4.15)
Optimización por equiparación	$\alpha_q = 0.1$	0.666	(0.100)	0.323	<b>0.1003</b>	0.0997	(4.14)
Optimización por minimización de $M_B$ con $\alpha_q$ constante	$\alpha_q = 0.1$	1	(0.100)	0.188	0.0931	<b>0.0996</b>	(4.19)
Optimización por minimización de $M_B$	-	1	0.171	0.273	0.0855	<b>0.0967</b>	(4.21)
Optimización por minimización de $M_B$ y $M_C$	-	0.871	0.169	0.997	<b>0.0914</b>	<b>0.0914</b>	(4.26)
Optimización por minimización de $M_B$ y $M_C$ , con relación entre $q_n$ y $L_n$	$L = 50 \text{ m}$ $q = 150 \text{ kN/m}$ $k_m = 0.018$ $k_M = 0.030$	0.748	0.168	0.092	<b>0.1103</b>	0.0931	(4.31)
Optimización por minimización de las tensiones de tracción	$L = 50 \text{ m}$ $q = 150 \text{ kN/m}$ $W_i = 5.01 \text{ m}^3$ $W_s = 7.58 \text{ m}^3$ $k_m = 0.018$ $k_M = 0.030$	0.748	0.168	0.092	<b>0.1103</b>	0.0931	(4.43)
Optimización por minimización de las tensiones de tracción	$L = 40 \text{ m}$ $q = 150 \text{ kN/m}$ $W_i = 5.01 \text{ m}^3$ $W_s = 7.58 \text{ m}^3$ $k_m = 0.012$ $k_M = 0.030$	0.871	0.169	0.997	<b>0.0914</b>	<b>0.0914</b>	(4.44)

Figura 4.4.6. Tabla resumen.

#### 4.5 REFERENCIAS.

- [F1] Figura 4.1.1. Rosignoli M. [2002] *Bridge Launching*. Thomas Telford, pp. 66.
- [F2] Figura 4.1.2. Rosignoli M. [2002] *Bridge Launching*. Thomas Telford, pp. 68.
- [F3] Figura 4.1.3. Rosignoli M. [2002] *Bridge Launching*. Thomas Telford, pp. 69.
- [F4] Figura 4.1.4. Rosignoli M. [2002] *Bridge Launching*. Thomas Telford, pp. 73.
- [F5] Figura 4.1.5. Rosignoli M. [2002] *Bridge Launching*. Thomas Telford, pp. 74.
- [F6] Figura 4.2.1. Rosignoli M. [2002] *Bridge Launching*. Thomas Telford, pp. 69-70.
- [F7] Figura 4.2.3. Rosignoli M. [2002] *Bridge Launching*. Thomas Telford, pp. 70.
- [F8] Figura 4.3.2. Rosignoli M. [2002] *Bridge Launching*. Thomas Telford, pp. 68.
- [H1] Hernández S. [1990] *Métodos de Diseño Óptimo de Estructuras*. Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Demarcación de Aragón.
- [I1] Iglesias C. [1992] *Algunas ideas sobre el predimensionamiento de puentes empujados: Empuje con nariz metálica*. Hormigón y Acero, nº 182, pp. 111-128.
- [I2] Iglesias C. [1992] *Algunas ideas sobre el predimensionamiento de puentes empujados: Empuje con torre provisional de atirantamiento y nariz metálica corta*. Hormigón y Acero, nº 183, pp. 35-47.
- [M1] Manterola J. [2006] *Puentes. Apuntes para su diseño, cálculo y construcción*. Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos.
- [R1] Rosignoli M. [1998] *Nose-deck interaction in launched prestressed concrete bridges*. Journal of Bridge Engineering, febrero 1998, pp. 21-27.
- [R2] Rosignoli M. [1998] *Launched bridges: prestressed concrete bridges built on the ground and launched into their final position*. ASCE Press.
- [R3] Rosignoli M. [2002] *Bridge Launching*. Thomas Telford.
- [S1] Sasmal S., Ramanjaneyulu K., Srinivas V., Gopalakrishnan S. [2004] *Simplified computational methodology for analysis and studies on behaviour of incrementally launched continuous bridges*. Structural Engineering and Mechanics, Vol. 17, nº 2, pp. 45-266.

[S2] Sasmal S., Ramanjaneyulu K. [2006] *Transfer matrix method for construction phase analysis of incrementally launched prestressed concrete bridges*. Engineering Structures 28. Elsevier Ltd, pp. 1897-1910.





## CAPÍTULO 5

# FORMULACIÓN DEL PROCESO DE OPTIMIZACIÓN CONJUNTA DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL Y LAS FUERZAS DE PRETENSADO DE PUENTES LANZADOS

### 5.1 PLANTEAMIENTO GENERAL.

En el Capítulo 4 se ha demostrado que mediante técnicas de optimización se pueden alcanzar mejoras en el diseño de un puente lanzado frente a planteamientos clásicos al modificar las características del pico de lanzamiento. Sin embargo, también se llegó a la conclusión de que para que los resultados de la optimización fuesen adecuados, es decir, factibles y diesen lugar a una estructura construible, debería usarse un modelo de cálculo que considerase relaciones de rigidez pico-tablero y de longitud pico-vano realistas, además de considerar como función objetivo el coste del conjunto. En consecuencia no es suficiente un modelo sencillo controlado por parámetros adimensionales que relacionen el pico con el tablero y en el que se minimice el momento flector positivo sobre el dintel, como han propuesto algunos autores como Rosignoli<sup>[R1] [R2] [R3]</sup>, Sasmal<sup>[S1] [S2]</sup>, Manterola<sup>[M1]</sup> o Iglesias<sup>[I1] [I2]</sup>.

Desde un planteamiento global, la optimización de un puente lanzado requiere averiguar al mismo tiempo los valores más adecuados de las dimensiones de la sección transversal del tablero, de las dimensiones del pico de lanzamiento y de las fuerzas de pretensado centrado para que el coste total del conjunto tablero-pico sea mínimo.

El cálculo y diseño de un puente lanzado puede consumir una considerable cantidad de recursos y tiempo, pues es necesario analizar un gran número de configuraciones distintas del puente durante su lanzamiento y construcción. Con un procedimiento clásico, la forma de mejorar el diseño de un puente lanzado se basa en la técnica de prueba y error, en la que el proyectista modifica alguno o algunos de los parámetros del diseño anterior, según su propio criterio, intuición y experiencia, hasta

obtener unos resultados suficientemente satisfactorios. Con cada cambio, hay que recalcular todo el problema, por lo que los recursos y el tiempo consumidos se multiplican, obligando a limitar el proceso a escasos tanteos, de entre los cuales hay que escoger la solución final, que en ningún caso garantiza ser la mejor de entre todas las posibles.

El procedimiento clásico de cálculo de un puente lanzado puede esquematizarse en los siguientes pasos:

1. En primer lugar, se establecen unos parámetros fijos, impuestos por el plan de necesidades y por los condicionantes físicos del terreno y del medio. Valores como la longitud del puente, el número de vanos, el ancho del tablero o la resistencia de cálculo del hormigón son algunos de estos parámetros.
2. Se define el tamaño de cada segmento constructivo de tablero y las características del parque de prefabricación en función de los medios y la capacidad disponibles por la empresa constructora y de las posibilidades de espacio físico. Es indispensable alcanzar un ciclo semanal produciendo una dovela cada siete días para que el método constructivo sea competitivo frente a otros sistemas alternativos.
3. Se define un diseño inicial del problema estableciendo unos valores de las dimensiones de la sección transversal del tablero, del pico de lanzamiento y de las fuerzas de pretensado. Los valores iniciales para estas variables se determinan a partir de la experiencia acumulada de construcciones similares anteriores.
4. Se calculan los esfuerzos máximos que soportarán el tablero y el pico de lanzamiento a lo largo de su construcción en las configuraciones pésimas de lanzado.
5. Se comprueba que el puente alcanza un nivel de seguridad adecuado y que cumple todas las normativas exigibles.
6. Por último, mediante prueba y error se modifica alguna característica del diseño anterior, repitiéndose los pasos 4, 5 y 6 hasta alcanzar unos resultados satisfactorios.

En este trabajo se propone una metodología global de optimización matemática, que mediante herramientas informáticas permita calcular un puente lanzado definido por sus parámetros básicos y averiguar cuál es la solución más económica posible.

El objetivo es definir una metodología lo más amplia y general posible que permita optimizar un puente lanzado, evitando las limitaciones de la técnica de prueba y error, y eliminando las hipótesis simplificadoras consideradas en el modelo teórico de interacción pico-tablero expuesto en el Capítulo 4, de modo que:

- el número de vanos del puente ya no se considera muy grande o infinito, sino que es un número determinado y finito,
- no todos los vanos son iguales de longitud  $L$ , sino que los extremos tendrán una longitud menor:  $k \cdot L$ , donde una relación conveniente es  $k \approx 0.8$  ( $\leq 1$ ),
- el pico de lanzamiento tiene canto variable en lugar de constante,
- el tablero no es totalmente uniforme, sino que se divide en dos zonas, frontal y dorsal, con distintos valores de pretensado centrado,
- se considera la carga provocada por el peso del diafragma extremo del tablero que sirve para conectar con el pico, además de considerar gradientes térmicos.

El modelo global de puente lanzado que se considerará tendrá las siguientes características:

- sección cerrada en cajón con alas laterales y losas de espesor constante,
- tablero de hormigón pretensado de canto constante,
- viga continua con  $n-2$  vanos iguales de longitud  $L$  y vanos extremos más cortos de longitud:  $k \cdot L$ ,
- pretensado centrado, necesario durante el lanzamiento, más intenso en la zona frontal del tablero que en la parte posterior o zona dorsal, situando los tendones en las losas superior e inferior y próximos a las almas,
- para el pretensado de servicio se alojan vainas parabólicas en las almas,
- no se utilizan pilas provisionales ni sistema de atirantamiento frontal,

- se usa un pico de lanzamiento formado por una pareja de vigas armadas paralelas de acero, de alma llena y canto variable, para reducir las tensiones en la zona frontal del tablero,
- consideración de combinaciones de carga por peso propio, posibles sobrecargas de uso y gradientes térmicos,
- comprobación del tablero de hormigón según la Instrucción de Hormigón Estructural EHE <sup>[E1]</sup>,
- comprobación del pico de lanzamiento según el Eurocódigo 3 <sup>[E2]</sup> y el Código Técnico de la Edificación <sup>[C1]</sup>.

Las hipótesis asumidas en el desarrollo del modelo planteado en este trabajo son:

- análisis elástico lineal mediante un modelo de cálculo matricial de barras,
- teoría de flexión de Navier-Bernoulli,
- consideración de deformación por esfuerzo cortante,
- se despreciará el efecto del arrastre por cortante, pues la relación ancho-luz del tablero para los casos más comunes de puentes lanzados es suficientemente pequeña,
- no se considera distorsión en la sección transversal durante el proceso de lanzamiento por lo que podrán despreciarse sus efectos, y al término del lanzado se construirían diafragmas sobre las pilas,
- se supondrá puente horizontal y recto, por lo que no se consideran esfuerzos axiles debidos a la inclinación del tablero ni torsiones por la curvatura,
- no existen cargas excéntricas, por lo que no se consideran esfuerzos de torsión,
- no se considera la compresión sobre el tablero debida al rozamiento con las pilas por el empuje durante el lanzamiento,
- no se consideran cargas de viento, pues se supondrán despreciables sus efectos en luces pequeñas,
- no se consideran esfuerzos de flexión en la dirección transversal al tablero, pues no se consideran cargas transversales y se supone despreciable la carga

por viento transversal y guías laterales, y además, los tendones de pretensado centrado serán rectos y paralelos al eje longitudinal,

- no se consideran cargas de pretensado en dirección transversal al eje del tablero,
- no se consideran asientos diferenciales entre apoyos debidos a errores constructivos o deformación de las pilas y aparatos de apoyo,
- la resistencia de cálculo del hormigón es constante y no depende de su edad,
- el módulo de elasticidad del hormigón es constante en todo el tablero y no depende de su edad ni del tipo de árido empleado,
- no se consideran los efectos de la retracción ni de la fluencia,
- no se consideran pérdidas de pretensado,
- se supondrá que la secuencia de tesado del pretensado centrado es tal que antes de comenzar el lanzamiento de un segmento, éste se pretensa al 100%,
- no se analiza la abolladura del alma de las vigas armadas del pico de lanzamiento, pues no afecta al diseño global del tablero ni al pico, considerando el peso adicional de los rigidizadores necesarios como un porcentaje del peso total del pico,
- la carga sobre el pico de lanzamiento se reparte a partes iguales entre las dos vigas gemelas y el arriostramiento entre ambas se considera sólo a efectos del peso propio como un porcentaje del peso de las vigas,
- no se calculará la armadura pasiva necesaria.

En los próximos apartados se ampliará la descripción de este modelo general de resolución y optimización de puentes lanzados.

## 5.2 SECCIÓN TRANSVERSAL DEL TABLERO.

La sección transversal del tablero que se considera es la más habitualmente utilizada en puentes lanzados de hormigón, y consiste en una sección cajón con alas

compuesta por losa superior e inferior y dos almas inclinadas (Figura 5.2.1). Los espesores de todas las tablas son constantes.

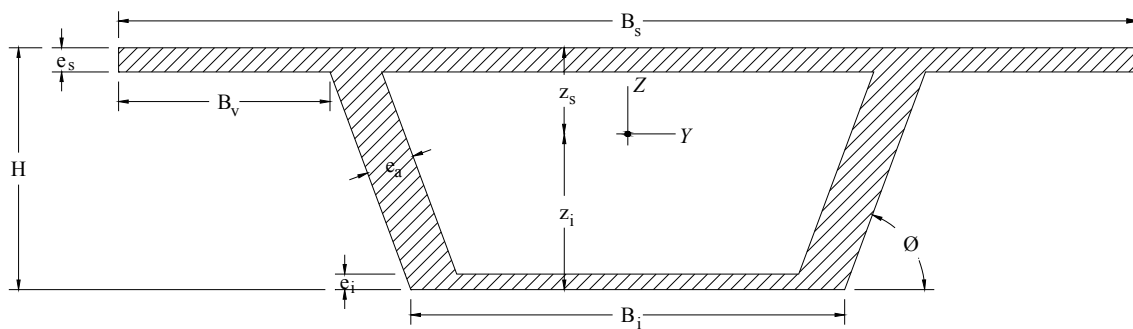


Figura 5.2.1. Sección transversal en cajón con alas.

Siendo:

$H$ : canto total de la sección.

$B_s$ : ancho de la losa superior.

$B_i$ : ancho de la losa inferior.

$B_v$ : longitud en voladizo de la losa superior.

$e_s$ : espesor de la losa superior.

$e_i$ : espesor de la losa inferior.

$e_a$ : espesor de las almas inclinadas.

$\theta$ : ángulo de inclinación de las almas.

El recubrimiento que la armadura activa y pasiva debe mantener con los contornos de la sección transversal depende de la clase de exposición ambiental y del nivel de control de ejecución, y ha de ser definido por el proyectista.

Las almas tendrán un espesor mayor que las losas superior e inferior, pues deben contener las vainas necesarias para el pretensado parabólico encargado de soportar las cargas de servicio. El diámetro de las vainas tiene que ser definido por el proyectista.

Los apoyos de la sección transversal deben coincidir con los ejes de las almas para no introducir excentricidades que produzcan mayores esfuerzos sobre la sección.

A continuación se expresan las ecuaciones analíticas para calcular las propiedades mecánicas de esta sección transversal. Por este orden, inclinación de las almas  $\tan \theta$ , área  $A$ , altura del centro de gravedad  $z_i$ , momento de inercia  $I_y$ , momento de inercia  $I_z$ , momento de inercia a torsión  $I_T$ , área a cortante  $A_{V_y}$  y área a cortante  $A_{V_z}$ .

$$\tan \theta = \frac{2 \cdot (H - e_s)}{B_s - B_i - 2 \cdot B_v} \quad \sin \theta = \frac{\tan \theta}{\sqrt{1 + \tan^2 \theta}} \quad (5.1)$$

$$A = B_s \cdot e_s + (H - e_s - e_i) \cdot \frac{2 \cdot e_a}{\sin \theta} + B_i \cdot e_i + \frac{e_i^2}{\tan \theta} \quad (5.2)$$

$$z_i = \frac{I}{A} \cdot \left[ B_s \cdot e_s \cdot \left( H - \frac{e_s}{2} \right) + (H - e_s - e_i) \cdot (H - e_s + e_i) \cdot \frac{e_a}{\sin \theta} + B_i \cdot \frac{e_i^2}{2} + \frac{2}{3} \cdot \frac{e_i^3}{\tan \theta} \right] \quad (5.3)$$

$$\begin{aligned} I_y = & \left[ \frac{I}{12} \cdot B_s \cdot e_s^3 + B_s \cdot e_s \cdot \left( H - \frac{e_s}{2} - z_i \right)^2 \right] + \\ & + \frac{2 \cdot e_a}{\sin \theta} \cdot \left[ \frac{I}{12} \cdot (H - e_s - e_i)^3 + (H - e_s - e_i) \cdot \left( z_i + \frac{e_s + e_i - H}{2} \right)^2 \right] + \\ & + \left[ \frac{I}{12} \cdot B_i \cdot e_i^3 + B_i \cdot e_i \cdot \left( z_i - \frac{e_i}{2} \right)^2 \right] + \frac{2 \cdot e_i}{\tan \theta} \cdot \left[ \frac{e_i^3}{36} + \frac{e_i}{2} \cdot \left( z_i - \frac{2 \cdot e_i}{3} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (5.4)$$

$$\begin{aligned} I_z = & \frac{I}{12} \cdot e_s \cdot B_s^3 + \frac{I}{12} \cdot e_i \cdot B_i^3 + 2 \cdot e_i \cdot \left[ \frac{I}{36} \cdot \left( \frac{e_i}{\tan \theta} \right)^3 + \frac{I}{2} \cdot \left( \frac{e_i}{\tan \theta} \right) \cdot \left( \frac{B_i}{2} + \frac{e_i}{3 \cdot \tan \theta} \right)^2 \right] + \\ & + 2 \cdot \left\{ \frac{(H - e_s - e_i) \cdot e_a}{12 \cdot \sin \theta} \cdot \left[ \frac{e_a^2}{\sin^2 \theta} + \frac{(H - e_s - e_i)^2}{\tan^2 \theta} \right] + \right. \\ & \left. + \frac{(H - e_s - e_i) \cdot e_a}{\sin \theta} \cdot \left[ \frac{B_s}{2} - B_v - \frac{H - e_s - e_i}{2 \cdot \tan \theta} - \frac{e_a}{2 \cdot \sin \theta} \right]^2 \right\} \end{aligned} \quad (5.5)$$

$$\begin{aligned} I_T = & - \frac{4 \cdot \left[ \frac{I}{2} \cdot \left( H - \frac{e_s}{2} - \frac{e_i}{2} \right) \cdot \left( B_s - 2 \cdot B_v - \frac{e_a}{\sin \theta} + \frac{e_s}{\tan \theta} + B_i - \frac{e_a}{\sin \theta} + \frac{e_i}{\tan \theta} \right) \right]^2}{\frac{B_s - 2 \cdot B_v - \frac{e_a}{\sin \theta} + \frac{e_s}{\tan \theta}}{e_s} + \frac{B_i - \frac{e_a}{\sin \theta} + \frac{e_i}{\tan \theta}}{e_i} + \frac{2 \cdot \left( H - \frac{e_s}{2} - \frac{e_i}{2} \right)}{e_a \cdot \sin \theta}} \end{aligned} \quad (5.6)$$



$$A_{V_y} = B_s \cdot e_s + B_i \cdot e_i \quad (5.7)$$

$$A_{V_z} = 2 \cdot \frac{e_a}{\sin \theta} \cdot (H - e_s - e_i) \quad (5.8)$$

El proyectista deberá definir los valores de:  $B_s$ ,  $B_i$ ,  $B_v$  y  $\theta$  a partir del plan de necesidades, por lo que se convierten en parámetros fijos durante la optimización. Las restantes características de la sección transversal, es decir, el canto y los espesores de las paredes de hormigón, serán las variables que se pretende optimizar.

### 5.3 PICO DE LANZAMIENTO.

Se considerará el pico de lanzamiento más comúnmente utilizado, que es una pareja de vigas armadas de alma llena y canto variable (Figura 5.3.1). La cara inferior del pico debe estar perfectamente alineada con la cara inferior del tablero de hormigón.

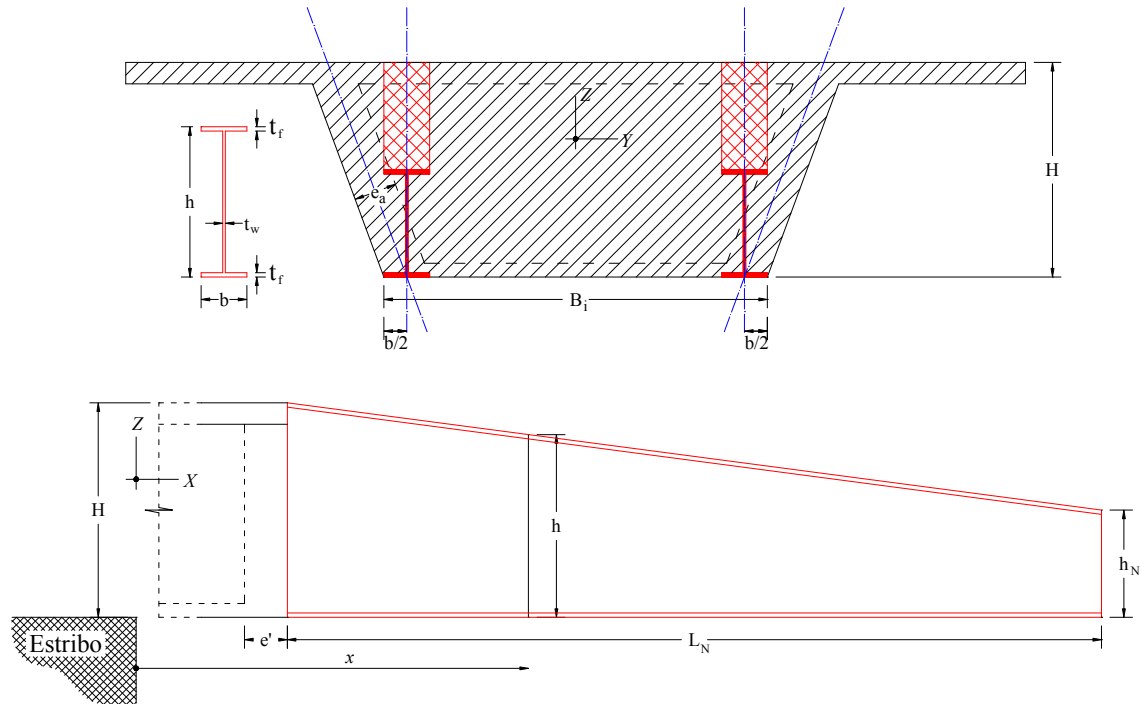


Figura 5.3.1. Sección transversal y alzado de un pico de lanzamiento genérico.

Ambas vigas tienen sección transversal en forma de doble T con chapas de espesor constante, y con variación lineal de la altura del alma. En el acoplamiento con el

tablero el canto del pico será igual al del dintel  $H$ , mientras que en el extremo frontal, el canto será  $h_N$ .

Siendo:

$h$ : canto del pico en una sección determinada.

$h_N$ : canto del pico de lanzamiento en el extremo frontal.

$L_N$ : longitud del pico de lanzamiento.

$b$ : ancho de las alas.

$t_f$ : espesor de las alas.

$t_w$ : espesor del alma.

Para que pico de lanzamiento y tablero compartan los mismos apoyos y no introduzcan excentricidades adicionales sobre la sección transversal, la separación entre las dos vigas coincidirá con la distancia entre las intersecciones de los ejes de las almas y la cara exterior de la losa inferior. Además, el ancho de las alas será:  $b = e_a / \sin \theta$ , de modo que tablero y pico puedan emplear las mismas guías laterales.

A continuación se expresan las ecuaciones analíticas para calcular las propiedades mecánicas del pico de lanzamiento. Por este orden, canto  $h$  del pico en una sección determinada  $x$ , área  $A_N$ , momento de inercia  $I_{yN}$ , momento de inercia  $I_{zN}$ , momento de inercia a torsión  $I_{TN}$ , área a cortante  $A_{V_{yN}}$  y área a cortante  $A_{V_{zN}}$ .

$$h = H + \frac{(h_N - H)}{L_N} \cdot x \quad (5.9)$$

$$A_N = 2 \cdot \left[ (h - 2 \cdot t_f) \cdot t_w + 2 \cdot b \cdot t_f \right] \quad (5.10)$$

$$I_{yN} = 2 \cdot \left[ \frac{I}{12} \cdot b \cdot h^3 - \frac{I}{12} \cdot (b - t_w) (h - 2 \cdot t_f)^3 \right] \quad (5.11)$$

$$I_{zN} = 2 \cdot \left[ \frac{I}{6} \cdot t_f \cdot b^3 + \frac{I}{12} \cdot (h - 2 \cdot t_f) \cdot t_w^3 + A \cdot \left( \frac{B_i - b}{2} \right)^2 \right] \quad (5.12)$$

$$I_{TN} = \frac{I \cdot 3}{3} \cdot \left[ 4 \cdot b \cdot t_f^3 + 2 \cdot (h - 2 \cdot t_f) \cdot t_w^3 \right]^* \quad (5.13)$$

$$A_{V_yN} = 4 \cdot b \cdot t_f \quad (5.14)$$

$$A_{V_zN} = 2 \cdot (h - 2 \cdot t_f) \cdot t_w \quad (5.15)$$

Las dos vigas del pico de lanzamiento deben estar arriostradas entre si para evitar el pandeo lateral, para repartir las cargas no simétricas que carguen más una viga que otra y para resistir conjuntamente cargas transversales debidas al guiado lateral. Además las almas de las vigas deben estar fuertemente rigidizadas para evitar su abolladura por cargas puntuales o por flexocompresión, mediante un conjunto de rigidizadores longitudinales y transversales. El arriostramiento transversal y los rigidizadores no se incorporan en el modelo que se plantea, pues no influyen en la rigidez del conjunto pico-tablero, aunque sí se considera su peso propio pues puede influir significativamente en el comportamiento del conjunto. En la práctica, el peso propio unitario de arriostramientos y rigidizadores se considerará como una porción del peso unitario del pico de lanzamiento sin dichos elementos. Este porcentaje debe ser definido por el proyectista previamente a la optimización.

El acoplamiento del pico de lanzamiento al tablero se realiza hormigonando el primer segmento directamente contra el extremo del pico y pretensando la unión con barras de alta resistencia para transmitir las tracciones. Por lo tanto, este primer segmento será distinto al resto porque requiere un cierto macizado para la conexión con la nariz y además debe tener llaves de cortante para evitar el deslizamiento en la unión tablero-pico. A efectos del modelo de cálculo, este diafragma frontal se considerará exclusivamente como una carga permanente puntual  $P'$  igual al peso del hormigón del volumen encerrado por el recinto interior de la sección transversal y un espesor  $e'$ :

$$P' = \frac{I}{2} \cdot (H - e_s - e_i) \cdot \left( B_s - B_i - 2 \cdot B_v - \frac{4 \cdot e_a}{\sin \theta} + \frac{2 \cdot e_i}{\tan \theta} \right) \cdot e' \cdot \rho_H \cdot g \quad (5.16)$$

Siendo:

$e'$ : espesor del diafragma extremo del tablero al que se acopla el pico de lanzamiento.

$\rho_H$ : densidad del hormigón armado.

$g$ : aceleración de la gravedad.

#### 5.4 PRETENSADO CENTRADO.

Para el lanzamiento del tablero se necesita un pretensado centrado, recto y constante, que produzca únicamente una compresión axial sobre el dintel y por lo tanto sin excentricidad. Los tendones del pretensado centrado se alojarán en las alas superior e inferior de la sección transversal para aumentar su eficiencia y lo más próximo posible a las almas para reducir el efecto del arrastre por cortante. Además, puesto que el centro de gravedad en una sección cajón está más próximo a la losa superior que la inferior, habrá mayor número de tendones contenidos en la losa superior que en la inferior.

Puesto que en la zona delantera del tablero se producen mayores esfuerzos de flexión que en el resto del dintel se adoptará un pretensado centrado mayor para la zona frontal ( $P_f$ , pretensado centrado frontal) que para el resto del puente ( $P_d$ , pretensado centrado dorsal). En el Capítulo 4 se observó que la zona de influencia del pico de lanzamiento sobre el tablero tenía una longitud de entre  $1.5 \cdot L$  y  $2 \cdot L$ , dependiendo de la flexibilidad del pescante. El proyectista deberá indicar el número de segmentos o dovelas del extremo frontal que se pretensan más intensamente.

En el modelo que se plantea, el pretensado centrado se dimensionará para soportar las cargas muertas, cierta sobrecarga que según el proyectista pueda existir durante la fase de lanzamiento y los efectos de las variaciones de temperatura, tanto gradientes negativos como positivos. No se considerarán los efectos locales provocados por las compresiones del pretensado.

Para la vida de servicio del puente es necesario añadir un pretensado adicional que se introduce al final del lanzamiento cuando el tablero alcanza su posición definitiva. Este pretensado debe ser curvo, con máximas excentricidades sobre los apoyos y en centro de luz, por lo que se aloja en las almas de la sección en unas vainas que se han dejado a tal efecto durante la construcción. Estas vainas, vacías durante el lanzamiento,

junto con los recubrimientos necesarios imponen un espesor mínimo de las almas. El diseñador debe definir el diámetro de estas vainas antes de la optimización.

## 5.5 SEGMENTACIÓN DEL TABLERO.

El tablero se divide en segmentos constructivos lo más grandes posibles para reducir al mínimo el número de juntas de ejecución, pero siempre y cuando permitan alcanzar rendimientos de un segmento por semana.

En el modelo propuesto, la disposición de pilas es uniforme de modo que todos los vanos tienen igual longitud, salvo los vanos extremos que son más cortos para homogeneizar los momentos flectores máximos de viga continua. En el estado final, las juntas no deben situarse ni en centro de vano ni sobre las pilas, es decir, en las zonas de máximos esfuerzos. De modo que para los vanos habituales de entre 40 y 60 m aproximadamente, la longitud más adecuada para los segmentos es igual a la mitad de un vano (Figura 5.5.1), así en el estado final los segmentos estarán con su centro sobre una pila (segmentos S) o en mitad de vano (segmentos F) y las juntas constructivas estarán en los cuartos de vano. En los vanos laterales los segmentos tendrán menor longitud y serán especiales (segmentos B y E) pues tienen que contener sobreespesores para la conexión con el pico y para contener diafragmas de apoyo en el estribo.

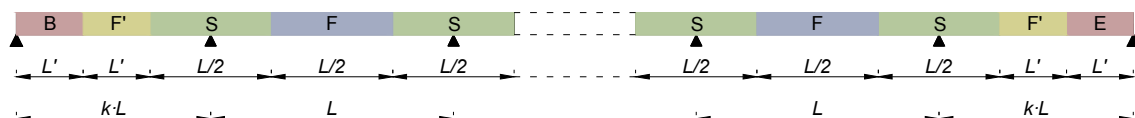


Figura 5.5.1. Esquema de división de la longitud del puente en segmentos.

La longitud de los segmentos B, E y F' de los vanos laterales es  $L' = \frac{L}{2} \cdot \left( k - \frac{1}{4} \right)$ .

Nótese que  $k > 0.25$  para que  $L'$  no tenga un valor negativo y sea posible este esquema de división en segmentos.

La zona de hormigonado, que contiene los encofrados, deberá medir al menos lo mismo que los mayores segmentos, es decir, la mitad de un vano. La zona de deslizamiento, que es el espacio entre la de hormigonado y el estribo, debe cumplir las

siguientes funciones: evitar el vuelco del puente cuando el pico de lanzamiento no ha alcanzado la primera pila, servir de zona de endurecimiento del hormigón joven y reducir el ángulo que el eje del último segmento lanzado forma con la horizontal. Para todo ello, una longitud adecuada de la zona de deslizamiento es la mitad de un vano con un apoyo intermedio en el centro (Figura 5.5.2), es decir, con vanos iguales a un cuarto de la distancia entre pilas. Nótese que la luz libre en la zona de deslizamiento debe ser menor a la longitud crítica  $L_{cr} = 0.41 \cdot L$ , según se vio en el Apartado 4.1, pues en caso contrario los mayores esfuerzos flectores positivos se producirían en la zona trasera cuando el último segmento se separa de la zona de hormigonado sin un pico trasero.

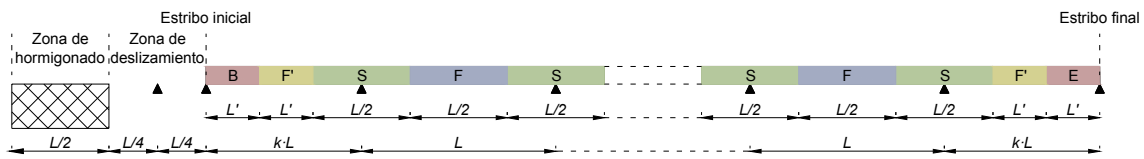


Figura 5.5.2. Esquema de apoyos del modelo de cálculo incluyendo la zona de fabricación.

Conocidos todos los apoyos que tendrá el tablero desde la zona de fabricación hasta que alcanza su posición final y definidos los tamaños de los segmentos, se pueden determinar las principales configuraciones por las que pasará el conjunto tablero-pico durante su empuje. En la Tabla 5.5.1 se muestra una clasificación de los 21 procesos de lanzamiento posibles en función de las longitudes de un vano interno  $L$ , de la de los vanos extremos  $k \cdot L$  y del pico de lanzamiento  $L_N$ . Debe tenerse presente que  $L$  y  $k$  son datos definidos por el proyectista, mientras que  $L_N$  será un resultado de la optimización.

La Tabla 5.5.1 tiene en consideración que  $k > 0.25$ , como ya se ha mencionado anteriormente, y que  $L_N \geq \frac{L}{4}$ , de modo que el pico de lanzamiento se pueda apoyar en la zona de deslizamiento antes de la construcción del primer segmento sin necesidad de apoyos adicionales a los ya indicados. Además,  $k \leq 1$  y  $L_N \leq L$ , pues ni los vanos extremos, ni el pico pueden ser más largos que un vano interno del puente.

Las Tablas 5.5.2 a 5.5.22 muestran los principales pasos del proceso de lanzamiento para cada uno de los casos definidos en la Tabla 5.5.1. Los esquemas de lanzamiento representados corresponden a un ejemplo concreto de un puente lanzado de 4 vanos finales.

					Caso
$0.25 < k \leq 0.75$	$k < \frac{L_N}{L}$	$\frac{L}{4} < L_N < \frac{3}{4} \cdot L \left( L_N \neq \frac{L}{4} \right)$		$L_N < \frac{L}{2}$	1
				$L_N = \frac{L}{2}$	2
				$L_N > \frac{L}{2}$	3
		$L_N = \frac{3}{4} \cdot L$			4
		$L_N > \frac{3}{4} \cdot L$			5
	$k = \frac{L_N}{L}$	$0.25 < k < 0.75 \left( L_N \neq \frac{L}{4} \right)$	$\frac{L}{4} < L_N < \frac{3}{4} \cdot L$	$L_N < \frac{L}{2}$	6
				$L_N = \frac{L}{2}$	7
				$L_N > \frac{L}{2}$	8
		$k = 0.75$	$L_N = \frac{3}{4} \cdot L$		9
	$k > \frac{L_N}{L}$	$L_N = \frac{L}{4}$			10
		$\frac{L}{4} < L_N \left( < \frac{3}{4} \cdot L \right)$		$L_N < \frac{L}{2}$	11
				$L_N = \frac{L}{2}$	12
				$L_N > \frac{L}{2}$	13
$0.75 < k \leq 1$	$k < \frac{L_N}{L}$	$L_N > \frac{3}{4} \cdot L$			14
	$k = \frac{L_N}{L}$	$L_N > \frac{3}{4} \cdot L$			15
	$k > \frac{L_N}{L}$	$L_N < \frac{3}{4} \cdot L$	$L_N = \frac{L}{4}$		16
			$L_N > \frac{L}{4}$	$L_N < \frac{L}{2}$	17
				$L_N = \frac{L}{2}$	18
				$L_N > \frac{L}{2}$	19
		$L_N = \frac{3}{4} \cdot L$			20
	$L_N > \frac{3}{4} \cdot L$			21	

Tabla 5.5.1. Casos posibles de lanzamiento según  $L$ ,  $k$  y  $L_N$ .

1º Colocación del pico de lanzamiento en la zona de deslizamiento:	
2º Construcción del primer segmento de longitud $\left(\frac{k}{2} - \frac{1}{8}\right) \cdot L$ :	
Si $0.25 < k \leq 0.75$ :	
3º Construcción del segundo segmento de longitud reducida:	
$k < \frac{L_N}{L} \quad \frac{L}{4} < L_N < \frac{3}{4} \cdot L \quad L_N < \frac{L}{2}$	
4º Avance de una distancia $d_1$ hasta que el pico alcanza el estribo (aún no se apoya en él):	 $d_1 = \frac{L}{2} - L_N$
5º Apoyo del pico de lanzamiento en el estribo:	
6º Avance de una distancia $d_2$ hasta dejar totalmente libre la planta de fabricación:	 $d_2 = \left(k - \frac{3}{4}\right) \cdot L + L_N$
7º Construcción del tercer segmento de longitud $\frac{L}{2}$ que es el tamaño normal de segmento:	
8º Avance de la distancia $d_3$ hasta que el pico de lanzamiento alcanza la primera pila pero sin apoyarse en ella:	 $d_3 = \frac{3}{4} \cdot L - L_N$
9º El pico de lanzamiento se apoya en la pila:	
10º Avance de una distancia $d_4$ hasta dejar libre la planta de fabricación:	 $d_4 = L_N - \frac{L}{4}$
11º Construcción del cuarto segmento (de longitud normal):	
12º Avance de una distancia $d_5$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:	 $d_5 = \frac{L}{4}$
13º Avance $d_6$ para dejar libre la planta de fabricación:	 $d_6 = \frac{L}{4} = d_5$
14º Construcción del quinto segmento (de longitud normal):	
15º Avance de una distancia $d_7$ hasta que el pico alcanza la pila siguiente (sin apoyarse en ella):	 $d_7 = \frac{3}{4} \cdot L - L_N = d_3$
16º El pico de lanzamiento se apoya en la pila:	
17º Avance $d_8$ para dejar libre la planta de fabricación:	 $d_8 = L_N - \frac{L}{4} = d_4$



18º Construcción del sexto segmento (de longitud normal):
19º Avance $d_9$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:
$d_9 = \frac{L}{4} = d_5$
20º Avance $d_{10}$ para dejar libre la planta de fabricación:
$d_{10} = \frac{L}{4} = d_5$
21º Construcción del séptimo segmento (de longitud normal):
22º Avance $d_{11}$ hasta que el pico alcanza la pila siguiente (aún no se apoya en ella):
$d_{11} = \frac{3}{4} \cdot L - L_N = d_3$
23º El pico de lanzamiento se apoya en la pila:
24º Avance $d_{12}$ para dejar libre la planta de fabricación:
$d_{12} = L_N - \frac{L}{4} = d_4$
25º Construcción del octavo segmento (de longitud reducida):
26º Construcción del noveno y último segmento (de longitud reducida):
27º Avance $d_{13}$ hasta que el extremo trasero deja la planta de fabricación pero aún se apoya en ella:
$d_{13} = \left(k - \frac{1}{4}\right) \cdot L$
28º El extremo trasero deja de apoyarse en la planta de fabricación:
29º Avance $d_{14}$ hasta que el pico alcanza el estribo (aún no se apoya en él):
$d_{14} = \frac{L}{2} - L_N = d_1$
30º El pico de lanzamiento se apoya en el estribo:
31º Avance $d_{15}$ hasta que el extremo trasero alcanza el apoyo provisional (continúa apoyado):
$d_{15} = L_N - \frac{L}{4} = d_4$
32º Deja de estar apoyado el extremo trasero sobre el apoyo provisional:
33º Avance $d_{16}$ hasta que el tablero se sitúa en su posición definitiva:
$d_{16} = \frac{L}{4} = d_5$
34º Retirada del pico de lanzamiento:

Tabla 5.5.2. Pasos de lanzamiento para el Caso 1.

1º Colocación del pico de lanzamiento en la zona de deslizamiento:	
2º Construcción del primer segmento de longitud $\left(\frac{k}{2} - \frac{l}{8}\right) \cdot L$ :	
Si $0.25 < k \leq 0.75$ :	
3º Construcción del segundo segmento de longitud reducida:	
$k < \frac{L_N}{L} \quad \frac{L}{4} < L_N < \frac{3}{4} \cdot L \quad L_N = \frac{L}{2}$	
4º Avance de una distancia $d_1$ hasta dejar totalmente libre la planta de fabricación:	$d_1 = \left(k - \frac{l}{4}\right) \cdot L$
5º Construcción del tercer segmento de longitud $\frac{L}{2}$ que es el tamaño normal de segmento:	
6º Avance de la distancia $d_2$ hasta que el pico de lanzamiento alcanza la primera pila pero sin apoyarse en ella:	$d_2 = \frac{L}{4}$
7º El pico de lanzamiento se apoya en la pila:	
8º Avance de una distancia $d_3$ hasta dejar libre la planta de fabricación:	$d_3 = \frac{L}{4} = d_2$
9º Construcción del cuarto segmento (de longitud normal):	
10º Avance de una distancia $d_4$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:	$d_4 = \frac{L}{4} = d_2$
11º Avance $d_5$ para dejar libre la planta de fabricación:	$d_5 = \frac{L}{4} = d_2$
12º Construcción del quinto segmento (de longitud normal):	
13º Avance de una distancia $d_6$ hasta que el pico alcanza la pila siguiente (sin apoyarse en ella):	$d_6 = \frac{L}{4} = d_2$
14º El pico de lanzamiento se apoya en la pila:	
15º Avance $d_7$ para dejar libre la planta de fabricación:	$d_7 = \frac{L}{4} = d_2$

16º Construcción del sexto segmento (de longitud normal):
17º Avance $d_8$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:
$d_8 = \frac{L}{4} = d_2$
18º Avance $d_9$ para dejar libre la planta de fabricación:
$d_9 = \frac{L}{4} = d_2$
19º Construcción del séptimo segmento (de longitud normal):
20º Avance $d_{10}$ hasta que el pico alcanza la pila siguiente (aún no se apoya en ella):
$d_{10} = \frac{L}{4} = d_2$
21º El pico de lanzamiento se apoya en la pila:
22º Avance $d_{11}$ para dejar libre la planta de fabricación:
$d_{11} = \frac{L}{4} = d_2$
23º Construcción del octavo segmento (de longitud reducida):
24º Construcción del noveno y último segmento (de longitud reducida):
25º Avance $d_{12}$ hasta que el pico alcanza el estribo (pero sin apoyarse), además el extremo trasero deja la planta de fabricación pero aún se apoya en ella:
$d_{12} = \left(k - \frac{1}{4}\right) \cdot L = d_1$
26º Apoyo del pico en el estribo:
27º El último segmento deja de apoyarse en la planta de fabricación:
28º Avance $d_{13}$ hasta que el extremo trasero alcanza el apoyo provisional (continúa apoyado):
$d_{13} = \frac{L}{4} = d_2$
29º Deja de estar apoyado el extremo trasero sobre el apoyo provisional:
30º Avance $d_{14}$ hasta que el tablero se sitúa en su posición definitiva:
$d_{14} = \frac{L}{4} = d_2$
31º Retirada del pico de lanzamiento:

Tabla 5.5.3. Pasos de lanzamiento para el Caso 2.

1º Colocación del pico de lanzamiento en la zona de deslizamiento:	
2º Construimos el primer segmento de longitud $\left(\frac{k}{2} - \frac{I}{8}\right) \cdot L$ :	
Si $0.25 < k \leq 0.75$ :	
3º Construcción del segundo segmento de longitud reducida:	
$k < \frac{L_N}{L} \quad \frac{L}{4} < L_N < \frac{3}{4} \cdot L \quad L_N > \frac{L}{2}$	
4º Avance de una distancia $d_1$ hasta dejar totalmente libre la planta de fabricación:	 $d_1 = \left(k - \frac{I}{4}\right) \cdot L$
5º Construcción del tercer segmento de longitud $\frac{L}{2}$ que es el tamaño normal de segmento:	
6º Avance de la distancia $d_2$ hasta que el pico de lanzamiento alcanza la primera pila pero sin apoyarse en ella:	 $d_2 = \frac{3}{4} \cdot L - L_N$
7º El pico de lanzamiento se apoya en la pila:	
8º Avance de una distancia $d_3$ hasta dejar libre la planta de fabricación:	 $d_3 = L_N - \frac{L}{4}$
9º Construcción del cuarto segmento (de longitud normal):	
10º Avance de una distancia $d_4$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:	 $d_4 = \frac{L}{4}$
11º Avance de $d_5$ para dejar libre la planta de fabricación:	 $d_5 = \frac{L}{4} = d_4$
12º Construcción del quinto segmento (de longitud normal):	
13º Avance de una distancia $d_6$ hasta que el pico alcanza la pila siguiente (sin apoyarse en ella):	 $d_6 = \frac{3}{4} \cdot L - L_N = d_2$
14º El pico de lanzamiento se apoya en la pila:	
15º Avance $d_7$ para dejar libre la planta de fabricación:	 $d_7 = L_N - \frac{L}{4} = d_3$
16º Construcción del sexto segmento (de longitud normal):	







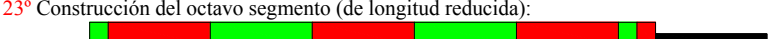


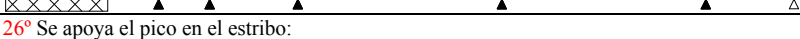

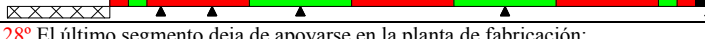















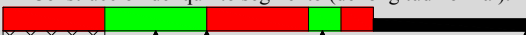



17º Avance $d_8$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:
$d_8 = \frac{L}{4} = d_4$

18º Avance $d_9$ para dejar libre la planta de fabricación:
$d_9 = \frac{L}{4} = d_4$

19º Construcción del séptimo segmento (de longitud normal):

20º Avance $d_{10}$ hasta que el pico alcanza la pila siguiente (aún no se apoya en ella):
$d_{10} = \frac{3}{4} \cdot L - L_N = d_2$

21º El pico de lanzamiento se apoya en la pila:

22º Avance $d_{11}$ para dejar libre la planta de fabricación:
$d_{11} = L_N - \frac{L}{4} = d_3$

23º Construcción del octavo segmento (de longitud reducida):

24º Construcción del noveno y último segmento (de longitud reducida):

25º Avance $d_{12}$ hasta que el pico alcanza el estribo (pero sin apoyarse):
$d_{12} = \left(k + \frac{1}{4}\right) \cdot L - L_N$

26º Se apoya el pico en el estribo:

27º Avance $d_{13}$ hasta que el extremo trasero deja la planta de fabricación (aún se apoya en ella):
$d_{13} = L_N - \frac{L}{2}$

28º El último segmento deja de apoyarse en la planta de fabricación:

29º Avance $d_{14}$ hasta que el extremo trasero alcanza el apoyo provisional (continúa apoyado):
$d_{14} = \frac{L}{4} = d_4$

30º Deja de estar apoyado el extremo trasero sobre el apoyo provisional:

31º Avance $d_{15}$ hasta que la viga se sitúa en su posición definitiva:
$d_{15} = \frac{L}{4} = d_4$

32º Retirada del pico de lanzamiento:


Tabla 5.5.4. Pasos de lanzamiento para el Caso 3.

1º Colocación del pico de lanzamiento en la zona de deslizamiento:	
2º Construcción del primer segmento de longitud $\left(\frac{k}{2} - \frac{l}{8}\right) \cdot L$ :	
Si $0.25 < k \leq 0.75$ :	
3º Construcción del segundo segmento de longitud reducida:	
$k < \frac{L_N}{L} \quad L_N = \frac{3}{4} \cdot L$	
4º Avance de una distancia $d_1$ hasta dejar totalmente libre la planta de fabricación (el pico alcanza la primera pila pero sin apoyarse):	$d_1 = \left(k - \frac{l}{4}\right) \cdot L$
	
5º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:	
6º Construcción del tercer segmento de longitud $\frac{L}{2}$ que es el tamaño normal de segmento:	
7º Avance de la distancia $d_2$ necesaria para dejar totalmente libre la planta de fabricación para poder construir el próximo segmento:	$d_2 = \frac{L}{2}$
	
8º Construcción del cuarto segmento (de longitud normal):	
9º Avance de una distancia $d_3$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:	$d_3 = \frac{L}{4}$
	
10º Avance $d_4$ para dejar libre la planta de fabricación (el pico alcanza la pila pero no se apoya en ella):	$d_4 = \frac{L}{4} = d_3$
	
11º El pico de lanzamiento se apoya en la pila:	
12º Construcción del quinto segmento (de longitud normal):	
13º Avance $d_5$ para dejar libre la planta de fabricación:	$d_5 = \frac{L}{2} = d_2$
	
14º Construcción del sexto segmento (de longitud normal):	
15º Avance $d_6$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:	$d_6 = \frac{L}{4} = d_3$
	

16º Avances $d_7$ para dejar libre la planta de fabricación (el pico alcanza la pila pero no se apoya en ella):
$d_7 = \frac{L}{4} = d_3$
17º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:
18º Construcción del séptimo segmento (de longitud normal):
19º Avance $d_8$ para dejar libre la planta de fabricación:
$d_8 = \frac{L}{2} = d_2$
20º Construcción del octavo segmento (de longitud reducida):
21º Construcción del noveno y último segmento (de longitud reducida):
22º Avance $d_9$ hasta que el pico alcanza el estribo (pero sin apoyarse):
$d_9 = \left(k - \frac{1}{2}\right) \cdot L$
23º Apoyo del pico en el estribo:
24º Avance $d_{10}$ hasta que el último segmento deja la planta de fabricación (aún se apoya):
$d_{10} = \frac{L}{4} = d_3$
25º El último segmento deja de apoyarse en la planta de fabricación:
26º Avance $d_{11}$ hasta que el extremo trasero alcanza el apoyo provisional (continúa apoyado):
$d_{11} = \frac{L}{4} = d_3$
27º Deja de estar apoyado el extremo trasero sobre el apoyo provisional:
28º Avance $d_{12}$ hasta que el tablero se sitúa en su posición definitiva:
$d_{12} = \frac{L}{4} = d_3$
29º Retirada del pico de lanzamiento:

Tabla 5.5.5. Pasos de lanzamiento para el Caso 4.

1º Colocación del pico de lanzamiento en la zona de deslizamiento:	
2º Construcción del primer segmento de longitud $\left(\frac{k}{2} - \frac{1}{8}\right) \cdot L$ :	
Si $0.25 < k \leq 0.75$ :	
3º Construcción del segundo segmento de longitud reducida:	
$k < \frac{L_N}{L} \quad L_N > \frac{3}{4} \cdot L$	
4º Avance de una distancia $d_1$ hasta que el pico alcanza la primera pila pero no se apoya en ella:	$d_1 = \left(k + \frac{1}{2}\right) \cdot L - L_N$
5º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:	
6º Avance de una distancia $d_2$ hasta dejar totalmente libre la planta de fabricación:	$d_2 = L_N - \frac{3}{4} \cdot L$
7º Construcción del tercer segmento de longitud $\frac{L}{2}$ que es el tamaño normal de segmento:	
8º Avance de la distancia $d_3$ necesaria para dejar totalmente libre la planta de fabricación para poder construir el próximo segmento:	$d_3 = \frac{L}{2}$
9º Construcción del cuarto segmento (de longitud normal):	
10º Avance de una distancia $d_4$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:	$d_4 = \frac{L}{4}$
11º Avance $d_5$ hasta que el pico alcanza la pila pero no se apoya en ella:	$d_5 = L - L_N$
12º El pico de lanzamiento se apoya en la pila:	
13º Avance $d_6$ para dejar libre la planta de fabricación:	$d_6 = L_N - \frac{3}{4} \cdot L = d_2$
14º Construcción del quinto segmento (de longitud normal):	
15º Avance $d_7$ para dejar libre la planta de fabricación:	$d_7 = \frac{L}{2} = d_3$
16º Construcción del sexto segmento (de longitud normal):	



















17º Avance $d_8$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:
$d_8 = \frac{L}{4} = d_4$

18º Avance $d_9$ hasta que el pico alcanza la pila pero no se apoya en ella:
$d_9 = L - L_N = d_5$

19º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:

20º Avance $d_{10}$ para dejar libre la planta de fabricación:
$d_{10} = L_N - \frac{3}{4} \cdot L = d_2$

21º Construcción del séptimo segmento (de longitud normal):

22º Avance $d_{11}$ para dejar libre la planta de fabricación:
$d_{11} = \frac{L}{2} = d_3$

23º Construcción del octavo segmento (de longitud reducida):

24º Construcción del noveno y último segmento (de longitud reducida):

25º Avance $d_{12}$ hasta que el pico alcanza el estribo (pero sin apoyarse):
$d_{12} = \left(k + \frac{1}{4}\right) \cdot L - L_N$

26º Apoyo del pico en el estribo:

27º Avance $d_{13}$ hasta que el último segmento deja la planta de fabricación (aún se apoya):
$d_{13} = L_N - \frac{L}{2}$

28º El último segmento deja de apoyarse en la planta de fabricación:

29º Avance $d_{14}$ hasta que el extremo trasero alcanza el apoyo provisional (continúa apoyado):
$d_{14} = \frac{L}{4} = d_4$

30º Deja de estar apoyado el extremo trasero sobre el apoyo provisional:

31º Avance $d_{15}$ hasta que la viga se sitúa en su posición definitiva:
$d_{15} = \frac{L}{4} = d_4$

32º Retirada del pico de lanzamiento:


Tabla 5.5.6. Pasos de lanzamiento para el Caso 5.

1º Colocación del pico de lanzamiento:	
2º Construcción del primer segmento de longitud $\left(\frac{k}{2} - \frac{1}{8}\right) \cdot L$ :	
Si $0.25 < k \leq 0.75$ :	
3º Construcción del segundo segmento (de longitud reducida):	
$k = \frac{L_N}{L} \quad \frac{L}{4} < L_N < \frac{3}{4} \cdot L$	
4º Avance de una distancia $d_1$ hasta que el pico alcanza el estribo (sin apoyarse en él):	 $d_1 = \left(\frac{1}{2} - k\right) \cdot L$
5º Apoyo del pico de lanzamiento en el estribo:	
6º Avance de una distancia $d_2$ hasta dejar totalmente libre la planta de fabricación:	 $d_2 = \left(2 \cdot k - \frac{3}{4}\right) \cdot L$
7º Construcción del tercer segmento de longitud $\frac{L}{2}$ que es el tamaño normal de segmento:	
8º Avance de una distancia $d_3$ hasta que el pico de lanzamiento alcanza la pila (pero sin apoyarse en ella):	 $d_3 = \left(\frac{3}{4} - k\right) \cdot L$
9º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:	
10º Avance $d_4$ necesaria para dejar totalmente libre la planta de fabricación para poder construir el próximo segmento:	 $d_4 = \left(k - \frac{1}{4}\right) \cdot L$
11º Construcción del cuarto segmento (de longitud normal):	
12º Avance de una distancia $d_5$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:	
13º Avance $d_6$ para dejar libre la planta de fabricación:	 $d_6 = \frac{L}{4} = d_5$
14º Construcción del quinto segmento (de longitud normal):	
15º Avance de una distancia $d_7$ hasta que el pico alcanza la siguiente pila (pero sin apoyarse en ella):	 $d_7 = \left(\frac{3}{4} - k\right) \cdot L = d_3$
16º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:	
17º Avance $d_8$ para dejar libre la planta de fabricación:	 $d_8 = \left(k - \frac{1}{4}\right) \cdot L = d_4$
18º Construcción del sexto segmento (de longitud normal):	

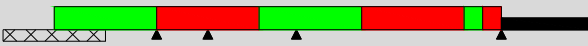
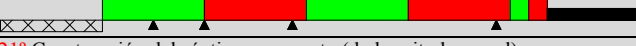


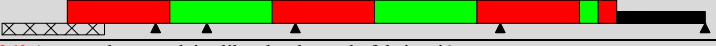


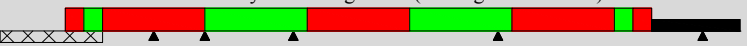


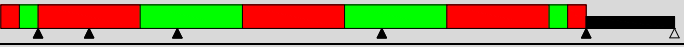
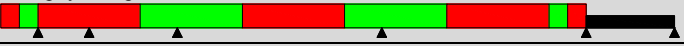




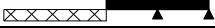

























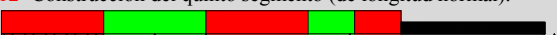




19º Avance $d_9$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:		$d_9 = \frac{L}{4} = d_5$
20º Avance $d_{10}$ para dejar libre la planta de fabricación:		$d_{10} = \frac{L}{4} = d_5$
21º Construcción del séptimo segmento (de longitud normal):		
22º Avance de una distancia $d_{11}$ hasta que el pico alcanza la siguiente pila (pero sin apoyarse en ella):		$d_{11} = \left( \frac{3}{4} - k \right) \cdot L = d_3$
23º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:		
24º Avance $d_{12}$ para dejar libre la planta de fabricación:		$d_{12} = \left( k - \frac{1}{4} \right) \cdot L = d_4$
25º Construcción del octavo segmento (de longitud reducida):		
26º Construcción del noveno y último segmento (de longitud reducida):		
27º Avance $d_{13}$ hasta que el segmento trasero deja la planta de fabricación (aún se apoya en ella):		$d_{13} = \left( k - \frac{1}{4} \right) \cdot L = d_4$
28º El último segmento deja de apoyarse en la planta de fabricación:		
29º Avance $d_{14}$ hasta que el pico alcanza el estribo (aún no se apoya en él):		$d_{14} = \frac{L}{2} - L_N = d_4$
30º Apoyo del pico de lanzamiento en el estribo:		
31º Avance $d_{15}$ hasta que el extremo trasero alcanza el apoyo provisional (continúa apoyado):		$d_{15} = \left( k - \frac{1}{4} \right) \cdot L = d_4$
32º Deja de estar apoyado el extremo trasero sobre el apoyo provisional:		
33º Avance $d_{16}$ hasta que el tablero se sitúa en su posición definitiva:		$d_{16} = \frac{L}{4} = d_5$
34º Retirada del pico de lanzamiento:		

Tabla 5.5.7. Pasos de lanzamiento para el Caso 6.

1º Colocación del pico de lanzamiento en la zona de deslizamiento:	
2º Construcción del primer segmento de longitud $\left(\frac{k}{2} - \frac{1}{8}\right) \cdot L$ :	
Si $0.25 < k \leq 0.75$ :	
3º Construcción del segundo segmento (de longitud reducida):	
$k = \frac{L_N}{L} \quad L_N = \frac{L}{2} \quad \frac{L}{4} < L_N < \frac{3}{4} \cdot L$	
4º Avance de una distancia $d_1$ hasta dejar totalmente libre la planta de fabricación:	$d_1 = \frac{L}{4}$ 
5º Construcción del tercer segmento de longitud $\frac{L}{2}$ que es el tamaño normal de segmento:	
6º Avance de una distancia $d_2$ hasta que el pico de lanzamiento alcanza la pila (pero sin apoyarse en ella):	$d_2 = \frac{L}{4} = d_1$ 
7º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:	
8º Avance de la distancia $d_3$ necesaria para dejar totalmente libre la planta de fabricación para poder construir el próximo segmento:	$d_3 = \frac{L}{4} = d_1$ 
9º Construcción del cuarto segmento (de longitud normal):	
10º Avance de una distancia $d_4$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:	$d_4 = \frac{L}{4} = d_1$ 
11º Avance $d_5$ para dejar libre la planta de fabricación:	$d_5 = \frac{L}{4} = d_1$ 
12º Construcción del quinto segmento (de longitud normal):	
13º Avance de una distancia $d_6$ hasta que el pico alcanza la siguiente pila (pero sin apoyarse en ella):	$d_6 = \frac{L}{4} = d_1$ 
14º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:	
15º Avance $d_7$ para dejar libre la planta de fabricación:	$d_7 = \frac{L}{4} = d_1$ 

16º Construcción del sexto segmento (de longitud normal):
17º Avance $d_8$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:
$d_8 = \frac{L}{4} = d_1$
18º Avance $d_9$ para dejar libre la planta de fabricación:
$d_9 = \frac{L}{4} = d_1$
19º Construcción del séptimo segmento (de longitud normal):
20º Avance de una distancia $d_{10}$ hasta que el pico alcanza la siguiente pila (pero sin apoyarse en ella):
$d_{10} = \frac{L}{4} = d_1$
21º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:
22º Avance $d_{11}$ para dejar libre la planta de fabricación:
$d_{11} = \frac{L}{4} = d_1$
23º Construcción del octavo segmento (de longitud reducida):
24º Construcción del noveno y último segmento (de longitud reducida):
25º Avance $d_{12}$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo (alcanza el estribo pero no se apoya en él) y a la vez el último segmento deja la planta de fabricación (aún se apoya en ella):
$d_{12} = \frac{L}{4} = d_1$
26º El pico se apoya en el estribo y el extremo trasero aún se apoya en la planta de fabricación:
27º El último segmento deja de apoyarse en la planta de fabricación (la nariz se apoya en el estribo):
28º Avance $d_{13}$ hasta que el extremo trasero alcanza el apoyo provisional (continúa apoyado):
$d_{13} = \frac{L}{4} = d_1$
29º Deja de estar apoyado el extremo trasero sobre el apoyo provisional:
30º Avance $d_{14}$ hasta que el tablero se sitúa en su posición definitiva:
$d_{14} = \frac{L}{4} = d_1$
31º Retirada del pico de lanzamiento:

Tabla 5.5.8. Pasos de lanzamiento para el Caso 7.

1º Colocación del pico de lanzamiento en la zona de deslizamiento:	
2º Construcción del primer segmento de longitud $\left(\frac{k}{2} - \frac{l}{8}\right) \cdot L$ :	
Si $0.25 < k \leq 0.75$ :	
3º Construcción del segundo segmento (de longitud reducida):	
	$k = \frac{L_N}{L} \quad \frac{L}{4} < L_N < \frac{3}{4} \cdot L$
4º Avance de una distancia $d_1$ hasta dejar totalmente libre la planta de fabricación:	 $d_1 = \left(k - \frac{l}{4}\right) \cdot L$
5º Construcción del tercer segmento de longitud $\frac{L}{2}$ que es el tamaño normal de segmento:	
6º Avance de una distancia $d_2$ hasta que el pico de lanzamiento alcanza la pila (pero sin apoyarse en ella):	 $d_2 = \left(\frac{3}{4} - k\right) \cdot L$
7º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:	
8º Avance de la distancia $d_3$ necesaria para dejar totalmente libre la planta de fabricación para poder construir el próximo segmento:	 $d_3 = \left(k - \frac{l}{4}\right) \cdot L = d_1$
9º Construcción del cuarto segmento (de longitud normal):	
10º Avance de una distancia $d_4$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:	 $d_4 = \frac{L}{4}$
11º Avance $d_5$ para dejar libre la planta de fabricación:	 $d_5 = \frac{L}{4} = d_4$
12º Construcción del quinto segmento (de longitud normal):	
13º Avance de una distancia $d_6$ hasta que el pico alcanza la siguiente pila (pero sin apoyarse en ella):	 $d_6 = \left(\frac{3}{4} - k\right) \cdot L = d_2$
14º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:	
15º Avance $d_7$ para dejar libre la planta de fabricación:	 $d_7 = \left(k - \frac{l}{4}\right) \cdot L = d_1$
16º Construcción del sexto segmento (de longitud normal):	




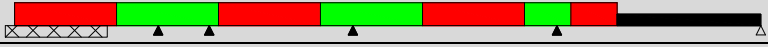























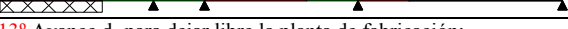

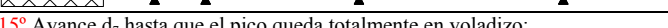


17º Avance $d_8$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:
$d_8 = \frac{L}{4} = d_4$

18º Avance $d_9$ para dejar libre la planta de fabricación:
$d_9 = \frac{L}{4} = d_4$

19º Construcción del séptimo segmento (de longitud normal):

20º Avance de una distancia $d_{10}$ hasta que el pico alcanza la siguiente pila (pero sin apoyarse en ella):
$d_{10} = \left( \frac{3}{4} - k \right) \cdot L = d_2$

21º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:

22º Avance $d_{11}$ para dejar libre la planta de fabricación:
$d_{11} = \left( k - \frac{1}{4} \right) \cdot L = d_1$

23º Construcción del octavo segmento (de longitud reducida):

24º Construcción del noveno y último segmento (de longitud reducida):

25º Avance $d_{12}$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo (alcanza el estribo pero no se apoya en él):
$d_{12} = \frac{L}{4} = d_4$

26º El pico se apoya en el estribo y el extremo trasero aún se apoya en la planta de fabricación:

27º Avance $d_{13}$ hasta que el último segmento deja la planta de fabricación (aún se apoya):
$d_{13} = \left( k - \frac{1}{2} \right) \cdot L$

28º El último segmento deja de apoyarse en la planta de fabricación (el pico se apoya en el estribo):

29º Avance $d_{14}$ hasta que el extremo trasero alcanza el apoyo provisional (continúa apoyado):
$d_{14} = \frac{L}{4} = d_4$

30º Deja de estar apoyado el extremo trasero sobre el apoyo provisional:

31º Avance $d_{15}$ hasta que el tablero se sitúa en su posición definitiva:
$d_{15} = \frac{L}{4} = d_4$

32º Retirada del pico de lanzamiento:


Tabla 5.5.9. Pasos de lanzamiento para el Caso 8.

1º Colocación del pico de lanzamiento en la zona de deslizamiento:

2º Construcción del primer segmento de longitud $\left(\frac{k}{2} - \frac{1}{8}\right) \cdot L$ :

Si $0.25 < k \leq 0.75$ :
3º Construcción del segundo segmento (cabe justo con el primero en la planta de fabricación):

$k = 0.75$
4º Avance de los dos segmentos hasta que el pico alcanza la primera pila pero sin apoyarse en ella:
$d_2 = \frac{L}{2}$

5º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:

6º Construcción del tercer segmento (de longitud normal):

7º Avance d <sub>3</sub> hasta dejar libre la planta de fabricación:
$d_3 = \frac{L}{2} = d_2$

8º Construcción del cuarto segmento (de longitud normal):

9º Avance d <sub>4</sub> hasta que el pico queda totalmente en voladizo:
$d_4 = \frac{L}{4}$

10º Avance d <sub>5</sub> hasta que el pico alcanza la siguiente pila (sin apoyarse en ella):
$d_5 = \frac{L}{4} = d_4$

11º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:

12º Construcción del quinto segmento (de longitud normal):

13º Avance d <sub>6</sub> para dejar libre la planta de fabricación:
$d_6 = \frac{L}{2} = d_2$

14º Construcción del sexto segmento (de longitud normal):

15º Avance d <sub>7</sub> hasta que el pico queda totalmente en voladizo:
$d_7 = \frac{L}{4} = d_4$

16º Avance d <sub>8</sub> hasta que el pico alcanza la siguiente pila (sin apoyarse en ella):
$d_8 = \frac{L}{4} = d_4$




17º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:	
18º Construcción del séptimo segmento (de longitud normal):	
19º Avance $d_9$ para dejar libre la planta de fabricación:	$d_9 = \frac{L}{2} = d_2$ 
20º Construcción del octavo segmento (de longitud reducida):	
21º Construcción del noveno y último segmento (de longitud reducida):	
22º Avance $d_{10}$ hasta que el pico alcanza el estribo pero no se apoya en él:	$d_{10} = \frac{L}{4} = d_4$ 
23º Apoyo del pico de lanzamiento en el estribo:	
24º Avance $d_{11}$ hasta que el último segmento deja la planta de fabricación (aún se apoya):	$d_{11} = \frac{L}{4} = d_4$ 
25º El último segmento deja de apoyarse en la planta de fabricación:	
26º Avance $d_{12}$ hasta que el extremo trasero alcanza el apoyo provisional (continúa apoyado):	$d_{12} = \frac{L}{4} = d_4$ 
27º Deja de estar apoyado el extremo trasero sobre el apoyo provisional:	
28º Avance $d_{13}$ hasta que el tablero se sitúa en su posición definitiva:	$d_{13} = \frac{L}{4} = d_4$ 
29º Retirada del pico de lanzamiento:	

Tabla 5.5.10. Pasos de lanzamiento para el Caso 9.

1º Colocación del pico de lanzamiento:	
2º Construcción del primer segmento de longitud $\left(\frac{k}{2} - \frac{l}{8}\right) \cdot L$ :	
Si $0.25 < k \leq 0.75$ :	
3º Construcción del segundo segmento de longitud reducida:	
$k > \frac{L_N}{L} \quad L_N = \frac{L}{4}$	
4º Avance de los dos segmentos una distancia $d_1$ hasta que el pico alcanza el estribo 1 (aún no se apoya):	 $d_1 = \frac{L}{4}$
5º Apoyo del pico de lanzamiento en el estribo:	
6º Avance de una distancia $d_2$ hasta dejar totalmente libre la planta de fabricación y poder construir el tercer segmento:	 $d_2 = \left(k - \frac{l}{2}\right) \cdot L$
7º Construcción del tercer segmento de longitud $\frac{L}{2}$ que es el tamaño normal de segmento:	
8º Avance de una distancia $d_3$ hasta que el pico de lanzamiento pasa totalmente sobre el estribo:	 $d_3 = \left(\frac{3}{4} - k\right) \cdot L$
9º Avance de una distancia $d_4$ hasta dejar libre la planta de fabricación (el pico alcanza la pila pero no se apoya en ella):	 $d_4 = \left(k - \frac{l}{4}\right) \cdot L$
10º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:	
11º Construcción del cuarto segmento (de longitud normal):	
12º Avance de una distancia $d_5$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:	 $d_5 = L_N = \frac{L}{4} = d_1$
13º Avance $d_6$ para dejar libre la planta de fabricación:	 $d_6 = \frac{L}{4} = d_1$
14º Construcción del quinto segmento (de longitud normal):	
15º Avance $d_7$ hasta que el pico alcanza la siguiente pila (pero sin apoyarse en ella) y queda libre toda la planta de fabricación:	 $d_7 = \frac{L}{2}$
16º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:	

17º Construcción del sexto segmento (de longitud normal):
18º Avance de una distancia $d_8$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:
$d_8 = L_N = \frac{L}{4} = d_1$
19º Avance $d_9$ para dejar libre la planta de fabricación:
$d_9 = \frac{L}{4} = d_1$
20º Construcción del séptimo segmento (de longitud normal):
21º Avance $d_{10}$ hasta que el pico alcanza la siguiente pila (pero sin apoyarse en ella) y queda libre toda la planta de fabricación:
$d_{10} = \frac{L}{2} = d_7$
22º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:
23º Construcción del octavo segmento (de longitud reducida):
24º Construcción del noveno y último segmento (de longitud reducida):
25º Avance $d_{11}$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:
$d_{11} = \frac{L}{4} = d_1$
26º Avance $d_{12}$ hasta que el último segmento deja la planta de fabricación (aún se apoya):
$d_{12} = \left(k - \frac{1}{2}\right) \cdot L = d_2$
27º El último segmento deja de apoyarse en la planta de fabricación:
28º Avance $d_{13}$ hasta que el pico alcanza el estribo (sin apoyarse) y el extremo trasero alcanza el apoyo provisional (aún se apoya):
$d_{13} = \frac{L}{4} = d_1$
29º Apoyo del pico en el estribo y el extremo trasero aún se apoya en el apoyo provisional:
30º El extremo trasero deja el apoyo provisional:
31º Avance $d_{14}$ hasta que el tablero se sitúa en su posición definitiva:
$d_{14} = \frac{L}{4} = d_1$
32º Retirada del pico de lanzamiento:

Tabla 5.5.11. Pasos de lanzamiento para el Caso 10.

1º Colocación del pico de lanzamiento en la zona de deslizamiento:	
2º Construcción del primer segmento de longitud $\left(\frac{k}{2} - \frac{1}{8}\right) \cdot L$ :	
Si $0.25 < k \leq 0.75$ :	
3º Construcción del segundo segmento de longitud reducida:	
$k > \frac{L_N}{L} \quad \frac{L}{4} < L_N < \frac{3}{4} \cdot L \quad L_N < \frac{L}{2}$	
4º Avance de una distancia $d_1$ hasta que el pico alcanza el estribo (aún no se apoya):	 $d_1 = \frac{L}{2} - L_N$
5º Apoyo del pico de lanzamiento en el estribo:	
6º Avance de los dos segmentos una distancia $d_2$ hasta dejar totalmente libre la planta de fabricación:	 $d_2 = \left(k - \frac{3}{4}\right) \cdot L + L_N$
7º Construcción del tercer segmento de longitud $L/2$ que es el tamaño normal de segmento:	
8º Avance de una distancia $d_3$ hasta que el pico de lanzamiento alcanza la pila (pero sin apoyarse en ella):	 $d_3 = \frac{3}{4} \cdot L - L_N$
9º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:	
10º Avance $d_4$ necesaria para dejar totalmente libre la planta de fabricación para poder construir el próximo segmento:	 $d_4 = L_N - \frac{L}{4}$
11º Construcción del cuarto segmento (de longitud normal):	
12º Avance de una distancia $d_5$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:	 $d_5 = \frac{L}{4}$
13º Avance $d_6$ para dejar libre la planta de fabricación:	 $d_6 = \frac{L}{4} = d_5$
14º Construcción del quinto segmento (de longitud normal):	
15º Avance de una distancia $d_7$ hasta que el pico alcanza la siguiente pila (pero sin apoyarse en ella):	 $d_7 = \frac{3}{4} \cdot L - L_N = d_3$
16º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:	
17º Avance $d_8$ para dejar libre la planta de fabricación:	 $d_8 = L_N - \frac{L}{4} = d_4$
18º Construcción del sexto segmento (de longitud normal):	
19º Avance $d_9$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:	 $d_9 = \frac{L}{4} = d_5$







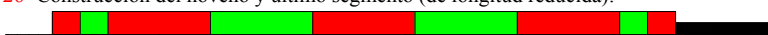








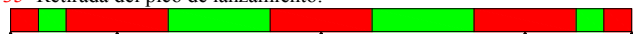















<p>20º Avance <math>d_{10}</math> para dejar libre la planta de fabricación:</p> $d_{10} = \frac{L}{4} = d_5$ 
<p>21º Construcción del séptimo segmento (de longitud normal):</p> 
<p>22º Avance de una distancia <math>d_{11}</math> hasta que el pico alcanza la siguiente pila (pero sin apoyarse en ella):</p> $d_{11} = \frac{3}{4} \cdot L - L_N = d_3$ 
<p>23º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:</p> 
<p>24º Avance <math>d_{12}</math> para dejar libre la planta de fabricación:</p> $d_{12} = L_N - \frac{L}{4} = d_4$ 
<p>25º Construcción del octavo segmento (de longitud reducida):</p> 
<p>26º Construcción del noveno y último segmento (de longitud reducida):</p> 
<p>27º Avance <math>d_{13}</math> hasta que el pico queda totalmente en voladizo:</p> $d_{13} = \frac{L}{4} = d_5$ 
<p>28º Avance <math>d_{14}</math> hasta que el último segmento deja la planta de fabricación (aún se apoya):</p> $d_{14} = \left(k - \frac{1}{2}\right) \cdot L$ 
<p>29º El extremo trasero deja de apoyarse en la planta de fabricación:</p> 
<p>30º Avance de una distancia <math>d_{15}</math> hasta que el pico alcanza el estribo (aún no se apoya):</p> $d_{15} = \frac{L}{2} - L_N = d_1$ 
<p>31º El pico de lanzamiento se apoya en el estribo:</p> 
<p>32º Avance <math>d_{16}</math> hasta que el extremo trasero alcanza el apoyo provisional (aún se apoya en él):</p> $d_{16} = L_N - \frac{L}{4} = d_4$ 
<p>33º El extremo trasero deja de apoyarse en el apoyo provisional:</p> 
<p>34º Avance <math>d_{17}</math> hasta que el tablero se sitúa en su posición definitiva:</p> $d_{17} = \frac{L}{4} = d_5$ 
<p>35º Retirada del pico de lanzamiento:</p> 

Tabla 5.5.12. Pasos de lanzamiento para el Caso 11.

1º Colocación del pico de lanzamiento en la zona de deslizamiento:	
2º Construcción del primer segmento de longitud $\left(\frac{k}{2} - \frac{l}{8}\right) \cdot L$ :	
Si $0.25 < k \leq 0.75$ :	
3º Construcción del segundo segmento de longitud reducida:	
$k > \frac{L_N}{L} \quad \frac{L}{4} < L_N < \frac{3}{4} \cdot L \quad L_N = \frac{L}{2}$	
4º Avance de los dos segmentos una distancia $d_1$ hasta dejar totalmente libre la planta de fabricación:	$d_1 = \left(k - \frac{l}{4}\right) \cdot L$ 
5º Construcción del tercer segmento de longitud $\frac{L}{2}$ que es el tamaño normal de segmento:	
6º Avance de una distancia $d_2$ hasta que el pico de lanzamiento alcanza la pila (pero sin apoyarse en ella):	$d_2 = \frac{L}{4}$ 
7º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:	
8º Avance de la distancia $d_3$ necesaria para dejar totalmente libre la planta de fabricación para poder construir el próximo segmento:	$d_3 = \frac{L}{4} = d_2$ 
9º Construcción del cuarto segmento (de longitud normal):	
10º Avance de una distancia $d_4$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:	$d_4 = \frac{L}{4} = d_2$ 
11º Avance $d_5$ para dejar libre la planta de fabricación:	$d_5 = \frac{L}{4} = d_2$ 
12º Construcción del quinto segmento (de longitud normal):	
13º Avance de una distancia $d_6$ hasta que el pico alcanza la siguiente pila (pero sin apoyarse en ella):	$d_6 = \frac{L}{4} = d_2$ 
14º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:	
15º Avance $d_7$ para dejar libre la planta de fabricación:	$d_7 = \frac{L}{4} = d_2$ 

16º Construcción del sexto segmento (de longitud normal):
17º Avance $d_8$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:
$d_8 = \frac{L}{4} = d_2$
18º Avance $d_9$ para dejar libre la planta de fabricación:
$d_9 = \frac{L}{4} = d_2$
19º Construcción del séptimo segmento (de longitud normal):
20º Avance de una distancia $d_{10}$ hasta que el pico alcanza la siguiente pila (pero sin apoyarse en ella):
$d_{10} = \frac{L_v}{4} = d_2$
21º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:
22º Avance $d_{11}$ para dejar libre la planta de fabricación:
$d_{11} = \frac{L}{4} = d_2$
23º Construcción del octavo segmento (de longitud reducida):
24º Construcción del noveno y último segmento (de longitud reducida):
25º Avance $d_{12}$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:
$d_{12} = \frac{L}{4} = d_2$
26º Avance $d_{13}$ hasta que el último segmento deja la planta de fabricación (aún se apoya) y el pico alcanza el estribo (no se apoya):
$d_{13} = \left(k - \frac{1}{2}\right) \cdot L$
27º El pico se apoya en el estribo (el extremo trasero aún se apoya en la planta de fabricación):
28º El extremo trasero deja de apoyarse en la planta de fabricación:
29º Avance $d_{14}$ hasta que el extremo trasero alcanza el apoyo provisional (continúa apoyado):
$d_{14} = \frac{L}{4} = d_2$
30º Deja de estar apoyado el extremo trasero sobre el apoyo provisional:
31º Avance $d_{15}$ hasta que el tablero se sitúa en su posición definitiva:
$d_{15} = \frac{L}{4} = d_2$
32º Retirada del pico de lanzamiento:

Tabla 5.5.13. Pasos de lanzamiento para el Caso 12.

1º Colocación del pico de lanzamiento en la zona de deslizamiento:	
2º Construcción del primer segmento de longitud $\left(\frac{k}{2} - \frac{1}{8}\right) \cdot L$ :	
Si $0.25 < k \leq 0.75$ :	
3º Construcción del segundo segmento de longitud reducida:	
$k > \frac{L_N}{L} \quad \frac{L}{4} < L_N < \frac{3}{4} \cdot L \quad L_N > \frac{L}{2}$	
4º Avance de una distancia $d_1$ hasta dejar totalmente libre la planta de fabricación:	 $d_1 = \left(k - \frac{1}{4}\right) \cdot L$
5º Construcción del tercer segmento de longitud $\frac{L}{2}$ que es el tamaño normal de segmento:	
6º Avance una distancia $d_2$ hasta que la nariz de lanzamiento alcanza la pila (pero sin apoyarse en ella):	 $d_2 = \frac{3}{4} \cdot L - L_N$
7º Se apoya la nariz de lanzamiento en la pila:	
8º Avance de la distancia $d_3$ necesaria para dejar totalmente libre la planta de fabricación para poder construir el próximo segmento:	 $d_3 = L_N - \frac{L}{4}$
9º Construimos del cuarto segmento (de longitud normal):	
10º Avance de una distancia $d_4$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:	 $d_4 = \frac{L}{4}$
11º Avance $d_5$ para dejar libre la planta de fabricación:	 $d_5 = \frac{L}{4} = d_4$
12º Construcción del quinto segmento (de longitud normal):	
13º Avance de una distancia $d_6$ hasta que el pico alcanza la siguiente pila (pero sin apoyarse en ella):	 $d_6 = \frac{3}{4} \cdot L - L_N = d_2$
14º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:	
15º Avance $d_7$ para dejar libre la planta de fabricación:	 $d_7 = L_N - \frac{L}{4} = d_3$
16º Construcción del sexto segmento (de longitud normal):	
17º Avance $d_8$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:	 $d_8 = \frac{L}{4} = d_4$










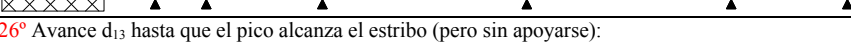
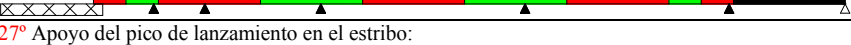
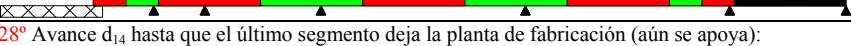
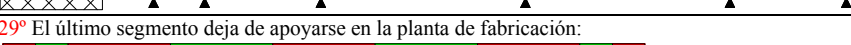
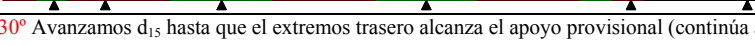

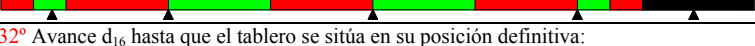






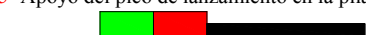











18º Avance $d_9$ para dejar libre la planta de fabricación:
$d_9 = \frac{L}{4} = d_4$

19º Construcción del séptimo segmento (de longitud normal):

20º Avance de una distancia $d_{10}$ hasta que el pico alcanza la siguiente pila (pero sin apoyarse en ella):
$d_{10} = \frac{3}{4} \cdot L - L_N = d_2$

21º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:

22º Avance $d_{11}$ para dejar libre la planta de fabricación:
$d_{11} = L_N - \frac{L}{4} = d_3$

23º Construcción del octavo segmento (de longitud reducida):

24º Construcción del noveno y último segmento (de longitud reducida):

25º Avance $d_{12}$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:
$d_{12} = \frac{L}{4} = d_4$

26º Avance $d_{13}$ hasta que el pico alcanza el estribo (pero sin apoyarse):
$d_{13} = k \cdot L - L_N$

27º Apoyo del pico de lanzamiento en el estribo:

28º Avance $d_{14}$ hasta que el último segmento deja la planta de fabricación (aún se apoya):
$d_{14} = L_N - \frac{L}{2}$

29º El último segmento deja de apoyarse en la planta de fabricación:

30º Avanzamos $d_{15}$ hasta que el extremos trasero alcanza el apoyo provisional (continúa apoyado):
$d_{15} = \frac{L}{4} = d_4$

31º Deja de estar apoyado el extremo trasero sobre el apoyo provisional:

32º Avance $d_{16}$ hasta que el tablero se sitúa en su posición definitiva:
$d_{16} = \frac{L}{4} = d_4$

33º Retirada del pico de lanzamiento:


Tabla 5.5.14. Pasos de lanzamiento para el Caso 13.

1º Colocación de la nariz de lanzamiento en la zona de deslizamiento:	
2º Construcción del primer segmento de longitud $\left(\frac{k}{2} - \frac{1}{8}\right) \cdot L$ :	
Si $0.75 < k \leq 1$ :	
3º Como en la planta de fabricación no caben a la vez los dos primeros segmentos, se lanza del primer segmento una distancia $d_1$ suficiente para dejar el espacio necesario para construir el segundo segmento (y se construye):	$d_1 = 2 \cdot \left(\frac{k}{2} - \frac{1}{8}\right) \cdot L - \frac{L}{2} = \left(k - \frac{3}{4}\right) \cdot L$
$k < \frac{L_N}{L}$	
4º Avance de los dos segmentos hasta que el pico alcanza la primera pila pero sin apoyarse en ella:	$d_2 = \frac{5}{4} \cdot L - L_N$
$L_N > \frac{3}{4} \cdot L$	
5º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:	
6º Avance $d_3$ para dejar libre la planta de fabricación:	$d_3 = L_N - \frac{3}{4} \cdot L$
7º Construcción del tercer segmento (de longitud normal):	
8º Avance $d_4$ hasta dejar libre la planta de fabricación:	$d_4 = \frac{L}{2}$
9º Construcción del cuarto segmento (de longitud normal):	
10º Avance $d_5$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:	$d_5 = \frac{L}{4}$
11º Avance $d_6$ hasta que el pico alcanza la siguiente pila (sin apoyarse en ella):	$d_6 = L - L_N$
12º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:	
13º Avance $d_7$ para dejar libre la planta de fabricación:	$d_7 = L_N - \frac{3}{4} \cdot L = d_3$
14º Construcción del quinto segmento (de longitud normal):	
15º Avance $d_8$ para dejar libre la planta de fabricación:	$d_8 = \frac{L}{2} = d_4$
16º Construcción del sexto segmento (de longitud normal):	
17º Avance $d_9$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:	$d_9 = \frac{L}{4} = d_5$

18º Avance $d_{10}$ hasta que el pico alcanza la siguiente pila (sin apoyarse en ella):
$d_{10} = L - L_N = d_6$
19º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:
20º Avance $d_{11}$ para dejar libre la planta de fabricación:
$d_{11} = L_N - \frac{3}{4} \cdot L = d_3$
21º Construcción del séptimo segmento (de longitud normal):
22º Avance $d_{12}$ para dejar libre la planta de fabricación:
$d_{12} = \frac{L}{2} = d_4$
23º Construcción del octavo segmento (de longitud reducida):
24º Avance $d_{13}$ para dejar libre la planta de fabricación:
$d_{13} = \left(k - \frac{3}{4}\right) \cdot L = d_1$
25º Construcción del noveno y último segmento (de longitud reducida):
26º Avance $d_{14}$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo. El pico alcanza el estribo pero no se apoya en él:
$d_{14} = L - L_N = d_6$
27º Apoyo del pico de lanzamiento en el estribo:
28º Avance $d_{15}$ hasta que el último segmento deja la planta de fabricación (aún se apoya):
$d_{15} = L_N - \frac{L}{2}$
29º El último segmento deja de apoyarse en la planta de fabricación:
30º Avance $d_{16}$ hasta que el extremo trasero alcanza el apoyo provisional (continúa apoyado):
$d_{16} = \frac{L}{4} = d_5$
31º Deja de estar apoyado el extremo trasero sobre el apoyo provisional:
32º Avance $d_{17}$ hasta que el tablero se sitúa en su posición definitiva:
$d_{17} = \frac{L}{4} = d_5$
33º Retirada del pico de lanzamiento:

Tabla 5.5.15. Pasos de lanzamiento para el Caso 14.

1º Colocación del pico de lanzamiento en la zona de deslizamiento:	
2º Construcción del primer segmento de longitud $\left(\frac{k}{2} - \frac{1}{8}\right) \cdot L$ :	
Si $0.75 < k \leq 1$ :	
3º Como en la planta de fabricación no caben a la vez los dos primeros segmentos, se lanza el primer segmento una distancia $d_1$ suficiente para dejar el espacio necesario para construir el segundo segmento (y se construye):	$d_1 = 2 \cdot \left(\frac{k}{2} - \frac{1}{8}\right) \cdot L - \frac{L}{2} = \left(k - \frac{3}{4}\right) \cdot L$
	
$k = \frac{L_N}{L}$	
4º Avance de los dos segmentos una distancia $d_2$ hasta que todo el pico pasa por encima del estribo 1 (totalmente en voladizo). Al mismo tiempo, el pico alcanza la primera pila pero aún no se apoya en ella:	$d_2 = L - 2 \cdot \left(\frac{k}{2} - \frac{1}{8}\right) \cdot L = \left(\frac{5}{4} - k\right) \cdot L$
	
$L_N > \frac{3}{4} \cdot L$	
5º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:	
6º Avance $d_3$ para dejar libre la planta de fabricación:	$d_3 = \left(k - \frac{3}{4}\right) \cdot L = d_1$
	
7º Construcción del tercer segmento (de longitud normal):	
8º Avance $d_4$ hasta dejar libre la planta de fabricación:	$d_4 = \frac{L}{2}$
	
9º Construcción del cuarto segmento (de longitud normal):	
10º Avance $d_5$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:	$d_5 = \frac{L}{4}$
	
11º Avance $d_6$ hasta que el pico alcanza la siguiente pila (sin apoyarse en ella):	$d_6 = L - L_N = (1 - k) \cdot L$
	
12º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:	
13º Avance $d_7$ para dejar libre la planta de fabricación:	$d_7 = \left(k - \frac{3}{4}\right) \cdot L = d_1$
	
14º Construcción del quinto segmento (de longitud normal):	
15º Avance $d_8$ para dejar libre la planta de fabricación:	$d_8 = \frac{L}{2} = d_4$
	
16º Construcción del sexto segmento (de longitud normal):	





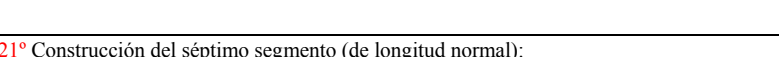


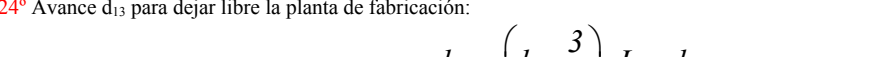
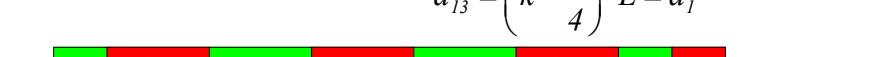
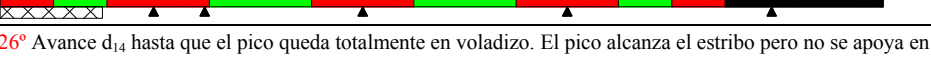
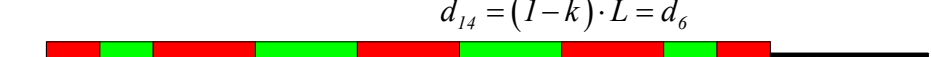
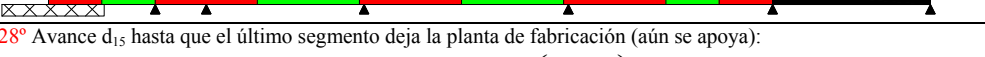
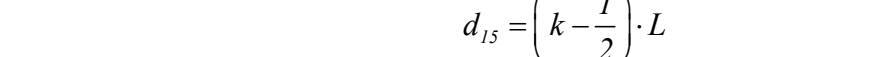

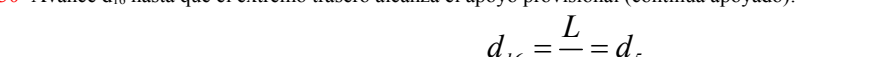
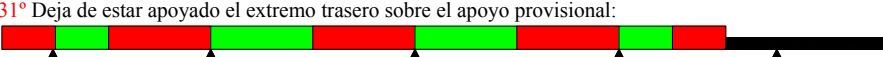
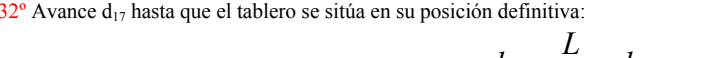
17º Avance $d_9$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:	 $d_9 = \frac{L}{4} = d_5$
18º Avance $d_{10}$ hasta que el pico alcanza la siguiente pila (sin apoyarse en ella):	$d_{10} = L - L_N = (1 - k) \cdot L = d_6$ 
19º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:	
20º Avance $d_{11}$ para dejar libre la planta de fabricación:	 $d_{11} = \left(k - \frac{3}{4}\right) \cdot L = d_1$
21º Construcción del séptimo segmento (de longitud normal):	
22º Avance $d_{12}$ para dejar libre la planta de fabricación:	$d_{12} = \frac{L}{2} = d_4$ 
23º Construcción del octavo segmento (de longitud reducida):	
24º Avance $d_{13}$ para dejar libre la planta de fabricación:	$d_{13} = \left(k - \frac{3}{4}\right) \cdot L = d_1$ 
25º Construcción del noveno y último segmento (de longitud reducida):	
26º Avance $d_{14}$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo. El pico alcanza el estribo pero no se apoya en él:	$d_{14} = (1 - k) \cdot L = d_6$ 
27º Apoyo del pico de lanzamiento en el estribo:	
28º Avance $d_{15}$ hasta que el último segmento deja la planta de fabricación (aún se apoya):	$d_{15} = \left(k - \frac{1}{2}\right) \cdot L$ 
29º El último segmento deja de apoyarse en la planta de fabricación:	
30º Avance $d_{16}$ hasta que el extremo trasero alcanza el apoyo provisional (continúa apoyado):	$d_{16} = \frac{L}{4} = d_5$ 
31º Deja de estar apoyado el extremo trasero sobre el apoyo provisional:	
32º Avance $d_{17}$ hasta que el tablero se sitúa en su posición definitiva:	$d_{17} = \frac{L}{4} = d_5$ 
33º Retirada del pico de lanzamiento:	

Tabla 5.5.16. Pasos de lanzamiento para el Caso 15.

1º Colocación de la nariz de lanzamiento:	
2º Construcción del primer segmento de longitud $\left(\frac{k}{2} - \frac{1}{8}\right) \cdot L$ :	
Si $0.75 < k \leq 1$ :	
3º Como en la planta de fabricación no caben a la vez los dos primeros segmentos, se lanza el primer segmento una distancia $d_1$ suficiente para dejar el espacio necesario para construir el segundo segmento:	 $d_1 = 2 \cdot \left(\frac{k}{2} - \frac{1}{8}\right) \cdot L - \frac{L}{2} = \left(k - \frac{3}{4}\right) \cdot L$
4º Construcción del segundo segmento de longitud reducida:	
$k > \frac{L_N}{L}$	
5º Avance de los dos segmentos una distancia $d_2$ hasta que toda el pico pasa el apoyo provisional (totalmente en voladizo) (no se apoya en el estribo):	 $d_2 = (1 - k) \cdot L$
6º Apoyo del pico de lanzamiento en el estribo 1:	
7º Avance de los dos segmentos una distancia $d_3$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:	 $d_3 = \frac{L}{4}$
$L_N < \frac{3}{4} \cdot L$	
8º Avance de una distancia $d_4$ hasta dejar totalmente libre la planta de fabricación y poder construir el tercer segmento:	 $d_4 = 2 \cdot \left(\frac{k}{2} - \frac{1}{8}\right) \cdot L - \frac{L}{2} = \left(k - \frac{3}{4}\right) \cdot L = d_1$
9º Construcción del tercer segmento de longitud $L/2$ que es el tamaño normal de segmento:	
10º Avance una distancia $d_5$ hasta que el pico de lanzamiento alcanza la pila (pero sin apoyarse en ella):	 $d_5 = k \cdot L - L_N - d_3 = \frac{3}{4} \cdot L - L_N = \frac{L}{2}$
11º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:	
$L_N = L / 4$	
12º Construcción del cuarto segmento (de longitud normal):	
13º Avance de una distancia $d_6$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:	 $d_6 = L_N = \frac{L}{4} = d_3$
14º Avance $d_7$ para dejar libre la planta de fabricación:	 $d_7 = \frac{L}{4} = d_3$
15º Construcción del quinto segmento (de longitud normal):	
16º Avance de una distancia $d_8$ hasta que el pico alcanza la siguiente pila (pero sin apoyarse en ella):	 $d_8 = \frac{3}{4} \cdot L - L_N = \frac{L}{2} = d_5$
17º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:	

18º Construcción del sexto segmento (de longitud normal):	
19º Avance de una distancia $d_9$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:	$d_9 = L_N = \frac{L}{4} = d_3$
20º Avance $d_{10}$ para dejar libre la planta de fabricación:	$d_{10} = \frac{L}{4} = d_3$
21º Construcción del séptimo segmento (de longitud normal):	
22º Avance de una distancia $d_{11}$ hasta que el pico alcanza la siguiente pila (pero sin apoyarse en ella):	$d_{11} = \frac{3}{4} \cdot L - L_N = \frac{L}{2} = d_5$
23º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:	$d_{11} = \frac{3}{4} \cdot L - L_N = \frac{L}{2} = d_5$
24º Construcción del octavo segmento (de longitud reducida):	
25º Avance $d_{12}$ hasta dejar espacio suficiente en la planta de fabricación para el último segmento (de tamaño reducido):	$d_{12} = 2 \cdot \left( \frac{k}{2} - \frac{l}{8} \right) \cdot L - \frac{L}{2} = \left( k - \frac{3}{4} \right) \cdot L = d_1$
26º Construcción del noveno y último segmento (de longitud reducida):	
27º Avance $d_{13}$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:	$d_{13} = (1 - k) \cdot L = d_2$
28º Avance $d_{14}$ hasta que el último segmento deja la planta de fabricación (aún se apoya):	$d_{14} = \left( k - \frac{l}{2} \right) \cdot L$
29º El último segmento deja de apoyarse en la planta de fabricación:	$d_{14} = \left( k - \frac{l}{2} \right) \cdot L$
30º Avance $d_{15}$ hasta que el pico alcanza el estribo (sin apoyarse) y el extremo trasero alcanza el apoyo provisional (aún se apoya):	$d_{15} = \frac{L}{2} - L_N = \frac{L}{4} = d_3$
31º Apoyo del pico en el estribo (el extremo trasero aún se apoya en el apoyo provisional):	$d_{15} = \frac{L}{2} - L_N = \frac{L}{4} = d_3$
32º El extremo trasero deja el apoyo provisional:	$d_{15} = \frac{L}{2} - L_N = \frac{L}{4} = d_3$
33º Avance $d_{16}$ hasta que el tablero se sitúa en su posición definitiva:	$d_{16} = \frac{L}{4} = d_3$
34º Retirada del pico de lanzamiento:	

Tabla 5.5.17. Pasos de lanzamiento para el Caso 16.

1º Colocación del pico de lanzamiento en la zona de deslizamiento:	
2º Construcción del primer segmento de longitud $d_0 = \left(\frac{k}{2} - \frac{1}{8}\right) \cdot L$ :	
Si $0.75 < k \leq 1$ :	
3º Como en la planta de fabricación no caben a la vez los dos primeros segmentos, se lanza una distancia $d_1$ hasta que el pico alcanza el estribo (sin apoyarse en él):	 $d_1 = L/2 - L_N$
4º Apoyo del pico de lanzamiento en el estribo:	
5º Avance de una distancia $d_2$ suficiente para dejar el espacio necesario para construir el segundo segmento:	 $d_2 = L_N + \left(k - \frac{5}{4}\right) \cdot L$
6º Construcción del segundo segmento de longitud reducida:	
	$k > L_N / L$
7º Avance de los dos segmentos una distancia $d_3$ hasta que todo el pico pasa por encima del estribo 1 (totalmente en voladizo):	 $d_3 = L - 2 \cdot \left(\frac{k}{2} - \frac{1}{8}\right) \cdot L = \left(\frac{5}{4} - k\right) \cdot L$
	$L_N < 3 \cdot L / 4$
8º Avance de una distancia $d_4$ hasta dejar totalmente libre la planta de fabricación y poder construir el tercer segmento:	 $d_4 = 2 \cdot \left(\frac{k}{2} - \frac{1}{8}\right) \cdot L - \frac{L}{2} = \left(k - \frac{3}{4}\right) \cdot L$
9º Construcción del tercer segmento de longitud $L/2$ que es el tamaño normal de segmento:	
10º Avance de una distancia $d_5$ hasta que el pico de lanzamiento alcanza la pila (pero sin apoyarse en ella):	 $d_5 = k \cdot L - L_N - d_3 = \frac{3}{4} \cdot L - L_N$
11º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:	
	$L_N > L / 4$
12º Avance de la distancia $d_6$ necesaria para dejar totalmente libre la planta de fabricación para poder construir el próximo segmento:	 $d_6 = L_N + 2 \cdot \left(\frac{k}{2} - \frac{1}{8}\right) \cdot L + \frac{L}{2} - k \cdot L - \frac{L}{2} = L_N - \frac{L}{4}$
13º Construcción del cuarto segmento (de longitud normal):	
14º Avance de una distancia $d_7$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:	 $d_7 = L / 4$
15º Avance $d_8$ para dejar libre la planta de fabricación:	 $d_8 = L / 4 = d_7$
16º Construcción del quinto segmento (de longitud normal):	
17º Avance de una distancia $d_9$ hasta que el pico alcanza la siguiente pila (pero sin apoyarse en ella):	 $d_9 = \frac{3}{4} \cdot L - L_N = d_5$
18º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:	






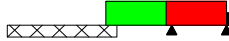






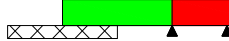
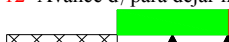


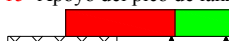


19° Avance $d_{10}$ para dejar libre la planta de fabricación:	
$d_{10} = L_N + 2 \cdot \left( \frac{k}{2} - \frac{l}{8} \right) \cdot L + 3 \cdot \frac{L}{2} - k \cdot L - \frac{L}{2} - L = L_N - \frac{L}{4} = d_6$	
20° Construcción del sexto segmento (de longitud normal):	
21° Avance $d_{11}$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:	$d_{11} = L / 4 = d_7$
22° Avance $d_{12}$ para dejar libre la planta de fabricación:	$d_{12} = L / 4 = d_7$
23° Construcción del séptimo segmento (de longitud normal):	
24° Avance una distancia $d_{13}$ hasta que el pico alcanza la siguiente pila (pero sin apoyarse en ella):	$d_{13} = \frac{3}{4} \cdot L - L_N = d_5$
25° Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:	
26° Avance $d_{14}$ para dejar libre la planta de fabricación:	$d_{14} = L_N + 2 \cdot \left( \frac{k}{2} - \frac{l}{8} \right) \cdot L + 5 \cdot \frac{L}{2} - k \cdot L - \frac{L}{2} - 2 \cdot L = L_N - \frac{L}{4} = d_6$
27° Construcción del octavo segmento (de longitud reducida):	
28° Avance $d_{15}$ hasta dejar espacio suficiente en la planta de fabricación para el último segmento (de tamaño reducido):	$d_{15} = 2 \cdot d_0 - L / 2 = d_4$
29° Construcción del noveno y último segmento (de longitud reducida):	
30° Avance $d_{16}$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:	$d_{16} = (1 - k) \cdot L$
$L / 4 < L_N < L / 2$	
31° Avance $d_{17}$ hasta que el último segmento deja la planta de fabricación (aún se apoya):	$d_{17} = (k - l / 2) \cdot L$
32° El último segmento deja de apoyarse en la planta de fabricación:	
33° Avance $d_{18}$ hasta que el pico alcanza el estribo (pero sin apoyarse):	$d_{18} = L / 2 - L_N = d_1$
34° Apoyo del pico en el estribo:	
35° Avance $d_{19}$ hasta que el extremo trasero alcanza el apoyo provisional (continúa apoyado):	$d_{19} = L_N - L / 4 = d_6$
36° Deja de estar apoyado el extremo trasero sobre el apoyo provisional:	
37° Avance $d_{20}$ hasta que el tablero se sitúa en su posición definitiva:	$d_{20} = L / 4 = d_7$
38° Retirada del pico de lanzamiento:	

Tabla 5.5.18. Pasos de lanzamiento para el Caso 17.

1º Colocación del pico de lanzamiento en la zona de deslizamiento:	
2º Construcción del primer segmento de longitud $\left(\frac{k}{2} - \frac{l}{8}\right) \cdot L$ :	
Si $0.75 < k \leq 1$ :	
3º Como en la planta de fabricación no caben a la vez los dos primeros segmentos, se lanza el primer segmento una distancia $d_1$ suficiente para dejar el espacio necesario para construir el segundo segmento:	 $d_1 = 2 \cdot \left(\frac{k}{2} - \frac{l}{8}\right) \cdot L - \frac{L}{2} = \left(k - \frac{3}{4}\right) \cdot L$
$k > \frac{L_N}{L}$	
4º Avance de los dos segmentos una distancia $d_2$ hasta que todo el pico pasa por encima del estribo 1 (totalmente en voladizo):	 $d_2 = L - 2 \cdot \left(\frac{k}{2} - \frac{l}{8}\right) \cdot L = \left(\frac{5}{4} - k\right) \cdot L$
$L_N < \frac{3}{4} \cdot L$	
5º Avance de una distancia $d_3$ hasta dejar totalmente libre la planta de fabricación y poder construir el tercer segmento:	 $d_3 = 2 \cdot \left(\frac{k}{2} - \frac{l}{8}\right) \cdot L - \frac{L}{2} = \left(k - \frac{3}{4}\right) \cdot L = d_1$
6º Construcción del tercer segmento de longitud $L/2$ que es el tamaño normal de segmento:	
7º Avance de una distancia $d_4$ hasta que el pico de lanzamiento alcanza la pila (pero sin apoyarse en ella):	 $d_4 = k \cdot L - L_N - d_3 = \frac{3}{4} \cdot L - L_N$
8º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:	
$L_N > \frac{L}{4}$	
9º Avance de la distancia $d_5$ necesaria para dejar totalmente libre la planta de fabricación para poder construir el próximo segmento:	 $d_5 = L_N + 2 \cdot \left(\frac{k}{2} - \frac{l}{8}\right) \cdot L + \frac{L}{2} - k \cdot L - \frac{L}{2} = L_N - \frac{L}{4}$
10º Construcción del cuarto segmento (de longitud normal):	
11º Avance de una distancia $d_6$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:	 $d_6 = \frac{L}{4}$
12º Avance $d_7$ para dejar libre la planta de fabricación:	 $d_7 = \frac{L}{4}$
13º Construcción del quinto segmento (de longitud normal):	
14º Avance de una distancia $d_8$ hasta que el pico alcanza la siguiente pila (pero sin apoyarse en ella):	 $d_8 = \frac{3}{4} \cdot L - L_N = d_4$
15º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:	

16º Avance $d_9$ para dejar libre la planta de fabricación:
$d_9 = L_N + 2 \cdot \left( \frac{k}{2} - \frac{l}{8} \right) \cdot L + 3 \cdot \frac{L}{2} - k \cdot L - \frac{L}{2} - L = L_N - \frac{L}{4} = d_5$
17º Construcción del sexto segmento (de longitud normal):
18º Avance $d_{10}$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:
$d_{10} = \frac{L}{4} = d_6$
19º Avance $d_{11}$ para dejar libre la planta de fabricación:
$d_{11} = L / 4 = d_7$
20º Construcción del séptimo segmento (de longitud normal):
21º Avance de una distancia $d_{12}$ hasta que el pico alcanza la siguiente pila (pero sin apoyarse en ella):
$d_{12} = \frac{3}{4} \cdot L - L_N = d_4$
22º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:
23º Avance $d_{13}$ para dejar libre la planta de fabricación:
$d_{13} = L_N + 2 \cdot \left( \frac{k}{2} - \frac{l}{8} \right) \cdot L + 5 \cdot \frac{L}{2} - k \cdot L - \frac{L}{2} - 2 \cdot L = L_N - \frac{L}{4} = d_5$
24º Construcción del octavo segmento (de longitud reducida):
25º Avance $d_{14}$ hasta dejar espacio suficiente en la planta de fabricación para el último segmento (de tamaño reducido):
$d_{14} = 2 \cdot \left( \frac{k}{2} - \frac{l}{8} \right) \cdot L - \frac{L}{2} = \left( k - \frac{3}{4} \right) \cdot L = d_1$
26º Construcción del noveno y último segmento (de longitud reducida):
27º Avance $d_{15}$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:
$d_{15} = (1 - k) \cdot L$
$L_N = \frac{L}{2}$
28º Avance $d_{16}$ hasta que el último segmento deja la planta de fabricación (aún se apoya) y el pico alcanza el estribo (no se apoya):
$d_{16} = (k - l / 2) \cdot L$
29º El pico se apoya en el estribo (el extremo trasero aún se apoya en la planta de fabricación):
30º El último segmento deja de apoyarse en la planta de fabricación y el pico se apoya en el estribo:
31º Avance $d_{17}$ hasta que el extremo trasero alcanza el apoyo provisional (continúa apoyado):
$d_{17} = L / 4$
32º Deja de estar apoyado el extremo trasero sobre el apoyo provisional:
33º Avance $d_{18}$ hasta que la viga se sitúa en su posición definitiva:
$d_{18} = L / 4$
34º Retirada del pico de lanzamiento:

Tabla 5.5.19. Pasos de lanzamiento para el Caso 18.

1º Colocación del pico de lanzamiento en la zona de deslizamiento:

2º Construcción del primer segmento de longitud $\left(\frac{k}{2} - \frac{l}{8}\right) \cdot L$ :

Si $0.75 < k \leq 1$ :
3º Como en la planta de fabricación no caben a la vez los dos primeros segmentos, se lanza el primer segmento una distancia $d_1$ suficiente para dejar el espacio necesario para construir el segundo segmento:
 $d_1 = 2 \cdot \left(\frac{k}{2} - \frac{l}{8}\right) \cdot L - \frac{L}{2} = \left(k - \frac{3}{4}\right) \cdot L$
$k > L_N / L$
4º Avance de los dos segmentos una distancia $d_2$ hasta que toda el pico pasa por encima del estribo 1 (totalmente en voladizo):
 $d_2 = L - 2 \cdot \left(\frac{k}{2} - \frac{l}{8}\right) \cdot L = \left(\frac{5}{4} - k\right) \cdot L$
$L_N < 3 \cdot L / 4$
5º Avance de una distancia $d_3$ hasta dejar totalmente libre la planta de fabricación y poder construir el tercer segmento:
 $d_3 = 2 \cdot \left(\frac{k}{2} - \frac{l}{8}\right) \cdot L - \frac{L}{2} = \left(k - \frac{3}{4}\right) \cdot L = d_1$
6º Construcción del tercer segmento de longitud $L / 2$ que es el tamaño normal de segmento:

7º Avance de una distancia $d_4$ hasta que el pico de lanzamiento alcanza la pila (pero sin apoyarse en ella):
 $d_4 = k \cdot L - L_N - d_3 = \frac{3}{4} \cdot L - L_N$
8º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:

$L_N > L / 4$
9º Avance de la distancia $d_5$ necesaria para dejar totalmente libre la planta de fabricación para poder construir el próximo segmento:
 $d_5 = L_N + 2 \cdot \left(\frac{k}{2} - \frac{l}{8}\right) \cdot L + \frac{L}{2} - k \cdot L - \frac{L}{2} = L_N - \frac{L}{4}$
10º Construcción del cuarto segmento (de longitud normal):

11º Avance de una distancia $d_6$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:
 $d_6 = L / 4$
12º Avance $d_7$ para dejar libre la planta de fabricación:
 $d_7 = L / 4$
13º Construcción del quinto segmento (de longitud normal):

14º Avance de una distancia $d_8$ hasta que el pico alcanza la siguiente pila (pero sin apoyarse en ella):
 $d_8 = 3 \cdot L / 4 - L_N = d_4$
15º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:

16º Avance $d_9$ para dejar libre la planta de fabricación:
$d_9 = L_N + 2 \cdot \left(\frac{k}{2} - \frac{l}{8}\right) \cdot L + 3 \cdot \frac{L}{2} - k \cdot L - \frac{L}{2} - L = L_N - \frac{L}{4} = d_5$

17º Construcción del sexto segmento (de longitud normal):



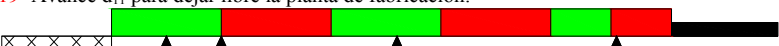
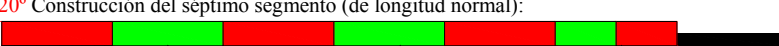
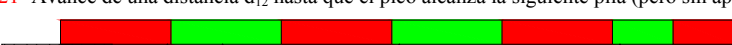

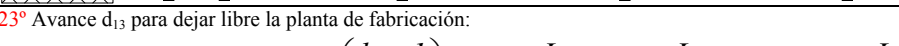

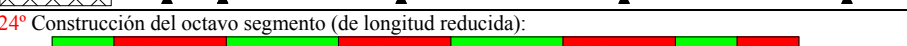
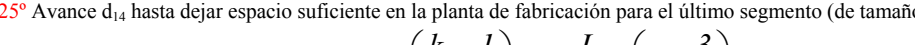
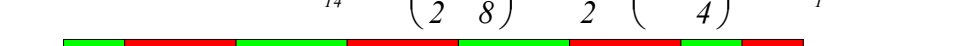
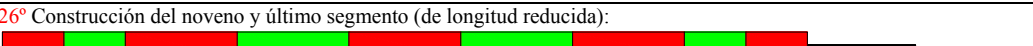
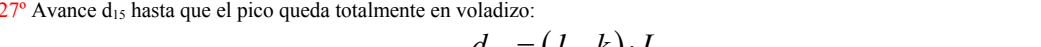


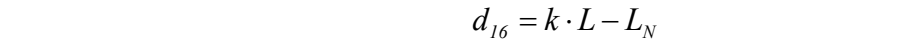
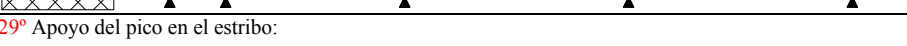
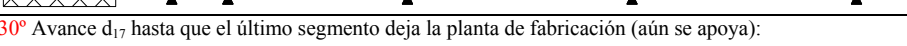










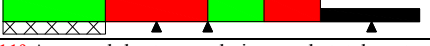







18º Avance $d_{10}$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:		$d_{10} = L / 4 = d_6$
19º Avance $d_{11}$ para dejar libre la planta de fabricación:		$d_{11} = L / 4 = d_7$
20º Construcción del séptimo segmento (de longitud normal):		
21º Avance de una distancia $d_{12}$ hasta que el pico alcanza la siguiente pila (pero sin apoyarse en ella):		$d_{12} = \frac{3}{4} \cdot L - L_N = d_4$
22º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:		
23º Avance $d_{13}$ para dejar libre la planta de fabricación:		$d_{13} = L_N + 2 \cdot \left( \frac{k}{2} - \frac{1}{8} \right) \cdot L + 5 \cdot \frac{L}{2} - k \cdot L - \frac{L}{2} - 2 \cdot L = L_N - \frac{L}{4} = d_5$
24º Construcción del octavo segmento (de longitud reducida):		
25º Avance $d_{14}$ hasta dejar espacio suficiente en la planta de fabricación para el último segmento (de tamaño reducido):		$d_{14} = 2 \cdot \left( \frac{k}{2} - \frac{1}{8} \right) \cdot L - \frac{L}{2} = \left( k - \frac{3}{4} \right) \cdot L = d_1$
26º Construcción del noveno y último segmento (de longitud reducida):		
27º Avance $d_{15}$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:		$d_{15} = (1 - k) \cdot L$
	$L_N > \frac{L}{2}$	
28º Avance $d_{16}$ hasta que el pico alcanza el estribo (pero sin apoyarse):		$d_{16} = k \cdot L - L_N$
29º Apoyo del pico en el estribo:		
30º Avance $d_{17}$ hasta que el último segmento deja la planta de fabricación (aún se apoya):		$d_{17} = L_N - L / 2$
31º El último segmento deja de apoyarse en la planta de fabricación:		
32º Avance $d_{18}$ hasta que el extremos trasero alcanza el apoyo provisional (continúa apoyado):		$d_{18} = L / 4$
33º Deja de estar apoyado el extremo trasero sobre el apoyo provisional:		
34º Avance $d_{19}$ hasta que la viga se sitúa en su posición definitiva:		$d_{19} = L / 4$
35º Retirada del pico de lanzamiento:		

Tabla 5.5.20. Pasos de lanzamiento para el Caso 19.

1º Colocación del pico de lanzamiento en la zona de deslizamiento:	
2º Construcción del primer segmento de longitud $\left(\frac{k}{2} - \frac{l}{8}\right) \cdot L$ :	
Si $0.75 < k \leq 1$ :	
3º Como en la planta de fabricación no caben a la vez los dos primeros segmentos, se lanza el primer segmento una distancia $d_1$ suficiente para dejar el espacio necesario para construir el segundo segmento:	 $d_1 = 2 \cdot \left(\frac{k}{2} - \frac{l}{8}\right) \cdot L - \frac{L}{2} = \left(k - \frac{3}{4}\right) \cdot L$
$k > \frac{L_N}{L}$	
4º Avance de los dos segmentos una distancia $d_2$ hasta que todo el pico pasa por encima del estribo 1 (totalmente en voladizo):	 $d_2 = L - 2 \cdot \left(\frac{k}{2} - \frac{l}{8}\right) \cdot L = \left(\frac{5}{4} - k\right) \cdot L$
$L_N = \frac{3}{4} \cdot L$	
5º Avance $d_3$ para dejar libre la planta de fabricación, alcanzando el pico la primera pila (sin apoyarse en ella):	 $d_3 = \left(k - \frac{3}{4}\right) \cdot L = d_1$
6º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:	
7º Construcción del tercer segmento de longitud normal:	
8º Avance $d_4$ hasta dejar libre la planta de fabricación:	 $d_4 = L / 2$
9º Construcción del cuarto segmento (de longitud normal):	
10º Avance $d_5$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:	 $d_5 = L / 4$
11º Avance $d_6$ para dejar libre la planta de fabricación, alcanzando el pico la siguiente pila (sin apoyarse en ella):	 $d_6 = L / 4$
12º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:	
13º Construcción del quinto segmento (de longitud normal):	
14º Avance $d_7$ para dejar libre la planta de fabricación:	 $d_7 = \frac{L}{2}$
15º Construcción del sexto segmento (de longitud normal):	
16º Avance $d_8$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:	 $d_8 = \frac{L}{4}$
17º Avance $d_9$ para dejar libre la planta de fabricación, alcanzando el pico la siguiente pila (sin apoyarse en ella):	 $d_9 = \frac{L}{4}$

18º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:	
19º Construcción del séptimo segmento (de longitud normal):	
20º Avance d <sub>10</sub> para dejar libre la planta de fabricación:	$d_{10} = \frac{L}{2}$
21º Construcción del octavo segmento (de longitud reducida):	
22º Avance d <sub>11</sub> para dejar libre la planta de fabricación:	$d_{11} = \left(k - \frac{3}{4}\right) \cdot L = d_l$
23º Construcción del noveno y último segmento (de longitud reducida):	
24º Avance d <sub>12</sub> hasta que el pico queda totalmente en voladizo:	$d_{12} = (1 - k) \cdot L$
25º Avance d <sub>13</sub> hasta que el pico alcanza el estribo (pero sin apoyarse en él):	$d_{13} = k \cdot L - L_N$
26º Apoyo del pico de lanzamiento en el estribo:	
27º Avance d <sub>14</sub> hasta que el último segmento deja la planta de fabricación (aún se apoya):	$d_{14} = L_N - \frac{L}{2}$
28º El último segmento deja de apoyarse en la planta de fabricación:	
29º Avance d <sub>15</sub> hasta que el extremo trasero alcanza el apoyo provisional (continúa apoyado):	$d_{15} = \frac{L}{4}$
30º Deja de estar apoyado el extremo trasero sobre el apoyo provisional:	
31º Avance d <sub>16</sub> hasta que el tablero se sitúa en su posición definitiva:	$d_{16} = \frac{L}{4}$
32º Retirada del pico de lanzamiento:	

Tabla 5.5.21. Pasos de lanzamiento para el Caso 20.

1º Colocación del pico de lanzamiento en la zona de deslizamiento:	
2º Construcción del primer segmento de longitud $\left(\frac{k}{2} - \frac{1}{8}\right) \cdot L$ :	
Si $0.75 < k \leq 1$ :	
3º Como en la planta de fabricación no caben a la vez los dos primeros segmentos, se lanza el primer segmento una distancia $d_1$ suficiente para dejar el espacio necesario para construir el segundo segmento:	 $d_1 = 2 \cdot \left(\frac{k}{2} - \frac{1}{8}\right) \cdot L - \frac{L}{2} = \left(k - \frac{3}{4}\right) \cdot L$
$k > \frac{L_N}{L}$	
4º Avance de los dos segmentos una distancia $d_2$ hasta que todo el pico pasa por encima del estribo 1 (totalmente en voladizo):	 $d_2 = L - 2 \cdot \left(\frac{k}{2} - \frac{1}{8}\right) \cdot L = \left(\frac{5}{4} - k\right) \cdot L$
$L_N > \frac{3}{4} \cdot L$	
5º Avance $d_3$ hasta que el pico de lanzamiento alcanza la pila (pero sin apoyarse en ella):	 $d_3 = k \cdot L - L_N$
6º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:	
7º Avance $d_4$ para dejar libre la planta de fabricación:	 $d_4 = L_N - \frac{3}{4} \cdot L$
8º Construcción del tercer segmento (de longitud normal):	
9º Avance $d_5$ hasta dejar libre la planta de fabricación:	 $d_5 = L / 2$
10º Construcción del cuarto segmento (de longitud normal):	
11º Avance $d_6$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:	 $d_6 = \frac{L}{4}$
12º Avance $d_7$ hasta que el pico alcanza la siguiente pila (sin apoyarse en ella):	 $d_7 = L - L_N$
13º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:	
14º Avance $d_8$ para dejar libre la planta de fabricación:	 $d_8 = L_N - \frac{3}{4} \cdot L = d_4$
15º Construcción del quinto segmento (de longitud normal):	
16º Avance $d_9$ para dejar libre la planta de fabricación:	 $d_9 = \frac{L}{2}$
17º Construcción del sexto segmento (de longitud normal):	




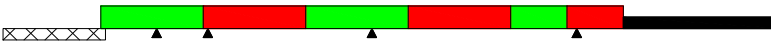


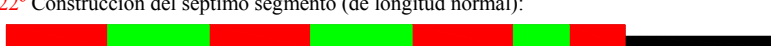

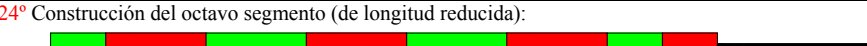











18º Avance $d_{10}$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:	 $d_{10} = \frac{L}{4}$
19º Avance $d_{11}$ hasta que el pico alcanza la siguiente pila (sin apoyarse en ella):	 $d_{11} = L - L_N = d_7$
20º Apoyo del pico de lanzamiento en la pila:	
21º Avance $d_{12}$ para dejar libre la planta de fabricación:	 $d_{12} = L_N - \frac{3}{4} \cdot L = d_4$
22º Construcción del séptimo segmento (de longitud normal):	
23º Avance $d_{13}$ para dejar libre la planta de fabricación:	 $d_{13} = \frac{L}{2} = d_9$
24º Construcción del octavo segmento (de longitud reducida):	
25º Avance $d_{14}$ para dejar libre la planta de fabricación:	$d_{14} = \left( k - \frac{3}{4} \right) \cdot L = d_1$ 
26º Construcción del noveno y último segmento (de longitud reducida):	
27º Avance $d_{15}$ hasta que el pico queda totalmente en voladizo:	$d_{15} = L - L_N = d_7$ 
28º Avance $d_{16}$ hasta que el pico alcanza el estribo (sin apoyarse en él):	$d_{16} = k \cdot L - L_N = d_3$ 
29º Apoyo del pico de lanzamiento en el estribo:	
30º Avance $d_{17}$ hasta que el último segmento deja la planta de fabricación (aún se apoya):	$d_{17} = L_N - \frac{L}{2}$ 
31º El último segmento deja de apoyarse en la planta de fabricación:	
32º Avance $d_{18}$ hasta que el extremo trasero alcanza el apoyo provisional (continúa apoyado):	 $d_{18} = L / 4$
33º Deja de estar apoyado el extremo trasero sobre el apoyo provisional:	
34º Avance $d_{19}$ hasta que el tablero se sitúa en su posición definitiva:	 $d_{19} = L / 4$
35º Retirada del pico de lanzamiento:	

Tabla 5.5.22. Pasos de lanzamiento para el Caso 21.

## 5.6 COMBINACIONES DE CARGA.

El dimensionamiento de un puente lanzado viene determinado por su particular proceso constructivo. Puesto que el objetivo del presente trabajo de investigación ha sido averiguar las dimensiones óptimas de la sección transversal y del pretensado centrado, y éstas se definen por las tensiones alcanzadas durante la fase de construcción, será suficiente con analizar la etapa de lanzamiento tanto para la consideración de cargas actuantes como para el cálculo de los esfuerzos pésimos. Posteriormente se podría definir la armadura pasiva, tanto longitudinal como transversal, así como un pretensado parabólico para resistir las cargas vivas de servicio.

Por lo tanto, las cargas que se consideran en el modelo global planteado, propias de la fase constructiva, son el peso propio del tablero y del diafragma de unión picon-tablero, el pretensado centrado, gradientes térmicos y una posible sobrecarga de uso uniforme actuando sobre todo el tablero durante el lanzamiento y que definiría el proyectista.

Se tendrán en cuenta gradientes térmicos, tanto positivos como negativos, porque su efecto no es despreciable en absoluto en una viga continua. El gradiente térmico positivo  $\Delta T^+$  debe ser definido por el diseñador, mientras que el negativo  $\Delta T^-$  será de  $-3\text{ }^{\circ}\text{C}$ , aplicando la instrucción española de acciones en puentes. El efecto de los gradientes térmicos sobre una viga continua se representa en la Figura 5.6.1, comparado con el debido a peso propio.

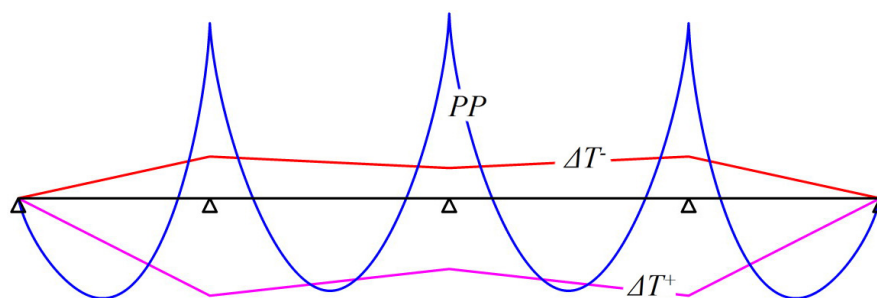


Figura 5.6.1. Leyes de momentos flectores en una viga continua de 4 vanos.

No se consideran cargas de viento, ni en dirección vertical por ser despreciables sus efectos para luces pequeñas, ni horizontal porque sólo producen esfuerzos

transversales en el dintel. Tampoco se incluyen cargas térmicas longitudinales pues no producen esfuerzos flectores en el dintel durante el lanzamiento.

Para la definición del peso propio del tablero y del diafragma extremo de unión pico-tablero se tomará la densidad de  $2500 \text{ kg/m}^3$ , correspondiente al hormigón armado y pretensado según la normativa española <sup>[E1]</sup>.

El tablero del puente es de hormigón pretensado por lo que para su cálculo se deben seguir los siguientes criterios:

- dimensionamiento del tablero en estado límite de descompresión,
- dimensionamiento de las almas de la sección transversal en estado límite de agotamiento frente a cortante,
- comprobación seccional en estado límite último de agotamiento frente a sollicitaciones normales,
- comprobación del tablero en estado límite de servicio de deformación.

Por lo tanto, para el dimensionamiento se tendrán en cuenta los estados límite de descompresión y de agotamiento frente a cortante. El primero es un estado límite de servicio (ELS) y el segundo un estado límite último (ELU). En un análisis posterior sería necesario definir la armadura pasiva y el pretensado parabólico para cumplir las comprobaciones indicadas.

Se considerará un nivel de control de ejecución intenso, habitual en un puente lanzado por sus particulares características de fabricación *quasi*-industrial. Los coeficientes parciales de seguridad para las acciones durante la fase de construcción, es decir, en una situación transitoria, aplicables para la evaluación de los estados límite último y de servicio son los mostrados en la Tabla 5.6.1.

La instrucción española del hormigón <sup>[E1]</sup> indica que para elementos de hormigón pretensado, la comprobación del estado límite de servicio de descompresión consiste en asegurar que, bajo la combinación de acciones frecuentes, no se alcance la descompresión del hormigón en ninguna fibra de la sección, lo cual supone no permitir la aparición de tracciones en el hormigón, y por lo tanto, tampoco la apertura de fisuras independientemente de la clase de exposición y del ambiente de la obra.

	Tipo de acción	ELS		ELU	
		Efecto favorable	Efecto desfavorable	Efecto favorable	Efecto desfavorable
Peso propio	Permanente	1	1	1	1.35
Pretensado	Arm. postesa	0.9	1.1	1	1
Sobrecarga	Variable	0	1	0	1.5
$\Delta T^+$	Variable	0	1	0	1.5
$\Delta T^-$	Variable	0	1	0	1.5

Tabla 5.6.1. Coeficientes parciales de seguridad para situación transitoria y control de ejecución intenso.

Según lo anterior, aplicando la normativa de acciones <sup>[13]</sup> y teniendo en cuenta que no pueden ser simultáneos dos gradientes térmicos, las combinaciones de carga que se deben considerar con sus coeficientes de combinación son:

$$ELU \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ 1.35 \end{array} \right\} \cdot PP + \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ 1 \end{array} \right\} \cdot P + \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ 1.5 \end{array} \right\} \cdot S + 0.6 \cdot \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ 1.5 \end{array} \right\} \cdot \Delta T^+ \\ \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ 1.35 \end{array} \right\} \cdot PP + \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ 1 \end{array} \right\} \cdot P + \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ 1.5 \end{array} \right\} \cdot S + 0.6 \cdot \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ 1.5 \end{array} \right\} \cdot \Delta T^- \\ \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ 1.35 \end{array} \right\} \cdot PP + \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ 1 \end{array} \right\} \cdot P + \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ 1.5 \end{array} \right\} \cdot \Delta T^+ + 0.6 \cdot \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ 1.5 \end{array} \right\} \cdot S \\ \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ 1.35 \end{array} \right\} \cdot PP + \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ 1 \end{array} \right\} \cdot P + \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ 1.5 \end{array} \right\} \cdot \Delta T^- + 0.6 \cdot \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ 1.5 \end{array} \right\} \cdot S \end{array} \right. \quad (5.17)$$

$$ELS \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ 1 \end{array} \right\} \cdot PP + \left\{ \begin{array}{c} 0.9 \\ 1.1 \end{array} \right\} \cdot P + 0.5 \cdot \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ 1 \end{array} \right\} \cdot S + 0.2 \cdot \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ 1 \end{array} \right\} \cdot \Delta T^+ \\ \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ 1 \end{array} \right\} \cdot PP + \left\{ \begin{array}{c} 0.9 \\ 1.1 \end{array} \right\} \cdot P + 0.5 \cdot \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ 1 \end{array} \right\} \cdot S + 0.2 \cdot \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ 1 \end{array} \right\} \cdot \Delta T^- \\ \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ 1 \end{array} \right\} \cdot PP + \left\{ \begin{array}{c} 0.9 \\ 1.1 \end{array} \right\} \cdot P + 0.5 \cdot \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ 1 \end{array} \right\} \cdot \Delta T^+ + 0.2 \cdot \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ 1 \end{array} \right\} \cdot S \\ \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ 1 \end{array} \right\} \cdot PP + \left\{ \begin{array}{c} 0.9 \\ 1.1 \end{array} \right\} \cdot P + 0.5 \cdot \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ 1 \end{array} \right\} \cdot \Delta T^- + 0.2 \cdot \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ 1 \end{array} \right\} \cdot S \end{array} \right. \quad (5.18)$$

Siendo:

$PP$ : peso propio del tablero y del diafragma extremo de unión pico-tablero.

$P$ : pretensado centrado con armadura postesa.

$S$ : sobrecarga de uso uniforme en todo el tablero.

$\Delta T^+$ : gradiente térmico positivo.

$\Delta T^-$ : gradiente térmico negativo.

$\left\{ \begin{array}{l} \text{Efecto favorable} \\ \text{Efecto desfavorable} \end{array} \right\}$ : coeficientes parciales de seguridad.

Sabiendo que los máximos momentos flectores positivos se producen sobre los apoyos y los mínimos negativos se producen en el interior de vano (Figura 5.6.1), las mayores tensiones normales se producirán en las fibras extremas de estas secciones pésimas.

En la Figura 5.6.2 se representan las tensiones normales que se producen en una sección sobre un apoyo interior para cada carga considerada y en la Figura 5.6.3 se muestran las producidas en una sección en el interior de un vano.

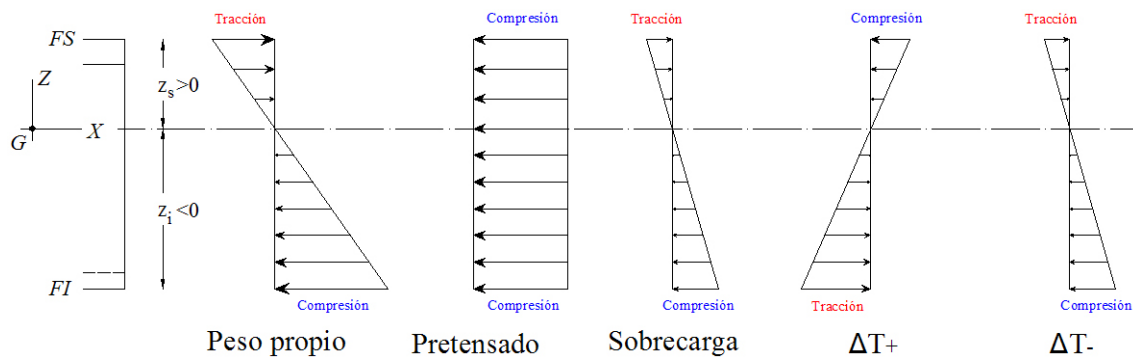


Figura 5.6.2. Esquema de tensiones normales debidas a las distintas cargas en una sección de apoyo.

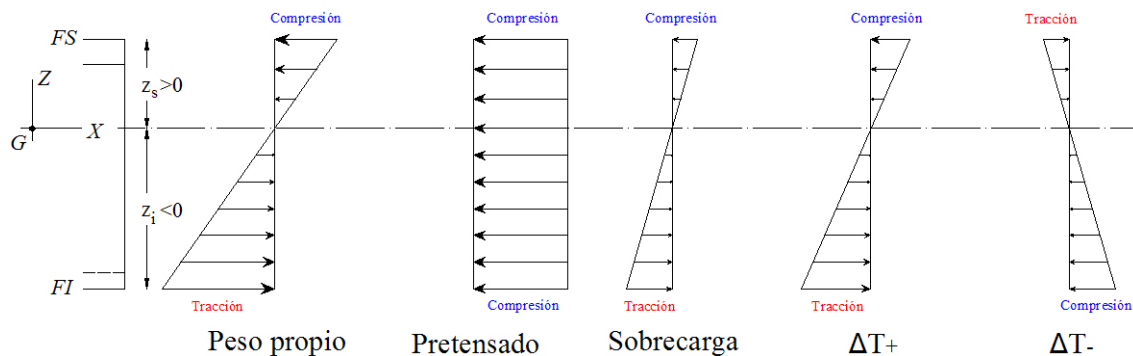


Figura 5.6.3. Esquema de tensiones normales para las distintas cargas en una sección de interior de vano.

Mediante el análisis de las tensiones normales que los distintos tipos de cargas producen sobre las secciones pésimas del tablero, se puede reducir el número de combinaciones de carga a analizar para averiguar los peores esfuerzos, que servirán para dimensionar la sección transversal y el pretensado centrado. Denominando FSC a la fibra superior si está comprimida, FST a la fibra superior si está traccionada, FIC a la fibra inferior si está comprimida y FIT a la fibra inferior si está traccionada, hay que considerar 18 combinaciones de carga determinantes para estas cuatro situaciones, y son:

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned}
 & 1 \cdot PP + 1 \cdot P + 0 \cdot S + 1.5 \cdot \Delta T^+ + 0 \cdot \Delta T^- & FSC / FIT & 1 \\
 & 1.35 \cdot PP + 1 \cdot P + 1.5 \cdot S + 0 \cdot \Delta T^+ + 0.9 \cdot \Delta T^- & FST / FIC & 2 \\
 & 1.35 \cdot PP + 1 \cdot P + 0.9 \cdot S + 0 \cdot \Delta T^+ + 1.5 \cdot \Delta T^- & FST / FIC & 3 \\
 & 1 \cdot PP + 1 \cdot P + 0 \cdot S + 0 \cdot \Delta T^+ + 1.5 \cdot \Delta T^- & FST / FIC & 4 \\
 & 1.35 \cdot PP + 1 \cdot P + 1.5 \cdot S + 0.9 \cdot \Delta T^+ + 0 \cdot \Delta T^- & FSC / FIT & 5 \\
 & 1.35 \cdot PP + 1 \cdot P + 0.9 \cdot S + 1.5 \cdot \Delta T^+ + 0 \cdot \Delta T^- & FSC / FIT & 6
 \end{aligned} \right\} I.Vano \\
 & \left. \begin{aligned}
 & 1 \cdot PP + 1.1 \cdot P + 0 \cdot S + 1 \cdot \Delta T^+ + 0 \cdot \Delta T^- & FSC & 7 \\
 & 1 \cdot PP + 0.9 \cdot P + 0.5 \cdot S + 0 \cdot \Delta T^+ + 0.2 \cdot \Delta T^- & FST & 8 \\
 & 1 \cdot PP + 0.9 \cdot P + 0.2 \cdot S + 0 \cdot \Delta T^+ + 0.5 \cdot \Delta T^- & FST & 9 \\
 & 1 \cdot PP + 1.1 \cdot P + 0.5 \cdot S + 0 \cdot \Delta T^+ + 0.2 \cdot \Delta T^- & FIC & 10 \\
 & 1 \cdot PP + 1.1 \cdot P + 0.2 \cdot S + 0 \cdot \Delta T^+ + 0.5 \cdot \Delta T^- & FIC & 11 \\
 & 1 \cdot PP + 0.9 \cdot P + 0 \cdot S + 0.5 \cdot \Delta T^+ + 0 \cdot \Delta T^- & FIT & 12 \\
 & 1 \cdot PP + 1.1 \cdot P + 0.5 \cdot S + 0.2 \cdot \Delta T^+ + 0 \cdot \Delta T^- & FSC & 13 \\
 & 1 \cdot PP + 1.1 \cdot P + 0.2 \cdot S + 0.5 \cdot \Delta T^+ + 0 \cdot \Delta T^- & FSC & 14 \\
 & 1 \cdot PP + 0.9 \cdot P + 0 \cdot S + 0 \cdot \Delta T^+ + 0.5 \cdot \Delta T^- & FST & 15 \\
 & 1 \cdot PP + 1.1 \cdot P + 0 \cdot S + 0 \cdot \Delta T^+ + 0.5 \cdot \Delta T^- & FIC & 16 \\
 & 1 \cdot PP + 0.9 \cdot P + 0.5 \cdot S + 0.2 \cdot \Delta T^+ + 0 \cdot \Delta T^- & FIT & 17 \\
 & 1 \cdot PP + 0.9 \cdot P + 0.2 \cdot S + 0.5 \cdot \Delta T^+ + 0 \cdot \Delta T^- & FIT & 18
 \end{aligned} \right\} I.Vano
 \end{aligned} \right\} Apoyo
 \end{aligned} \right\} ELU
 \end{aligned}
 \end{aligned}
 \end{aligned}
 \quad (5.19)$$

Según los coeficientes de mayoración y teniendo en cuenta que la sección transversal del tablero es la misma en las secciones sobre apoyos y en el interior de vano, hay combinaciones de carga innecesarias por no ser pésimas, las resaltadas en color rojo, de modo que las combinaciones a considerar se reducen a las siguientes 12:



$M_{min}^{-*}$  : mínimo momento flector negativo en estado límite último.

$V_{máx}^*$  : máximo esfuerzo cortante en valor absoluto en estado límite último.

$M_{máx}^+$  : máximo momento flector positivo en estado límite de servicio.

$M_{min}^-$  : mínimo momento flector negativo en estado límite de servicio.

De las 4 primeras combinaciones de carga se obtienen los esfuerzos pésimos para utilizar en las comprobaciones de los estados límite último, y con las 4 restantes se calculan los correspondientes esfuerzos pésimos para las comprobaciones de los estados límite de servicio.

El cumplimiento del estado límite de servicio de descompresión en el tablero de hormigón exige que no se produzcan tracciones en ninguna fibra de la sección transversal para  $M_{máx}^+$  y  $M_{min}^-$ , y sin que las compresiones superen la resistencia a compresión del hormigón.

Para el cumplimiento del estado límite último de agotamiento frente a cortante en las almas de la sección transversal del tablero de hormigón es necesario calcular  $V_{máx}^*$ , mientras que para dimensionar el pico de lanzamiento metálico se necesitan  $M_{máx}^{+*}$ ,  $M_{min}^{-*}$  y  $V_{máx}^*$ .

## 5.7 PROGRAMA DE CÁLCULO MATRICIAL DE ESTRUCTURAS.

Para calcular los esfuerzos máximos en cada una de las configuraciones pésimas durante el lanzamiento del modelo de puente lanzado planteado, se ha desarrollado un programa informático propio de cálculo matricial de barras con sección transversal variable en régimen elástico y lineal, denominado PULMAT: cálculo de Puentes Lanzados mediante análisis MATricial de barras con sección variable.

En el cálculo de modelos de puentes lanzados es fundamental interpretar con precisión la contribución del pico de lanzamiento de canto variable en el comportamiento del conjunto pico-tablero. Esta herramienta informática, escrita



íntegramente en lenguaje FORTRAN 90, ha sido necesaria para considerar adecuadamente el comportamiento de barras de sección transversal variable como es el pico de lanzamiento<sup>[S3]</sup>.

Considerar que una barra es de sección transversal variable supone que cualquiera de sus propiedades mecánicas, a saber, área, inercias a flexión, áreas a cortante o inercia a torsión, varían según la expresión:

$$y = a \cdot (b + x)^m \quad (5.22)$$

Siendo  $x$  la distancia desde un extremo de la barra hasta la sección transversal en la que se quiere calcular la propiedad mecánica  $y$ . Las constantes reales  $a$ ,  $b$  y  $m$  se pueden obtener imponiendo que se conocen los valores de la propiedad  $y$  en el extremo inicial  $y(x=0) = y_1$ , en el extremo final  $y(x=l) = y_2$  y en una tercera sección  $y(x_3) = y_3$ , resolviendo la ecuación no lineal (5.23) y según (5.24) y (5.25) ( $l$  es la longitud de la barra).

$$y_3 = y_1 \cdot \left[ l + \frac{\left( \sqrt[m]{\frac{y_2}{y_1}} - l \right) \cdot x_3}{l} \right]^m \quad (5.23)$$

$$a = \frac{y_1}{b^m} \quad (5.24)$$

$$b = \frac{l}{\sqrt[m]{\frac{y_2}{y_1}} - l} \quad (5.25)$$

Para una barra con sección transversal en doble T y variación lineal de canto entre los extremos, manteniendo constantes el ancho y los espesores de las chapas, se comprueba que el exponente  $m$  es igual a la unidad para el área, la inercia a flexión transversal, el área a cortante transversal y la inercia a torsión, mientras que para la inercia a flexión longitudinal es un número en el intervalo  $[2, 3]$ .

Por otra parte, el cálculo de las cargas nodales equivalentes de cargas en el interior de una barra con sección transversal variable requiere la integración de expresiones que dependen de áreas e inercias variables a lo largo de la longitud de la barra. El código desarrollado considera esta circunstancia.

Los programas comerciales de los que se dispone en el momento de la elaboración de este trabajo sólo consideran como valores posibles de  $m$  los enteros 1, 2 ó 3, y además calculan los vectores de cargas nodales equivalentes para las cargas en interior de barra como si la sección transversal de la misma fuese constante. Motivos por los que no se ha empleado un código comercial de cálculo de estructuras y se ha elaborado uno propio que incluya esta capacidad de análisis.

El programa de cálculo matricial creado está dividido en módulos según el diagrama de flujo secuencial mostrado en la Figura 5.7.1. A continuación se analiza cada uno de los módulos, indicando las capacidades y posibilidades que poseen y las tareas que desempeñan.

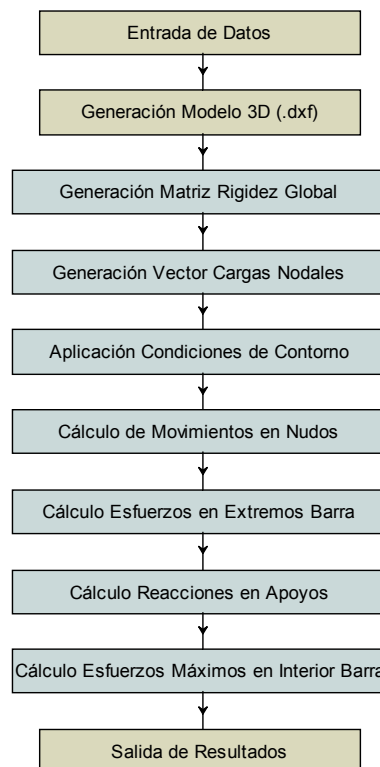


Figura 5.7.1. Diagrama de flujo del programa desarrollado de cálculo matricial de barras.

Módulo de ***Entrada de Datos***: mediante un archivo de texto con un formato preciso se introducen todas las características del modelo de cálculo. El módulo lee y comprueba que los datos introducidos son válidos. Si se detecta algún dato inválido o introducido en un orden inadecuado se generan mensajes de error indicando su motivo.

Módulo de ***Generación de un modelo 3D en .dxf***: se encarga de generar un archivo en formato *dxf* (*drawing exchange format*) con la información necesaria para representar en 3D la geometría del modelo que se pretende calcular. Se crean varias capas diferentes con las que se puede visualizar en pantalla la geometría con distintos colores según el material o la sección transversal de cada barra.

Módulo de ***Generación de la Matriz de Rigidez Global***: crea las matrices de rigidez elementales en ejes locales de cada barra y las ensambla en una matriz de rigidez global después de cambiarlas a coordenadas globales. Las matrices de rigidez elementales consideran las siguientes características:

- 6 grados de libertad por nudo,
- ejes locales de barra cualesquiera respecto a los ejes globales,
- módulo de elasticidad  $E$  constante a lo largo de toda la barra,
- los elementos de la matriz consideran sección transversal variable,
- consideración de la deformación por cortante,
- la torsión se considera uniforme,
- no se consideran articulaciones entre barras.

Módulo de ***Generación del Vector de Cargas Nodales***: crea el vector de cargas nodales equivalentes de cada barra y para cada caso de carga en ejes locales, incluyendo la consideración de sección transversal variable, y las ensambla en el vector de cargas nodales global después de cambiarlas de coordenadas, además de incluir las cargas sobre nudos en ejes globales. Los tipos de cargas que considera el programa son:

- peso propio, incluyendo la consideración de sección transversal variable,
- cargas puntuales en nudos,

- cargas en interior de barra: puntuales, distribuidas constantes, distribuidas con variación lineal,
- pretensado con variación parabólica,
- cargas térmicas, tanto longitudinales como gradientes térmicos,
- desplazamientos impuestos.

Módulo de ***Aplicación de Condiciones de Contorno***: impone las condiciones de contorno en la matriz de rigidez global y en el vector de cargas nodales global. Considera las siguientes características:

- apoyos elásticos,
- desplazamientos impuestos,
- apoyos concordantes o no concordantes, modificando la matriz de rigidez global y el vector de cargas global.

Módulo de ***Cálculo de Movimientos en Nudos***: se resuelve el sistema de ecuaciones lineales mediante el método directo de factorización de Crout. Los movimientos resultantes se expresan en coordenadas globales, incluso para las condiciones de contorno no concordantes, y para todos los casos de carga.

Módulo de ***Cálculo de Esfuerzos en Extremos de Barra***: calcula los esfuerzos en extremos de barra, expresados en ejes locales y según el criterio de signos de modo que un esfuerzo es positivo si va en el mismo sentido que el eje local correspondiente.

Módulo de ***Cálculo de Reacciones en Apoyos***: calcula las reacciones de los nudos para los grados de libertad con condiciones de contorno, concordantes o no, expresadas en ejes globales.

Módulo de ***Cálculo de Esfuerzos Máximos en el Interior de Barra***: realiza las combinaciones de carga, obteniendo para cada una de ellas los movimientos, los esfuerzos en extremos de barra y las reacciones. De existir, calcula los máximos esfuerzos en el interior de cada barra y su posición relativa respecto al extremo inicial, para todos los tipos de carga considerados. Por máximos esfuerzos en el interior de una

barra se consideran los máximos y mínimos relativos y absolutos de cada combinación de carga.

Módulo de ***Salida de Resultados***: se genera un archivo de texto con formato en el que, además de transcribir interpretados los datos iniciales del modelo, se escriben para cada combinación de carga los movimientos de los nudos, los esfuerzos de las barras (en extremos y en el interior de barra si hubiese máximos o mínimos, indicando su posición) y las reacciones en los nudos con condiciones de contorno. En caso de producirse algún error, en el archivo de resultados se mostraría un mensaje indicando el motivo de la finalización prematura del cálculo.

Para la validación del código desarrollado respecto de la consideración adecuada de barras de sección variable, se han calculado los movimientos de varios problemas con distintas condiciones de contorno y con distintas cargas, de tres maneras diferentes: mediante la discretización en un número elevado de barras de sección constante pero variando sus propiedades mecánicas de unas a otras, mediante la aplicación de las ecuaciones de Bresse por integración directa considerando la deformación por cortante y, por último, mediante el código propio. Los resultados por los tres métodos son muy similares, con lo que se concluye que el programa informático realizado puede ser aceptado.

Para la validación general del programa se han resuelto varios modelos con distintas características y se han comparado los resultados con los obtenidos mediante el programa comercial de cálculo matricial de barras SAP2000. Los modelos de validación han incluido: consideración de deformación por cortante, barras con ejes locales no coincidentes con los ejes globales, cargas puntuales en nudos y en interior de barra, cargas distribuidas uniformes, cargas distribuidas con variación lineal, cargas de peso propio, cargas de torsión, movimientos impuestos, pretensado parabólico, cargas térmicas longitudinales y gradientes, apoyos elásticos, apoyos no concordantes o sección transversal variable. Los resultados son extremadamente coincidentes por lo que se puede aceptar la validez del código realizado.

## 5.8 PROGRAMA DE GENERACIÓN DE MODELOS DE CÁLCULO.

Durante el proceso de construcción, desde que en la zona de deslizamiento se coloca el pico de lanzamiento y se hormigona contra él el primer segmento del dintel y hasta que el tablero completo alcanza su posición definitiva sobre las pilas y se retira el pico de lanzamiento, el conjunto pico-tablero pasa por infinitas configuraciones estáticas diferentes. Para averiguar los esfuerzos máximos que afectan al tablero durante todo este proceso es necesario resolver el modelo de cálculo del conjunto pico-tablero en las configuraciones pésimas. Para generar los modelos de cálculo más representativos de un puente lanzado durante la fase de lanzamiento se ha creado un código informático propio, escrito íntegramente en lenguaje FORTRAN 90 y denominado PULMOD: simulador del proceso constructivo de PUentes Lanzados mediante MOdelos de cálculo.

Con esta herramienta se calculan los esfuerzos máximos de las configuraciones de pico-tablero con la segmentación indicada en el Apartado 5.5, desde la construcción del primer segmento hasta el estado final, con una separación entre posiciones de lanzamiento determinada, definida por el proyectista, además de las posiciones que produzcan máximos momentos flectores positivos, es decir, en las que el extremo frontal del tablero se encuentre con una longitud máxima en voladizo. La distancia entre modelos sucesivos  $\Delta L_a$  debe ser suficientemente pequeña para capturar adecuadamente las posiciones de mínimo momento flector negativo que se producen en el interior de un vano, teniendo en cuenta que el número de modelos a calcular aumentará proporcionalmente al disminuir esta distancia. Así, el máximo momento positivo se calcula de forma exacta, mientras que el mínimo negativo será menos preciso, si bien, puesto que la ley de momentos flectores es parabólica y en la posición de mínimos tiene pendiente horizontal, la diferencia en la elección de distintos valores de  $\Delta L_a$  es despreciable, siempre y cuando sea pequeña en comparación con el tamaño de un vano. En la Figura 5.8.1 se muestra un instante cualquiera del proceso de lanzamiento para dejar espacio suficiente en la zona de hormigonado donde poder construir un nuevo segmento de tablero.

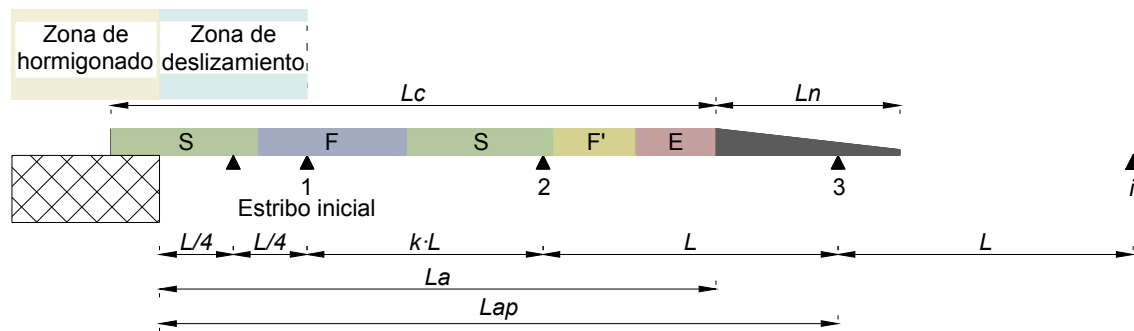


Figura 5.8.1. Instante cualquiera del proceso de lanzamiento.

#### Nomenclatura:

$iLa$ : longitud de avance entre dos configuraciones de cálculo consecutivas.

$n$ : número total de vanos del puente entre estribos.

$L$ : longitud de un vano interno del puente.

$k \cdot L$ : longitud de los vanos extremos del puente.

$Ln$ : longitud del pico de lanzamiento.

$Lp$ : longitud del puente terminado o distancia entre estribos.

$Lc$ : longitud de puente construida en el instante considerado.

$ns$ : número de segmentos de tablero contruidos en el instante considerado.

$La$ : longitud de avance del tablero desde el extremo frontal hasta el encofrado.

$Lap$ : longitud desde el encofrado hasta el siguiente apoyo en ser alcanzado por el pico.

$i$ : índice del apoyo siguiente en ser alcanzado por el pico de lanzamiento ( $i=1$ : estribo inicial,  $i=n+1$ : estribo final).

En la Figura 5.8.2 se representa el diagrama de flujo del código de generación de modelos de cálculo. Posteriormente estos modelos serán calculados con el programa de cálculo matricial de barras PULMAT, indicado en el Apartado 5.7.

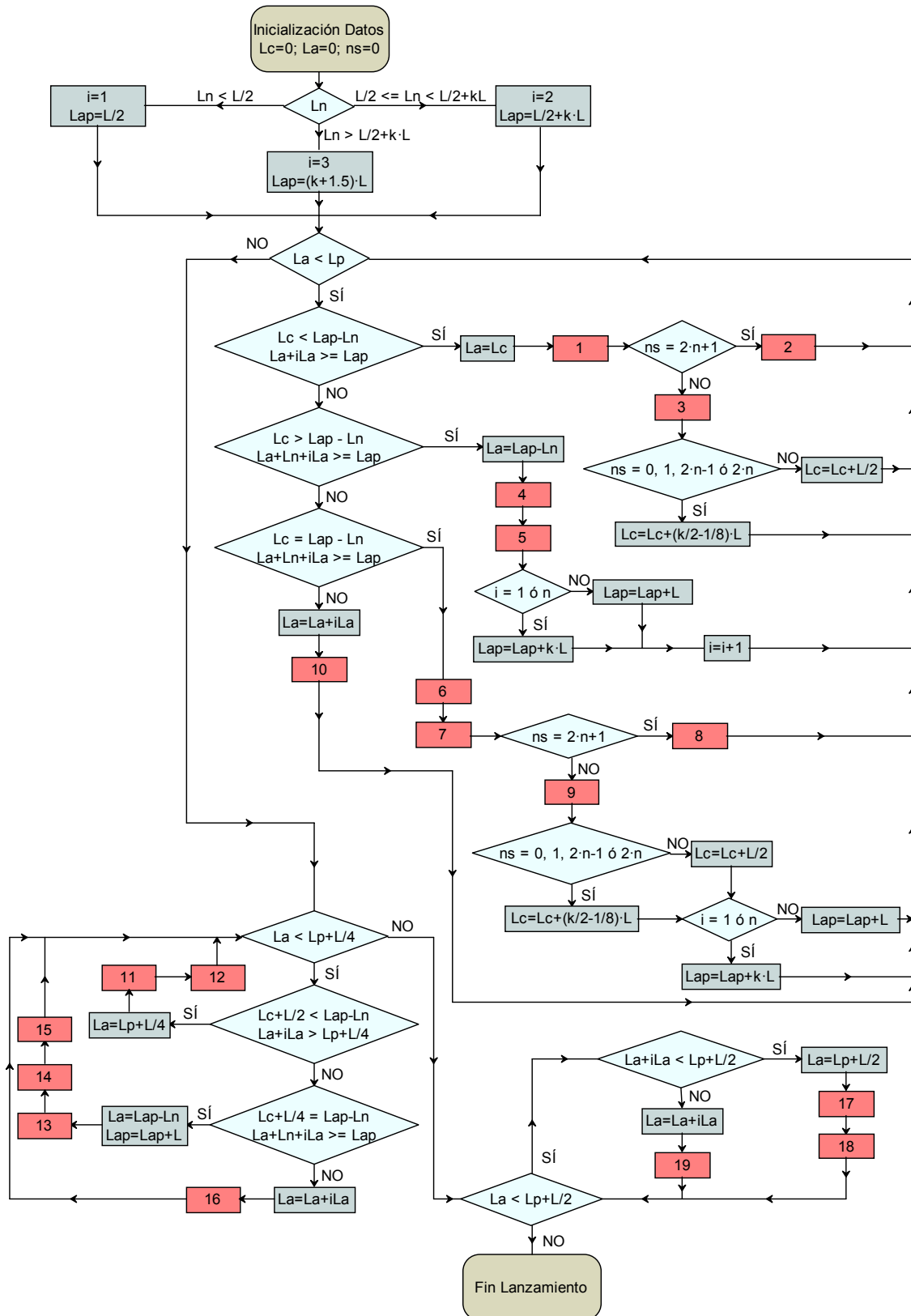


Figura 5.8.2. Diagrama de flujo del generador de modelos en fase de lanzamiento.



Los módulos numerados de 1 a 19 (cajas rojas) representan los procesos de generación de modelos de cálculo del conjunto pico-tablero. Cada módulo genera la información necesaria para que el código de cálculo matricial de barras pueda calcular los esfuerzos máximos que se producen en un instante determinado del lanzamiento. Estos 19 módulos son suficientes para representar todas y cada una las posiciones posibles de cualquiera de los 21 procesos de lanzamiento planteados en el Apartado 5.5 de este capítulo.

El significado de cada módulo es el siguiente:

- 1: genera un modelo con articulación en el extremo inicial (tablero completo saliendo de la zona de hormigonado),



Figura 5.8.3. Modelo de cálculo para el proceso 1.

- 2: genera un modelo igual al 1 pero sin apoyo en el extremo inicial,

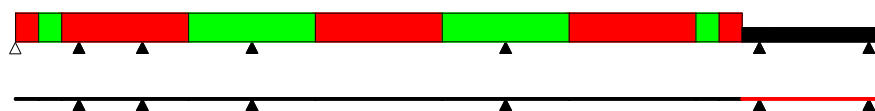


Figura 5.8.4. Modelo de cálculo para el proceso 2.

- 3: genera un modelo igual al 1 pero con empotramiento en el extremo inicial (se hormigona un nuevo segmento de tablero),

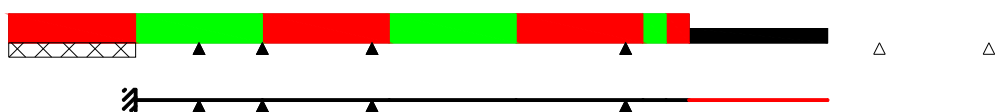


Figura 5.8.5. Modelo de cálculo para el proceso 3.

- 4: genera un modelo con empotramiento en el extremo inicial y sin apoyo en el extremo frontal pero alcanzando la posición del apoyo,

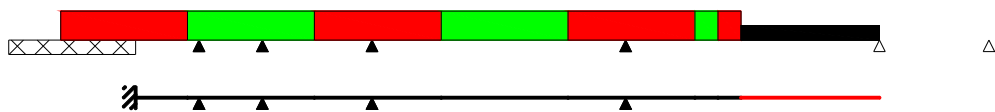


Figura 5.8.6. Modelo de cálculo para el proceso 4.

- 5: genera un modelo igual al 4 pero con apoyo en el extremo frontal,

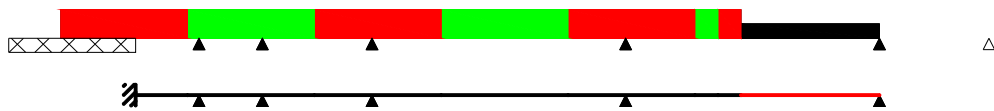


Figura 5.8.7. Modelo de cálculo para el proceso 5.

- 6: genera un modelo con articulación en el extremo inicial y sin apoyo en el extremo frontal pero alcanzando la posición del apoyo (tablero completo saliendo de la zona de hormigonado),



Figura 5.8.8. Modelo de cálculo para el proceso 6.

- 7: genera un modelo igual al 6 pero con articulación en el extremo frontal (tablero completo saliendo de la zona de hormigonado),



Figura 5.8.9. Modelo de cálculo para el proceso 7.

- 8: genera un modelo igual al 7 pero sin apoyo en el extremo inicial (tablero completo saliendo de la zona de hormigonado),

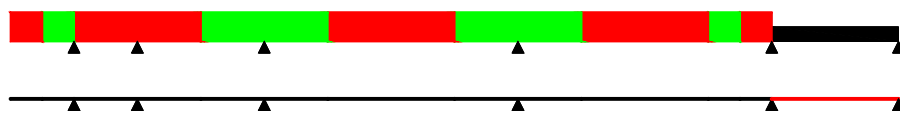


Figura 5.8.10. Modelo de cálculo para el proceso 8.

- 9: genera un modelo igual al 7 pero con empotramiento en el extremo inicial (se hormigona un nuevo segmento de tablero),



Figura 5.8.11. Modelo de cálculo para el proceso 9.

- 10: genera un modelo con empotramiento en el extremo inicial (situación genérica de avance del tablero para dejar espacio en la zona de hormigonado para un nuevo segmento),

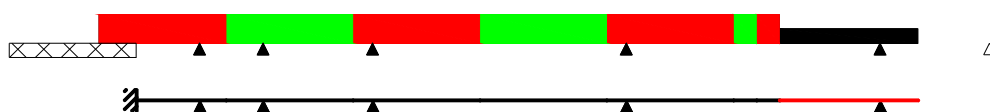


Figura 5.8.12. Modelo de cálculo para el proceso 10.

- 11: genera un modelo con articulación en el extremo inicial (el extremo final del tablero completo alcanza el apoyo intermedio de la zona de deslizamiento),

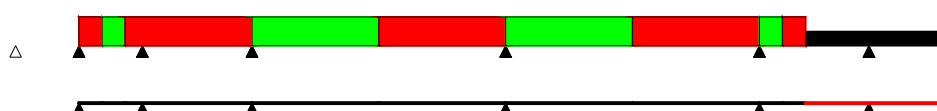


Figura 5.8.13. Modelo de cálculo para el proceso 11.

- 12: genera un modelo igual al 11 sin apoyo en el extremo inicial,

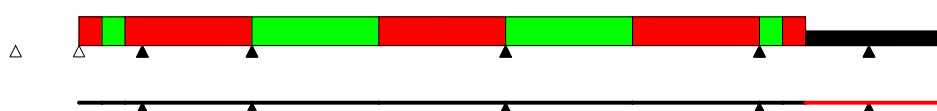


Figura 5.8.14. Modelo de cálculo para el proceso 12.

- 13: genera un modelo con articulación en el extremo inicial y sin apoyo en el extremo frontal pero alcanzando la posición del apoyo (el extremo final del tablero completo alcanza el apoyo intermedio de la zona de deslizamiento),

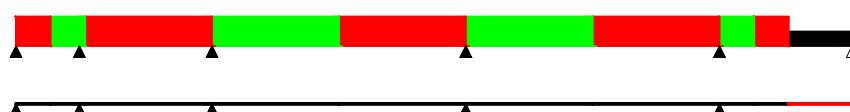


Figura 5.8.15. Modelo de cálculo para el proceso 13.

- 14: genera un modelo igual al 13 pero con apoyo en el extremo frontal,

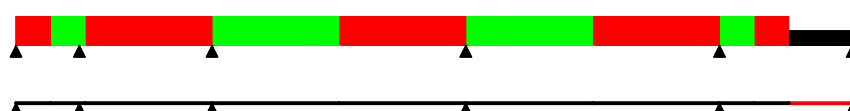


Figura 5.8.16. Modelo de cálculo para el proceso 14.

- 15: genera un modelo igual al 14 pero sin apoyo en el extremo inicial,

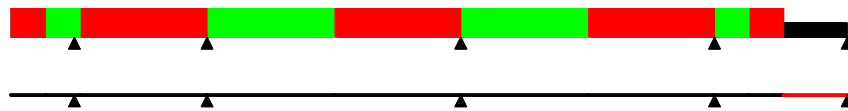


Figura 5.8.17. Modelo de cálculo para el proceso 15.

- 16: genera un modelo sin apoyo en el extremo inicial (situación genérica de avance del tablero cuando el extremo final del tablero está situado entre la zona de hormigonado y el apoyo intermedio de la zona de deslizamiento),

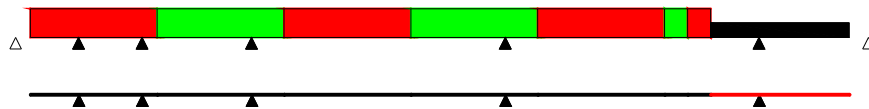


Figura 5.8.18. Modelo de cálculo para el proceso 16.

- 17: genera un modelo con articulación en el extremo inicial (el extremo final del tablero completo alcanza el estribo),

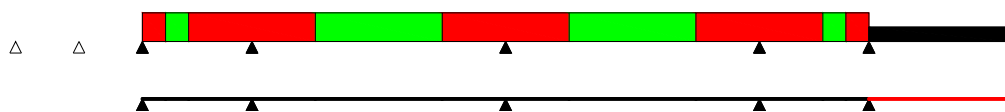


Figura 5.8.19. Modelo de cálculo para el proceso 17.

- 18: genera un modelo igual al 17 retirando el pico del lanzamiento,

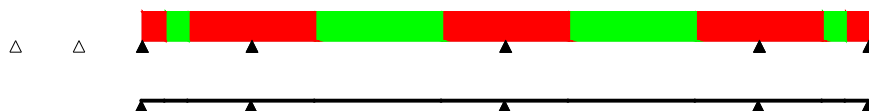


Figura 5.8.20. Modelo de cálculo para el proceso 18.

- 19: genera un modelo sin apoyo en el extremo inicial (situación genérica de avance del tablero cuando el extremo final del tablero está situado entre el apoyo intermedio de la zona de deslizamiento y el estribo).

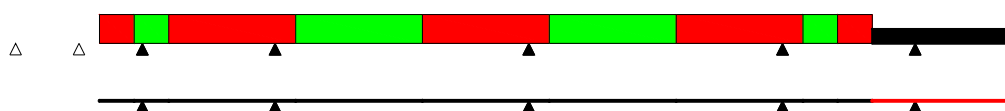


Figura 5.8.21. Modelo de cálculo para el proceso 19.

Los modelos de cálculo planteados consideran distinto valor de pretensado centrado en la zona frontal del tablero y en la zona trasera o dorsal. Tal como se ha indicado en el Apartado 5.4, el proyectista deberá indicar el número de segmentos iniciales que tendrán un pretensado más intenso que el resto del tablero.

## **5.9 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN.**

Para establecer desde un punto de vista matemático la optimización de un puente lanzado, hay que definir la función objetivo, las variables de diseño y las condiciones incluidas en el problema.

La optimización de un puente lanzado da lugar a un problema altamente no lineal, tanto por la función objetivo como por las condiciones, por lo que su resolución debe realizarse por medio de métodos numéricos con el soporte de aplicaciones informáticas.

### **5.9.1 Función objetivo.**

En un puente lanzado de hormigón pretensado, la forma estructural admite muy pocas variantes debido a su particular método constructivo, que impone dinteles de canto constante y secciones transversales en cajón con alas. Este hecho hace que el dimensionamiento de un puente lanzado esté marcado principalmente por el coste económico del puente y los elementos adicionales necesarios para su construcción. El factor estético en este tipo de puentes no juega un papel determinante a la hora del dimensionamiento y no incide de forma importante en el coste de la obra.

En un problema de optimización matemática, la función objetivo es la expresión analítica de la propiedad que se pretende perfeccionar en el diseño. Para el caso de puentes lanzados de hormigón pretensado, la función objetivo que se debe considerar es el coste total de la construcción del tablero, que fundamentalmente es la suma de los costes del dintel de hormigón armado, el coste del pico de lanzamiento y el coste del pretensado centrado. No se tiene en cuenta el coste del pretensado de servicio, pues no se aplicará hasta la finalización del lanzamiento.

El precio unitario del hormigón armado del dintel debe incluir al menos el coste del hormigón, de la ferralla y del encofrado de la sección transversal por metro cúbico, según una estimación de la cuantía de armadura pasiva.

El precio unitario del acero del pico de lanzamiento debe medirse en peso, teniendo en cuenta la pareja de vigas armadas gemelas de canto variable, los arriostramientos entre las mismas y los rigidizadores horizontales y verticales necesarios para impedir la abolladura de sus almas.

Por último, el precio unitario del acero de pretensado debe cuantificarse por peso de los tendones utilizados, considerando también el coste de las vainas, de los acopladores y de todas las operaciones de tesado.

De este modo, el coste del tablero de un puente lanzado durante su construcción es:

$$\text{Coste} = \text{Coste Hormigón} + \text{Coste Pico} + \text{Coste Pretensado} \quad (5.26)$$

$$\text{Coste Hormigón} = (A \cdot L_p + A' \cdot e') \cdot P_H \quad (5.27)$$

$$\text{Coste Pico} = \left( \frac{A_{1N} + A_{2N}}{2} \right) \cdot L_N \cdot \rho_N \cdot P_A \quad (5.28)$$

$$\text{Coste Pretensado} = (P_F \cdot L_{PF} + P_D \cdot L_{PD}) \cdot \rho_A \cdot \frac{I}{\sigma_T} \cdot P_{AP} \quad (5.29)$$

Siendo:

$A_{1N}$ : área de la sección transversal del pico en el empotramiento con el tablero ( $m^2$ ).

$A_{2N}$ : área de la sección transversal del pico en el extremo frontal ( $m^2$ ).

$A$ : área de la sección transversal del tablero de hormigón ( $m^2$ ).

$A'$ : área del recinto interior de la sección transversal del tablero de hormigón ( $m^2$ ).

$e'$ : espesor del diafragma extremo del dintel al que se acopla el pico de lanzamiento ( $m$ ).

$L_N$ : longitud del pico de lanzamiento ( $m$ ).

$L_P$ : longitud total del tablero de puente terminado ( $m$ ).

$L_{PF}$ : longitud de tablero con pretensado frontal ( $m$ ).

$L_{PD}$ : longitud de tablero con pretensado dorsal ( $m$ ).

$P_A$ : precio unitario del acero del pico de lanzamiento ( $€/kg$ ).

$P_{AP}$ : precio unitario del acero de pretensado ( $€/kg$ ).

$P_H$ : precio unitario del hormigón armado ( $€/m^3$ ).

$P_F$ : fuerza de tesado del pretensado centrado en la zona frontal del tablero ( $MN$ ).

$P_D$ : fuerza de tesado del pretensado centrado en la zona dorsal del tablero ( $MN$ ).

$\rho_A$ : densidad del acero ( $kg/m^3$ ).

$\rho_N$ : densidad del acero del pico de lanzamiento incluyendo arriostramientos y rigidizadores ( $kg/m^3$ ).

$$\rho_N = (1 + \psi) \cdot \rho_A \quad (5.30)$$

$\psi$ : relación de peso de los arriostramientos y rigidizadores respecto del peso total del pico de lanzamiento (%).

$\sigma_T$ : tensión de trabajo del acero de pretensado ( $MPa$ ). Teniendo en cuenta que según la normativa española del hormigón:

$$\sigma_T \leq \min(0.75 \cdot f_{p \text{ máx } k}, 0.90 \cdot f_{pk}) \quad (5.31)$$

$f_{p \text{ máx } k}$ : carga unitaria máxima característica del acero de pretensado ( $MPa$ ).

$f_{pk}$ : límite elástico característico del acero de pretensado ( $MPa$ ).

En esta investigación se ha adoptado el valor:

$$\sigma_T = 0.75 \cdot f_{p \text{ máx } k} \quad (5.32)$$

### 5.9.2 Variables de diseño.

Las variables de diseño son las características del problema que pueden variar a lo largo del proceso de optimización, mientras que aquellas que se mantienen constantes se llaman parámetros fijos.

En el presente trabajo se considerarán como variables de diseño las dimensiones de la sección transversal del tablero de hormigón, el tamaño del pico de lanzamiento y los valores de pretensado centrado en la parte frontal y dorsal del dintel. Se denominan de la forma siguiente:

[1]  $H$ : canto del tablero de hormigón.

[2]  $e_s$ : espesor de la losa superior de la sección transversal del tablero.

[3]  $e_i$ : espesor de la losa inferior de la sección transversal del tablero.

[4]  $e_a$ : espesor de las almas inclinadas de la sección transversal del tablero.

[5]  $h_N$ : canto del pico de lanzamiento en el extremo frontal.

[6]  $L_N$ : longitud del pico de lanzamiento.

[7]  $t_f$ : espesor de las alas del pico de lanzamiento.

[8]  $t_w$ : espesor de las almas del pico de lanzamiento.

[9]  $P_D$ : fuerza de tesado del pretensado en la zona dorsal del tablero.

[10]  $P_F$ : fuerza de tesado del pretensado en la zona frontal del tablero.

Hay que definir unos límites de validez de las variables de diseño, también conocidos como condiciones de diseño, que dependen de criterios técnicos o estéticos:

$$[1] \quad 2 \cdot (\Phi_v + 2 \cdot r') \leq H \leq 15 \text{ m} \quad (5.33)$$

$\Phi_v$ : diámetro de las vainas de armadura activa del tablero ( $m$ ).

$r'$ : recubrimiento de la armadura pasiva o activa del tablero ( $m$ ).



$$[2] \quad \max\left(\Phi_v + 2 \cdot r', 0.22 \text{ cm}^{[R4]}, \frac{B_s}{50}\right) \leq e_s \leq 1 \text{ m} \quad (5.34)$$

$$[3] \quad \max\left(\Phi_v + 2 \cdot r', 0.18 \text{ cm}^{[R4]}\right) \leq e_i \leq 1 \text{ m} \quad (5.35)$$

$$[4] \quad \max\left(\Phi_v + 2 \cdot r', 0.30 \text{ cm}^{[R4]}\right) \leq e_a \leq 1 \text{ m} \quad (5.36)$$

La limitación  $\frac{B_s}{50}$  establece un mínimo de espesor para tener en cuenta las flexiones transversales de las losas de la sección cuando actúan las cargas vivas de servicio.

$$[5] \quad \frac{L}{4} \leq L_N \leq L \quad (5.37)$$

$$[6] \quad 2 \cdot (\Phi_v + 2 \cdot r') \leq h_N \leq 15 \text{ m} \quad (5.38)$$

$$[7] \quad 0.01 \text{ m} \leq t_f \leq 0.05 \text{ m} \quad (5.39)$$

$$[8] \quad 0.01 \text{ m} \leq t_w \leq 0.05 \text{ m} \quad (5.40)$$

$$[9] \quad 1 \text{ MN} \leq P_D \leq 1000 \text{ MN} \quad (5.41)$$

$$[10] \quad 1 \text{ MN} \leq P_F \leq 1000 \text{ MN} \quad (5.42)$$

Para la resolución de un problema de optimización matemática no lineal por métodos numéricos es necesario definir un diseño inicial de las variables de diseño. Estos valores iniciales de las variables no necesariamente deben producir un diseño válido, sin embargo, cuanto más próximo esté del diseño óptimo, más rápidamente convergerá el cálculo.

La definición de un diseño inicial debe apoyarse en la experiencia de obras previas similares y en algunos tanteos sencillos. Unos valores iniciales pueden ser:

$$[1] \quad H = 0.94 + \frac{L}{22.7} \text{ (en metros)}^{[R5] [R6]} \quad (5.43)$$

$$[2] \quad e_s = \frac{B_s - 2 \cdot B_v}{25} \text{ (en metros)} \quad [R4] \quad (5.44)$$

$$[3] \quad e_i = (B_i - e_a) \cdot \left( 0.07 - \frac{L}{3700} \right) \text{ (en metros)} \quad [R4] \quad (5.45)$$

$$[4] \quad e_a = B_s \cdot \left( \frac{L}{2100} + 0.02 \right) \text{ (en metros)} \quad [R4] \quad (5.46)$$

$$[5] \quad L_N = 0.65 \cdot L \quad [R7] \quad (5.47)$$

$$[6] \quad h_N = \frac{H}{2} \quad (5.48)$$

$$[7] \quad t_f = 0.02 \text{ m} \quad (5.49)$$

$$[8] \quad t_w = 0.02 \text{ m} \quad (5.50)$$

Para estimar la fuerza de pretensado centrado necesaria en la zona dorsal del tablero <sup>[G1]</sup>, se supondrá que sólo actúa el peso propio en una viga continua con vanos laterales más cortos que los interiores, de modo que el máximo momento flector positivo es  $\frac{q \cdot L^2}{12}$  y que el mínimo flector negativo es  $-\frac{q \cdot L^2}{24}$ . Para que no se produzca descompresión en la sección debe cumplirse que en las combinaciones de carga (5.20.5), (5.20.6), (5.20.11) y (5.20.12):

$$-\frac{0.9 \cdot P_D}{A} + \frac{M_{\max}^+ \cdot (H - z_i)}{I_y} = 0 \Rightarrow P_D = \frac{\gamma \cdot A^2 \cdot L^2}{0.9 \cdot I_y} \cdot \frac{(H - z_i)}{12} \quad (5.51)$$

$$-\frac{0.9 \cdot P_D}{A} - \frac{M_{\min}^- \cdot z_i}{I_y} = 0 \Rightarrow P_D = \frac{\gamma \cdot A^2 \cdot L^2}{0.9 \cdot I_y} \cdot \frac{z_i}{24} \quad (5.52)$$

$$[9] \quad P_D = k_1 \cdot \frac{\gamma \cdot A^2 \cdot L^2}{0.9 \cdot I_y} \cdot \max\left(\frac{H - z_i}{12}, \frac{z_i}{24}\right) \quad (5.53)$$

$$[10] \quad P_F = k_2 \cdot P_D \quad (5.54)$$

siendo:

$\gamma$ : peso específico del hormigón armado,  $0.025 \text{ MN/m}^3$  según EHE<sup>[E1]</sup>.

$k_1$ : coeficiente que considera sobrecargas, gradientes térmicos y otras incertidumbres (se toma:  $1.05$  ó  $1.1$ ).

$k_2$ : coeficiente que aumenta el pretensado centrado en la zona frontal del dintel respecto de la zona dorsal (se toma:  $1.45$ ).

### 5.9.3 Condiciones de diseño incluidas en la optimización.

Las condiciones de optimización establecen los límites de validez del diseño, y matemáticamente una condición  $j$  se expresa como una función de las variables de diseño  $\mathbf{x}$  tal que  $g_j(\mathbf{x}) \leq 0$ .

Como ya se mencionó en el Apartado 5.6 cuando se trató el tema de las combinaciones de carga, el dimensionamiento de un puente lanzado se determina a partir de las tensiones alcanzadas durante la fase de construcción, con las cargas y combinaciones de carga correspondientes al lanzamiento. Además, se indicó que el dimensionamiento se realiza dando cumplimiento a los estados límite de descompresión en la sección transversal (ELS) y de agotamiento frente a esfuerzo cortante en las almas (ELU).

Para cumplir el estado límite de servicio de descompresión en el tablero de hormigón no se pueden producir tracciones en ninguna fibra de la sección transversal para el máximo y mínimo momento flector en ELS,  $M_{\max}^+$  y  $M_{\min}^-$ . Además, las compresiones no pueden producir fisuras por compresión en el hormigón para los mismos esfuerzos, lo cual según la normativa española del hormigón<sup>[E1]</sup> significa:

$$\sigma_c \geq -0.60 \cdot f_{ck} \quad (5.55)$$

siendo  $\sigma_c$  la tensión de compresión del hormigón en la situación de comprobación y  $f_{ck}$  la resistencia característica del hormigón.

Para el cumplimiento del estado límite último de agotamiento frente a cortante en las almas de la sección transversal del tablero de hormigón es necesario comprobar que

el máximo cortante en valor absoluto  $V_{máx}^*$  no supere la resistencia a cortante de las almas. Según la instrucción española EHE <sup>[E1]</sup>:

$$V_{máx}^* \leq V_{u1} \quad (5.56)$$

$$V_{máx}^* \leq V_{u2} \quad (5.57)$$

siendo  $V_{u1}$  y  $V_{u2}$  los esfuerzos cortantes de agotamiento por compresión oblicua y por tracción en el alma, respectivamente, y que se pueden obtener según:

$$V_{u1} = K \cdot 0.30 \cdot \frac{f_{ck}}{1.5} \cdot 2 \cdot (e_a - \Phi) \cdot (H - r') \quad (5.58)$$

$$K = \frac{5}{3} \cdot \left( 1 - \frac{1.5 \cdot P}{A \cdot f_{ck}} \right) \leq 1$$

$$\left. \begin{array}{l} V_{u2} = V_{cu} + V_{su} \\ V_{su} = k' \cdot V_{cu} \end{array} \right\} \Rightarrow V_{u2} = (1 + k') \cdot V_{cu}$$

$$V_{cu} = \left[ 0.12 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 0.15 \cdot \frac{P}{A} \right] \cdot 2 \cdot (e_a - \Phi) \cdot (H - r') \quad (5.59)$$

$$\xi = 1 + \sqrt{\frac{2}{H - r'}} ; \rho_l = \frac{A_s + \frac{P}{\sigma_l} \cdot \frac{0.85 \cdot f_{p\text{ máx } k}}{f_{yd}}}{2 \cdot (e_a - \Phi) \cdot (H - r')} \leq 0.02$$

$f_{ck}$ : resistencia característica del hormigón, que es un valor definido por el proyectista,

$P$ : fuerza de pretensado,

$k'$ : es un dato definido por el proyectista y representa la contribución de la armadura transversal de alma a la resistencia a esfuerzo cortante,

$f_{yd}$ : límite elástico de cálculo del acero de la armadura pasiva, definido por el diseñador,

$A_s$ : área de armadura pasiva transversal (simplificadamente se tomará un valor nulo).

Por último, el dimensionamiento del pico de lanzamiento metálico se realiza a partir de los esfuerzos pésimos en ELU, pero teniendo en cuenta que la sección transversal es variable. Según el Eurocódigo 3 <sup>[E2]</sup> y el Código Técnico de la Edificación <sup>[C1]</sup> la comprobación a realizar en una sección transversal del pico es:

$$V^* \leq (h - 2 \cdot t_f) \cdot t_w \cdot \frac{f_{yd}}{\sqrt{3}} \quad (5.60)$$

$$\max(M^{+*}, |M^{-*}|) \leq \frac{2 \cdot I_{yN}}{h} \cdot f_{yd}$$

Puesto que las propiedades mecánicas del pico de lanzamiento no son constantes hay que averiguar los valores pésimos de las tensiones por cortante y por flexión como:

$$\tau_{m\acute{a}x}^* = \max \left[ \frac{V^*}{(h - 2 \cdot t_f) \cdot t_w} \right] \Rightarrow \tau_{m\acute{a}x}^* \leq \frac{f_{yd}}{\sqrt{3}} \quad (5.61)$$

$$\sigma_{m\acute{a}x}^* = \frac{\max(M^{+*}, |M^{-*}|) \cdot h}{2 \cdot I_{yN}} \Rightarrow \sigma_{m\acute{a}x}^* \leq f_{yd}$$

Los esfuerzos pésimos  $M_{m\acute{a}x}^+$ ,  $M_{m\acute{a}x}^-$  y  $V_{m\acute{a}x}^*$  es necesario obtenerlos distinguiendo entre la zona frontal y dorsal del tablero, y se obtienen resolviendo todos los modelos de cálculo desde el inicio hasta el final del lanzamiento, para las combinaciones de carga indicadas en (5.21). Igualmente se obtienen las tensiones pésimas  $\sigma_{m\acute{a}x}^*$  y  $\tau_{m\acute{a}x}^*$  para el pico de lanzamiento.

Con todo lo anterior se generan 14 condiciones de optimización distintas, que se expresarán normalizadas a un valor unitario, para evitar la aparición de problemas numéricos.

La condición  $g_1$  impone que no se produzcan tracciones en la fibra superior en la zona de pretensado dorsal del tablero:

$$[1] \quad -\frac{0.9 \cdot P_D}{A} + \frac{M_{m\acute{a}x}^+ \cdot z_s}{I_y} \leq 0 \Rightarrow g_1 = \frac{M_{m\acute{a}x}^+ \cdot z_s \cdot A}{0.9 \cdot P_D \cdot I_y} - 1 \leq 0 \quad (5.62)$$

La condición  $g_2$  impone que no se produzcan fisuras de compresión en la fibra superior en la zona de pretensado dorsal del tablero:

$$[2] \quad -\frac{1.1 \cdot P_D}{A} + \frac{M_{m\acute{a}x}^- \cdot z_s}{I_y} \geq -0.6 \cdot f_{ck} \Rightarrow g_2 = \frac{\left( \frac{1.1 \cdot P_D}{A} - \frac{M_{m\acute{a}x}^- \cdot z_s}{I_y} \right)}{0.6 \cdot f_{ck}} - 1 \leq 0 \quad (5.63)$$

La condición  $g_3$  impone que no se produzcan tracciones en la fibra inferior en la zona de pretensado dorsal del tablero:

$$[3] \quad -\frac{0.9 \cdot P_D}{A} - \frac{M_{min}^- \cdot z_i}{I_y} \leq 0 \Rightarrow g_3 = -\frac{M_{min}^- \cdot z_i \cdot A}{0.9 \cdot P_D \cdot I_y} - 1 \leq 0 \quad (5.64)$$

La condición  $g_4$  impone que no se produzcan fisuras de compresión en la fibra inferior en la zona de pretensado dorsal del tablero:

$$[4] \quad -\frac{1.1 \cdot P_D}{A} - \frac{M_{max}^+ \cdot z_i}{I_y} \geq -0.6 \cdot f_{ck} \Rightarrow g_4 = \frac{\left( \frac{1.1 \cdot P_D}{A} + \frac{M_{max}^+ \cdot z_i}{I_y} \right)}{0.6 \cdot f_{ck}} - 1 \leq 0 \quad (5.65)$$

La condición  $g_5$  impone que el alma no se agote por compresión oblicua en la zona de pretensado dorsal del tablero:

$$[5] \quad V_{max}^* \leq V_{u1} \Rightarrow g_5 = \frac{V_{max}^*}{V_{u1}} - 1 \leq 0 \quad (5.66)$$

La condición  $g_6$  impone que el alma no se agote por tracción en la zona de pretensado dorsal del tablero:

$$[6] \quad V_{max}^* \leq V_{u2} \Rightarrow g_6 = \frac{V_{max}^*}{V_{u2}} - 1 \leq 0 \quad (5.67)$$

La condición  $g_7$  impone que no se produzcan tracciones en la fibra superior en la zona de pretensado frontal del tablero:

$$[7] \quad -\frac{0.9 \cdot P_F}{A} + \frac{M_{max}^+ \cdot z_s}{I_y} \leq 0 \Rightarrow g_7 = \frac{M_{max}^+ \cdot z_s \cdot A}{0.9 \cdot P_F \cdot I_y} - 1 \leq 0 \quad (5.68)$$

La condición  $g_8$  impone que no se produzcan fisuras de compresión en la fibra superior en la zona de pretensado frontal del tablero:

$$[8] \quad -\frac{1.1 \cdot P_F}{A} + \frac{M_{min}^- \cdot z_s}{I_y} \geq -0.6 \cdot f_{ck} \Rightarrow g_8 = \frac{\left( \frac{1.1 \cdot P_F}{A} - \frac{M_{min}^- \cdot z_s}{I_y} \right)}{0.6 \cdot f_{ck}} - 1 \leq 0 \quad (5.69)$$

La condición  $g_9$  impone que no se produzcan tracciones en la fibra inferior en la zona de pretensado frontal del tablero:

$$[9] \quad -\frac{0.9 \cdot P_F}{A} - \frac{M_{min}^- \cdot z_i}{I_y} \leq 0 \Rightarrow g_9 = -\frac{M_{min}^- \cdot z_i \cdot A}{0.9 \cdot P_F \cdot I_y} - 1 \leq 0 \quad (5.70)$$

La condición  $g_{10}$  impone que no se produzcan fisuras de compresión en la fibra inferior en la zona de pretensado frontal del tablero:

$$[10] \quad -\frac{1.1 \cdot P_F}{A} - \frac{M_{max}^+ \cdot z_i}{I_y} \geq -0.6 \cdot f_{ck} \Rightarrow g_{10} = \frac{\left( \frac{1.1 \cdot P_F}{A} + \frac{M_{max}^+ \cdot z_i}{I_y} \right)}{0.6 \cdot f_{ck}} - 1 \leq 0 \quad (5.71)$$

La condición  $g_{11}$  impone que el alma no se agote por compresión oblicua en la zona de pretensado frontal del tablero:

$$[11] \quad V_{max}^* \leq V_{u1} \Rightarrow g_{11} = \frac{V_{max}^*}{V_{u1}} - 1 \leq 0 \quad (5.72)$$

La condición  $g_{12}$  impone que el alma no se agote por tracción en la zona de pretensado frontal del tablero:

$$[12] \quad V_{max}^* \leq V_{u2} \Rightarrow g_{12} = \frac{V_{max}^*}{V_{u2}} - 1 \leq 0 \quad (5.73)$$

La condición  $g_{13}$  impone que el pico de lanzamiento resista por esfuerzo cortante:

$$[13] \quad \tau_{max}^* \leq \frac{f_{yd}}{\sqrt{3}} \Rightarrow g_{13} = \frac{\sqrt{3} \cdot \tau_{max}^*}{f_{yd}} - 1 \leq 0 \quad (5.74)$$

La condición  $g_{14}$  impone que el pico de lanzamiento resista por esfuerzo de flexión:

$$[14] \quad \sigma_{max}^* \leq f_{yd} \Rightarrow g_{14} = \frac{\sigma_{max}^*}{f_{yd}} - 1 \leq 0 \quad (5.75)$$

### 5.9.4 Módulo de optimización.

Planteado el problema matemático de optimización con su función objetivo, sus 10 variables de diseño y sus 14 condiciones, el problema resultante puede considerarse de tamaño medio por el número de variables y condiciones, sin embargo, es altamente no lineal, tanto por la función objetivo como por las condiciones, por lo que la obtención del diseño óptimo debe realizarse por medio de algoritmos numéricos con el soporte de aplicaciones informáticas.

Para la resolución del problema matemático de optimización se ha empleado un *software* comercial denominado DOT *Design Optimization Tools* <sup>[D1]</sup>, del cual se dispone de licencia con código abierto y escrito en lenguaje FORTRAN 90.

DOT es una herramienta informática de contrastada solvencia que incorporan algunos de los más importantes paquetes informáticos de cálculo de estructuras. Para resolver una minimización condicionada, DOT considera tres métodos de optimización distintos a elegir por el usuario, a saber:

- método modificado de las direcciones eficientes,
- secuencia de problemas lineales,
- secuencia de problemas cuadráticos.

El concepto básico que emplea DOT es resolver un problema en dos etapas. La primera es determinar una “dirección de búsqueda” que define cómo cambiarán simultáneamente las variables de diseño desde un diseño previo para lograr que mejore el diseño. La segunda fase consiste en averiguar cuánto deben moverse las variables de diseño en esa dirección, lo cual llama “búsqueda unidimensional”. Este proceso de encontrar una dirección de búsqueda y el tamaño del paso en esa dirección se llama “iteración” y se repite hasta converger en el óptimo.

Cada vez que DOT modifica las variables de diseño hay que evaluar la función objetivo y las condiciones, lo cual obliga a resolver el puente lanzado definido por las variables de diseño y los parámetros fijos, calculando los esfuerzos pésimos de un elevado número de modelos de cálculo correspondientes a los distintos pasos del proceso de lanzamiento, aumentando el tiempo de cálculo exponencialmente.



### 5.10 PROGRAMA GLOBAL.

Finalmente, para optimizar de forma conjunta la sección transversal, las fuerzas de pretensado centrado y el pico de lanzamiento de puentes lanzados se ha desarrollado un código informático que engloba los códigos de generación de modelos de cálculo PULMOD, de cálculo matricial de barras PULMAT y de optimización matemática que se han descrito en los apartados precedentes. Este código global, igual que los anteriores, ha sido escrito íntegramente en lenguaje FORTRAN 90, siguiendo el diagrama de flujo mostrado en la Figura 5.10.1, y se denomina PULO: Puentes Lanzados Óptimos.

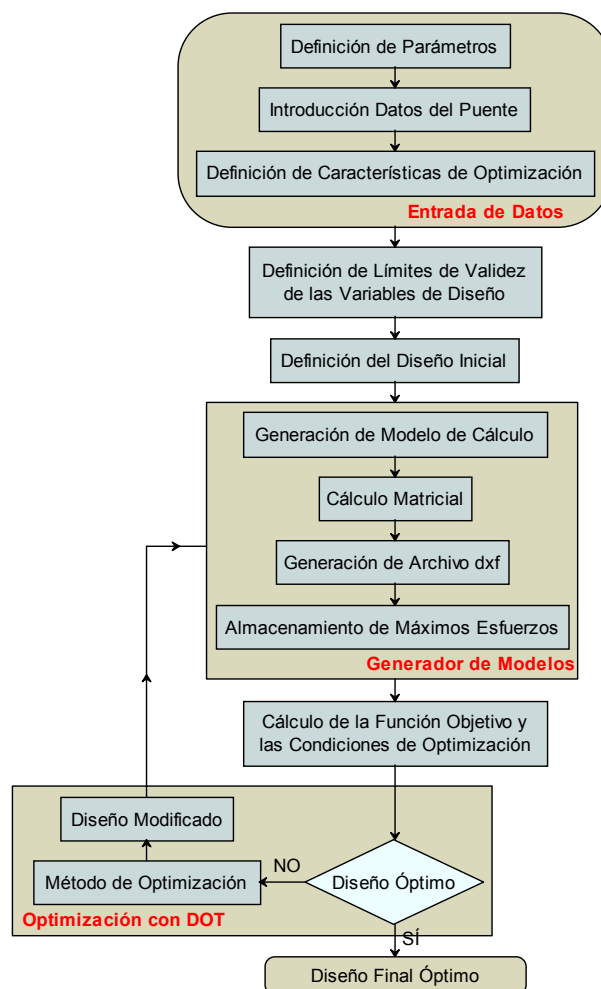


Figura 5.10.1. Diagrama de flujo del programa global de optimización de puentes lanzados.

Módulo de **Entrada de Datos**: en esta parte del programa el usuario introduce todos los datos necesarios. El módulo comprueba que los datos introducidos son válidos, y genera

mensajes de error, indicando el motivo, si detecta algún dato no adecuado. En primer lugar se definen algunos parámetros como:

$iLa$ : longitud de avance entre dos configuraciones de cálculo consecutivas ( $m$ ),

$e'$ : espesor del diafragma extremo al que se acopla el pico de lanzamiento ( $m$ ),

$\psi$ : relación de peso de los arriostramientos y rigidizadores respecto del peso total del pico de lanzamiento (%),

$\Delta T^-$ : gradiente térmico negativo entre la cara superior e inferior del tablero ( $^{\circ}C$ ).

A continuación, se toman las decisiones relativas a la impresión de resultados. El usuario puede elegir qué tipos de resultados se imprimirán en archivos de texto al final del proceso de optimización, tales como resultados del cálculo matricial, geometrías de los modelos de cálculo en formato *.dxf* o los valores de la función objetivo y las condiciones en cada iteración del proceso de optimización.

En el siguiente paso se introducen los datos que definen de forma general el puente lanzado y que se mantendrán constantes a lo largo de la optimización. Son:

$Lp$ : longitud del puente terminado o distancia entre estribos ( $m$ ),

$n$ : número total de vanos del puente entre estribos,

$k$ : relación de longitud de los vanos extremos del puente respecto de los internos,

$B_s$ : ancho de la losa superior ( $m$ ),

$B_i$ : ancho de la losa inferior ( $m$ ),

$B_v$ : longitud en voladizo de la losa superior ( $m$ ),

$nspf$ : número de segmentos frontales del tablero con pretensado frontal,

$th$ : tipo de hormigón ( $a=HA25$ ,  $b=HA30$ ,  $c=HA35$ ,  $d=HA40$ ,  $e=HA45$ ,  $f=HA50$ ),

$ta$ : tipo de acero del pico de lanzamiento ( $a = S235$ ,  $b = S275$ ,  $c = S355$ ,  $d = S450$ ),

$taa$ : tipo de acero de la armadura pasiva ( $a = B400S$ ,  $b = B500S$ ),

$tap$ : tipo de acero de la armadura activa ( $a = Y1770$ ,  $b = Y1860$ ),

$P_A$ : precio unitario del acero del pico de lanzamiento (€/kg),

$P_H$ : precio unitario del hormigón armado (€/m<sup>3</sup>),

$P_{AP}$ : precio unitario del acero de pretensado (€/kg),

$\Delta T^+$ : gradiente térmico positivo entre la cara superior e inferior del tablero (°C),

$r'$ : recubrimiento de la armadura pasiva o activa del tablero (m),

$\Phi_v$ : diámetro de las vainas de armadura activa del tablero (m),

$k'$ : contribución de la armadura transversal de alma a la resistencia a esfuerzo cortante,

$q'$ : sobrecarga de uso durante la fase de lanzamiento (MN/m).

Por último, se indican el número de variables de diseño, el número de condiciones de optimización y el método de optimización (direcciones eficientes, secuencia de problemas lineales o secuencia de problemas cuadráticos).

Módulo de **Definición de límites de validez de las variables de diseño**: se encarga de definir los valores extremos, superior e inferior, de las variables de diseño. Estos límites se indicaron en el Apartado 5.9.2 de este Capítulo.

Módulo de **Definición del Diseño Inicial**: asigna un diseño inicial para la sección transversal del tablero, las fuerzas de pretensado centrado y el pico de lanzamiento según los criterios descritos en el Apartado 5.9.2 de este Capítulo.

Módulo de **Generación de Modelos de Cálculo**: es el código informático PULMOD, descrito en el Apartado 5.8 de este Capítulo, que se encarga de generar todos los modelos de cálculo del conjunto pico-tablero desde el inicio del lanzamiento hasta que el tablero alcanza su posición definitiva. Además, se encarga de resolver, mediante el código de cálculo matricial de estructuras PULMAT descrito en el Apartado 5.7, los modelos de cálculo y almacenar en memoria los máximos esfuerzos alcanzados en el proceso constructivo, necesarios para calcular las condiciones de optimización. Si se desea, también se genera un archivo en formato *dxf* (*drawing exchange format*) con la información geométrica de todos los modelos de cálculo del lanzamiento, con sus

condiciones de contorno y usando capas diferentes para representar por colores el tablero de hormigón y el pico de lanzamiento de acero.

Módulo de ***Cálculo de la Función Objetivo y las Condiciones de Optimización***: se encarga de calcular el valor de la función objetivo y de las condiciones para los esfuerzos pésimos obtenidos con el módulo anterior.

Módulo de ***Optimización con DOT***: es el código comercial descrito en el Apartado 5.9.4 de este Capítulo y que se encarga de aplicar el método de optimización que se haya indicado hasta alcanzar la convergencia de la optimización. Se pueden modificar algunos parámetros internos de DOT para cambiar, entre otros, las tolerancias en el cumplimiento de las condiciones, el máximo cambio absoluto o relativo de la función objetivo entre varias iteraciones consecutivas para indicar la convergencia, o el paso máximo para los cálculos de las derivadas por diferencias finitas.

Módulo de ***Salida de Resultados***: se generan varios archivos de texto con formato según lo indicado en la *Decisión de Impresión*. Se pueden obtener:

- resultados de movimientos, esfuerzos y reacciones de todos los modelos de cálculo matricial durante el lanzamiento, para todas las combinaciones de carga y para cada iteración de la optimización,
- resultados del proceso de optimización, indicando los valores de la función objetivo y las condiciones para cada iteración. También se pueden obtener otros resultados como derivadas de las variables de diseño, información de la dirección de búsqueda o información de la búsqueda unidimensional en cada iteración.

## 5.11 REFERENCIAS.

- [C1] CTE [2006] *Código Técnico de la Edificación. Seguridad Estructural: Acero*. Ministerio de Vivienda.
- [D1] DOT [2001] *DOT Design Optimization Tools. Users Manual. Version 5.0*. Vanderplaats Research & Development, Inc.
- [E1] EHE [1999] *Instrucción de Hormigón Estructural*. Comisión permanente del hormigón. Ministerio de Fomento.
- [E2] Eurocódigo 3 [1996] *Eurocódigo 3. Proyecto de Estructuras de Acero*. AENOR.
- [G1] Göhler B., Pearson B. [2000] *Incrementally Launched Bridges. Design and Construction*. Ernst & Sohn, pp. 19-22.
- [I1] Iglesias C. [1992] *Algunas ideas sobre el predimensionamiento de puentes empujados: Empuje con nariz metálica*. Hormigón y Acero, nº 182, pp. 111-128.
- [I2] Iglesias C. [1992] *Algunas ideas sobre el predimensionamiento de puentes empujados: Empuje con torre provisional de atirantamiento y nariz metálica corta*. Hormigón y Acero, nº 183, pp. 35-47.
- [I3] IAP [1998] *Instrucción sobre las acciones a considerar en el proyecto de puentes de carretera*. Dirección General de Carreteras. Ministerio de Fomento.
- [M1] Manterola J. [2006] *Puentes. Apuntes para su diseño, cálculo y construcción*. Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos.
- [R1] Rosignoli M. [1998] *Nose-deck interaction in launched prestressed concrete bridges*. Journal of Bridge Engineering, febrero 1998, pp. 21-27.
- [R2] Rosignoli M. [1998] *Launched bridges: prestressed concrete bridges built on the ground and launched into their final position*. ASCE Press.
- [R3] Rosignoli M. [2002] *Bridge Launching*. Thomas Telford.
- [R4] Rosignoli M. [2002] *Bridge Launching*. Thomas Telford, pp. 127.
- [R5] Rosignoli M. [2002] *Bridge Launching*. Thomas Telford, pp. 126.
- [R6] Rosignoli M. [1999] *Presizing of Prestressed Concrete Launched Bridges*. ACI Structural Journal, V.96, nº 5, September-October, pp. 705-710.
- [R7] Rosignoli M. [2002] *Bridge Launching*. Thomas Telford, pp. 65.

[S1] Sasmal S., Ramanjaneyulu K., Srinivas V., Gopalakrishnan S. [2004] *Simplified computational methodology for analysis and studies on behaviour of incrementally launched continuous bridges*. Structural Engineering and Mechanics, Vol. 17, nº 2, pp. 245-266.

[S2] Sasmal S., Ramanjaneyulu K. [2006] *Transfer matrix method for construction phase analysis of incrementally launched prestressed concrete bridges*. Engineering Structures 28. Elsevier Ltd, pp. 1897-1910.

[S3] Sáez-Benito J. [1975] *Cálculo Matricial de Estructuras formadas por Piezas Prismáticas*. Fondo Editorial de Ingeniería Naval.



## CAPÍTULO 6

# EJEMPLOS DE APLICACIÓN A PUENTES LANZADOS MULTIVANO DE HORMIGÓN

### 6.1 INTRODUCCIÓN.

En el presente Capítulo se pretende aplicar la formulación desarrollada en el Capítulo 5 a ejemplos concretos de puentes multivano de hormigón para verificar la validez del planteamiento y analizar las mejoras que se pueden alcanzar respecto de diseños convencionales al emplear técnicas de optimización matemática.

Al comienzo del proceso de diseño, el proyectista debe definir algunos parámetros fijos del puente lanzado, tales como la longitud de los vanos laterales de la viga continua. Para ayudar al diseñador en la elección más adecuada de esta longitud, se propondrá una formulación matemática para el cálculo de la misma, de modo que se logre que un puente lanzado adopte en su disposición final sobre las pilas una configuración óptima, tras el proceso de lanzamiento.

En el caso de que el proyectista quisiese establecer alguna de las variables de diseño del modelo general, planteado en el Capítulo 5, como un parámetro fijo, se puede lograr de forma muy sencilla imponiendo dos condiciones de diseño adicionales, contrarias entre si, sin necesidad de modificar el planteamiento original. A modo de ejemplo, para el caso de querer considerar el empleo de un pico de lanzamiento de canto constante, en lugar de variable como está previsto, el cambio se resuelve incluyendo dos condiciones de optimización nuevas, una que imponga que el canto del pico en el extremo sea menor que el canto del tablero y otra que obligue a lo contrario. No será necesario ningún otro cambio en el modelo general.

Se realizará una batería de ejemplos de optimización de puentes lanzados. En todos los casos, el modelo de cálculo tendrá idénticas características generales, tales como la longitud total, el número de vanos o la resistencia del hormigón, para poder



extraer conclusiones y que los resultados obtenidos de los distintos ejemplos sean comparables entre sí. Los parámetros constantes durante el proceso de optimización serán los mismos para todos los casos, variando solamente el diseño inicial, los métodos numéricos y parámetros de optimización empleados o el número de condiciones de optimización considerado.

Para un primer análisis del comportamiento del modelo de cálculo y una mejor comprensión de los resultados obtenidos de la optimización de un puente lanzado se va a resolver el modelo planteado con tan sólo dos variables de diseño, de modo que se pueda representar en un gráfico bidimensional la región de diseño con las condiciones y la trayectoria de variación del diseño desde los valores iniciales hasta alcanzar el óptimo, incluso indicando la forma de variación de la función objetivo. Con una simple observación de los gráficos se podrá encontrar el mínimo global o incluso los mínimos locales, en caso de existir, comprobando el correcto y eficaz funcionamiento del algoritmo de optimización, partiendo desde distintos diseños iniciales, sean válidos o no. Se considerarán distintas parejas de variables de diseño y se podrá analizar la influencia de algunos parámetros sobre la solución.

Posteriormente, el modelo general se descompondrá en subproblemas de tamaño creciente, estableciendo conjuntos de un número cada vez mayor de variables de diseño que mantengan especiales interrelaciones entre sí, y que permitan extraer conclusiones cada vez más generales acerca del comportamiento del conjunto pico-tablero y de cómo se pueden obtener mejoras económicas actuando sobre la sección transversal del tablero, sobre el tamaño del pico de lanzamiento o modificando el pretensado de las zonas frontal y dorsal.

Finalmente se resuelve el problema completo con las 10 variables de diseño que se indicaron en el Capítulo 5, analizando los resultados y mejoras obtenidas frente a planteamientos convencionales.

Se comprobará que la aplicación de técnicas matemáticas para la optimización conjunta de la sección transversal y las fuerzas de pretensado de puentes lanzados permite al proyectista tomar las mejores decisiones.

## 6.2 OPTIMIZACIÓN DE LOS VANOS LATERALES DE UNA VIGA CONTINUA.

En el Capítulo anterior se indicó que el modelo de puente lanzado propuesto es una viga continua con una disposición uniforme de pilas, de modo que todos los vanos tengan igual longitud, salvo los vanos extremos que son más cortos con el objetivo de homogeneizar los momentos flectores pésimos.

El puente resultante del proceso de lanzamiento incremental será una viga continua que define el proyectista como una viga continua de  $n-2$  vanos iguales de longitud  $L$  y vanos extremos más cortos de longitud:  $k \cdot L$  (Figura 6.2.1). Es decir, el diseñador debe indicar los valores de  $n$ ,  $L$  y  $k$ .

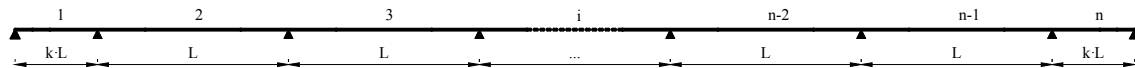


Figura 6.2.1. Distribución de los  $n$  vanos de un puente lanzado en su disposición final.

Como también se indicó en el Capítulo anterior, los valores posibles de  $k$  pertenecen al intervalo  $[0.25, 1]$ , siendo conveniente un valor próximo a  $0.8$  para que los momentos flectores máximos sobre todas las pilas sean similares, sin embargo puede adoptar valores diferentes en función del objetivo que se pretenda alcanzar.

En algunos casos el valor de  $k$  vendrá impuesto por condicionantes físicos del emplazamiento. En otros casos,  $k$  se definirá para minimizar los momentos flectores positivos máximos sobre apoyos intermedios o maximizar los momentos flectores negativos mínimos en el interior de vano. Para definir con precisión el mejor valor de  $k$  se pueden plantear distintos problemas de optimización según la función objetivo que se considere.

Si se minimizan los máximos momentos flectores positivos, que se producen sobre los apoyos en las pilas, el valor de  $k$  se aproxima a  $0.82$ , aunque el valor concreto depende del tamaño de los vanos centrales, de la sección transversal del tablero y de las cargas aplicadas.

Si se maximizasen los mínimos momentos flectores negativos, que se producen en el interior de vano, el valor de  $k$  rondaría  $0.78$ , si bien el valor concreto depende de los

mismos factores expuestos en el caso anterior, respecto del cual los mínimos flectores negativos mejoran al aumentar, pero los máximos positivos empeoran al aumentar igualmente.

Puesto que la sección transversal del tablero tiene diferentes momentos resistentes para las fibras superior e inferior, la mejor opción para optimizar el valor de  $k$  será minimizar las máximas tensiones de tracción en cualquier fibra de la sección transversal, en lugar de minimizar los máximos esfuerzos. Para las secciones en cajón habituales en puentes lanzados de hormigón, el resultado de optimizar las tracciones sería el mismo que minimizar los máximos momentos flectores positivos sobre apoyos, por lo tanto, con un valor de  $k$  entorno a 0.82.

En este trabajo de investigación se ha desarrollado un código informático propio, escrito íntegramente en lenguaje FORTRAN 90, que permite calcular la longitud óptima  $k \cdot L$  de los vanos laterales de una viga continua, considerando peso propio, sobrecarga de uso y gradientes térmicos, según alguno de los cuatro criterios de optimización siguientes:

1. Minimizando las máximas tensiones de tracción.
2. Minimizando el máximo momento flector en valor absoluto.
3. Minimizando el máximo momento flector positivo.
4. Maximizando el mínimo momento flector negativo.

En cualquier caso, el resultado obtenido por cualquiera de los criterios anteriores para el valor de  $k$  no necesariamente será el mejor para optimizar un puente lanzado como se propone en el Capítulo 5, debiéndose tomar solamente como indicativo. Esto es así puesto que el valor de  $k$  debe definirse al inicio del proceso de optimización de un puente lanzado, momento en el que aún no se conoce la sección transversal del tablero que, como se ha indicado, es uno de los parámetros de los que depende  $k$ , aunque su influencia sea reducida.

Mediante el programa desarrollado, el proyectista puede proceder como tarea previa a identificar el valor de  $k$  con arreglo a uno de los cuatro criterios antes indicados y tras ello seguir con la optimización en conjunto del puente lanzado.

### 6.3 PICO DE LANZAMIENTO DE CANTO CONSTANTE.

El modelo de cálculo general propuesto en el Capítulo 5 considera que el pico de lanzamiento tiene una sección transversal variable, con un canto igual al del tablero en la unión con el mismo y una altura  $h_N$  en el extremo frontal (Figura 5.3.1).

Si se desea considerar un pescante de canto constante, pero a la vez sin necesidad de modificar el modelo de cálculo original, tan sólo será necesario añadir dos condiciones de optimización adicionales, contrarias entre si.

La condición  $g_{15}$  normalizada impone que el canto del pico en el extremo libre  $h_N$  sea menor que el canto del tablero  $H$ :

$$h_N \leq H \Rightarrow g_{15} = \frac{h_N}{H} - 1 \leq 0 \quad (6.1)$$

y la condición  $g_{16}$  normalizada impone que el canto del pico en el extremo libre  $h_N$  sea mayor que el canto del tablero  $H$ :

$$H \leq h_N \Rightarrow g_{16} = \frac{H}{h_N} - 1 \leq 0 \quad (6.2)$$

Para cualquier otra variable de diseño  $x_i$  del modelo general que se desee convertir en parámetro fijo  $x_i = X_i$  se actuará de igual forma:

$$x_i \leq X_i \Rightarrow g_j = \frac{x_i}{X_i} - 1 \leq 0 \quad (6.3)$$

$$X_i \leq x_i \Rightarrow g_{j+1} = \frac{X_i}{x_i} - 1 \leq 0 \quad (6.4)$$

El resto de parámetros fijos, condiciones de optimización o función objetivo no precisan de ninguna modificación.

## 6.4 MODELO DE TRABAJO.

Como ya se indicó, todos los ejemplos de optimización de puentes lanzados que se presentarán en este Capítulo 6 tendrán idénticas características generales para que sus resultados sean comparables entre si. Los parámetros constantes durante el proceso de optimización serán los mismos para todos los casos, variando solamente el diseño inicial, los métodos numéricos y parámetros de optimización empleados o el número de condiciones de optimización considerado.

Se considerará un puente lanzado de longitud total  $L_p = 510.4 \text{ m}$  dividido en  $n = 12$  tramos. Para el parámetro  $k$  que define los vanos laterales se propone un valor  $k = 0.8$ , de modo que la longitud de los vanos centrales resulta:

$$L = \frac{L_p}{(n-2) + 2 \cdot k} = 44 \text{ m} \quad (6.1)$$

y la de los laterales:

$$k \cdot L = 35.2 \text{ m} \quad (6.2)$$

Puesto que el tamaño de los segmentos constructivos normales es la mitad de un vano central, éstos medirán:

$$\frac{L}{2} = 22 \text{ m} \quad (6.3)$$

mientras que los especiales (dos iniciales y dos finales) medirán:

$$L' = \frac{L}{2} \cdot \left( k - \frac{1}{4} \right) = 12.1 \text{ m} \quad (6.4)$$

Además, la zona de hormigonado y la zona de deslizamiento (con un apoyo en su mitad) medirán  $22 \text{ m}$  cada una (Figura 6.4.1).

El número total de segmentos constructivos del modelo será  $ns = 2 \cdot n + 1 = 25$ , de los cuales los  $n_{spf} = 4$  primeros del extremo delantero se tesarán con un pretensado centrado frontal más intenso, y los restantes con pretensado dorsal. El segmento inicial

contendrá en su extremo frontal un diafragma de espesor  $e' = 1\text{ m}$  que servirá para acoplar el pico de lanzamiento al tablero.

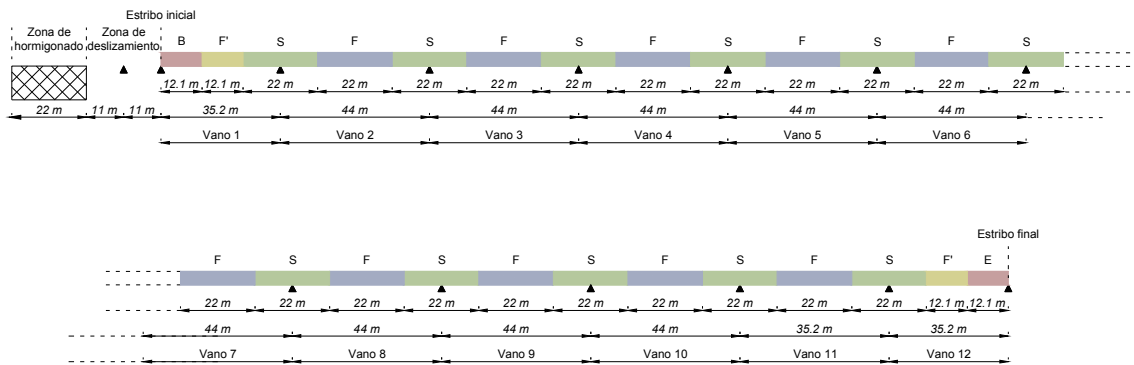


Figura 6.4.1. Disposición de vanos del puente modelo.

El pico de lanzamiento se construirá en acero  $S275$  y se estimará como peso de los arriostramientos y rigidizadores un  $15\%$  adicional ( $\psi = 0.15$ ) sobre el peso del mismo.

El tablero se realizará con hormigón armado  $HA50$ , armadura pasiva  $B500S$  y armadura activa  $Y1770$ . No se admitirán tensiones de tracción en el hormigón. La contribución de la armadura transversal de alma a la resistencia a esfuerzo cortante de la sección transversal del tablero respecto del cortante resistido por el hormigón será  $k' = 1$  según (5.59). El recubrimiento a cualquier paramento, tanto para la armadura pasiva como activa, será  $r' = 5\text{ cm}$ . Las vainas para contener el pretensado de servicio, alojadas en las almas de la sección transversal, tendrán un diámetro  $\Phi_v = 15\text{ cm}$ . Las longitudes de las losas superior e inferior serán  $B_s = 12\text{ m}$  y  $B_i = 5\text{ m}$ , mientras que la longitud en voladizo de la losa superior será  $B_v = 3\text{ m}$ .

Además del peso propio se considerará un gradiente térmico negativo  $\Delta T^- = -3\text{ }^\circ\text{C}$ , un gradiente térmico positivo  $\Delta T^+ = 7\text{ }^\circ\text{C}$  y una sobrecarga de uso nula durante el lanzamiento  $q' = 0\text{ MN/m}$ .

Los precios unitarios de los materiales se estimarán como  $P_A = 2\text{ €/kg}$  para el acero del pico de lanzamiento incluyendo arriostramientos y rigidizadores,  $P_{AP} = 3.1\text{ €/kg}$  para el acero de pretensado incluyendo vainas y acopladores, y  $P_H = 90\text{ €/m}^3$  para el hormigón armado incluyendo armadura pasiva y la parte correspondiente a encofrados.

Los valores que pueden variar de unos ejemplos a otros son:

- el diseño inicial,
- el método de optimización y sus parámetros de configuración,
- el número de condiciones de diseño, si se considerase constante alguna variable de diseño,
- el paso de avance, o longitud que avanza el tablero entre dos configuraciones de cálculo consecutivas.

## **6.5 OPTIMIZACIÓN CON DOS VARIABLES DE DISEÑO.**

Como primera aproximación a la resolución del problema de optimización de un puente lanzado según se ha presentado en el Capítulo 5, se reducirá el número de variables de diseño de las 10 consideradas en el modelo general a tan sólo 2, de modo que se compruebe el correcto funcionamiento de la aplicación informática desarrollada y se pueda analizar la validez del planteamiento mediante métodos gráficos de representación, muy sencillos e intuitivos.

En un problema de optimización con 2 variables de diseño se puede realizar un gráfico bidimensional de la región de diseño, representando las condiciones. Gráficamente se puede analizar si el problema es convexo y por lo tanto si tiene un único mínimo global o bien existen múltiples mínimos locales. También se puede estudiar el comportamiento del algoritmo de optimización observando la variación del diseño en cada iteración partiendo desde un diseño inicial, sea válido o no, y observar si logra alcanzar eficazmente el mínimo global deseado.

Se resolverá el problema de optimización con distintas parejas de variables de diseño según su especial interrelación, a saber:

- el canto del tablero  $H$  y el valor del pretensado dorsal  $P_D$ ,
- la longitud del pico de lanzamiento  $L_N$  y el valor del pretensado frontal  $P_F$ ,
- el canto del tablero  $H$  y el canto del pico de lanzamiento en el extremo  $h_N$ ,

- el canto del pico de lanzamiento en el extremo  $h_N$  y el valor del pretensado frontal  $P_F$ .

Finalmente, se estudiará la influencia de algunos parámetros sobre la solución.

### 6.5.1 Optimización conjunta del canto del tablero y del pretensado dorsal.

Como se ha visto en el Apartado 4.1, la interacción pico-tablero se percibe aproximadamente durante una longitud de tan sólo  $2 \cdot L$ , es decir, la longitud de dos vanos centrales, de modo que si el puente lanzado tiene una longitud elevada, la mayor parte del tablero no está influenciada por la existencia del pico de lanzamiento. Según este planteamiento, si el puente es “*largo*”, el pico de lanzamiento y el pretensado de la zona frontal no serán una parte sustancial del coste total de la obra, y las variables de diseño que tendrán mayor influencia en el coste total serán el canto del tablero y el pretensado dorsal que mantendrán una relación muy directa.

Es por este motivo que se han escogido estas dos variables de diseño como pareja para un primer análisis del comportamiento del modelo de cálculo propuesto.

Las restantes ocho variables de diseño del modelo general se convierten en constantes, y en el ejemplo tomarán los valores observados en la Tabla 6.5.1.1, que como se verá, permiten alcanzar diseños válidos.

Espesor de la losa superior	$e_s = 25 \text{ cm}$
Espesor de la losa inferior	$e_i = 25 \text{ cm}$
Espesor de las losas del alma	$e_a = 47 \text{ cm}$
Longitud del pico de lanzamiento	$L_N = 26.4 \text{ m}$
Canto del pico de lanzamiento en el extremo frontal	$h_N = 1 \text{ m}$
Espesor de las alas del pico de lanzamiento	$t_f = 2 \text{ cm}$
Espesor de las almas del pico de lanzamiento	$t_w = 1.5 \text{ cm}$
Pretensado frontal	$P_F = 45 \text{ MN}$

Tabla 6.5.1.1. Valores de las variables de diseño transformadas en constantes.

Para representar en un gráfico bidimensional la región de diseño es necesario calcular el lugar geométrico de los pares de coordenadas  $(P_D, H)$  tales que cada condición de optimización  $g_j$  sea nula.



Para obtener estos pares de coordenadas, se puede proceder fijando una de las variables de diseño y calculando la raíz de cada ecuación  $g_j$ , que sólo dependerá de una única variable de diseño. Este procedimiento habrá de repetirse para cada una de las condiciones de optimización. En este trabajo de investigación se ha desarrollado un programa informático propio escrito íntegramente en lenguaje FORTRAN 90 que calcula la raíz de las condiciones de optimización. Evidentemente, para el cálculo de las condiciones es necesario invocar numerosas veces el programa PULMOD, por lo que se convierte en un cálculo computacionalmente pesado.

En la Figura 6.5.1.1 se representa la región de diseño para el problema de optimización expuesto. La zona sombreada corresponde al conjunto de diseños válidos.

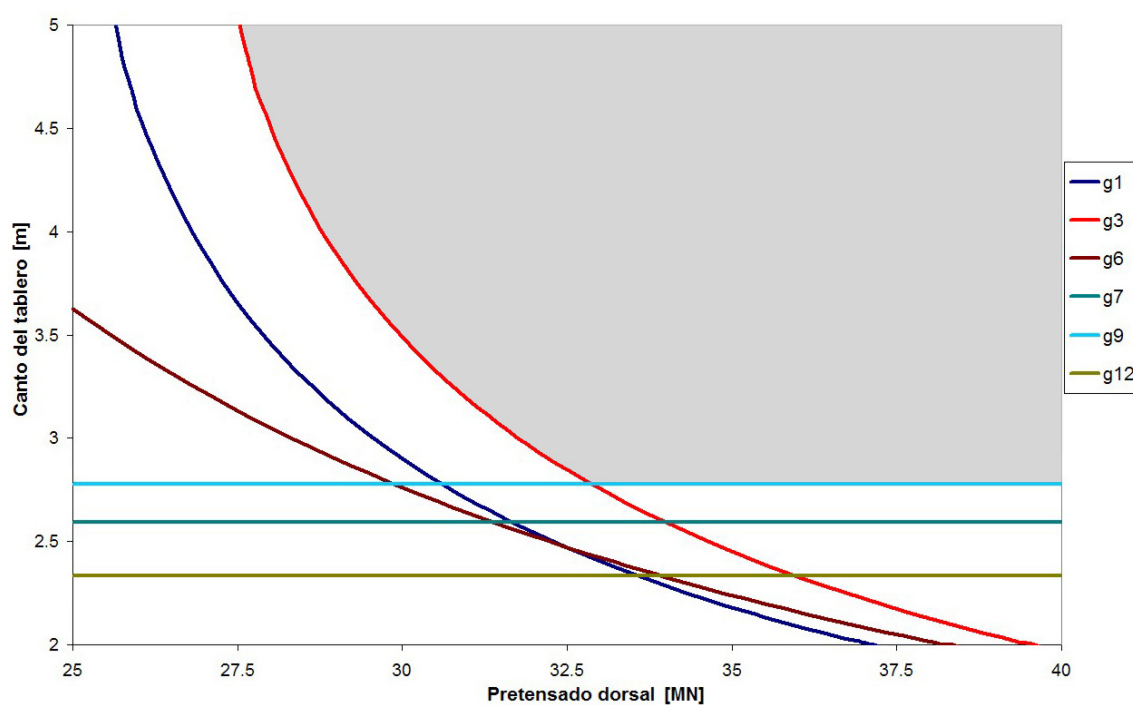


Figura 6.5.1.1. Región de diseño.

Las condiciones de optimización  $g_2$  (5.63),  $g_4$  (5.65),  $g_5$  (5.66),  $g_8$  (5.69),  $g_{10}$  (5.71),  $g_{11}$  (5.72),  $g_{13}$  (5.74),  $g_{14}$  (5.75),  $g_{15}$  (6.1) se cumplen y no aparecen reflejadas en el gráfico porque son inactivas en los intervalos representados de las variables de diseño. Esto se puede advertir más claramente al representar las gráficas de las condiciones de optimización para un valor concreto de una de las dos variables de diseño. Por ejemplo, fijando el pretensado dorsal a  $P_D = 29 \text{ MN}$ , en la Figura 6.5.1.2 se

observa como las condiciones  $g_2, g_4, g_5, g_8, g_{10}, g_{11}, g_{13}, g_{14}, g_{15}$  siempre son negativas, luego se cumplen, en el intervalo considerado del canto del tablero  $[2, 5]$  [m].

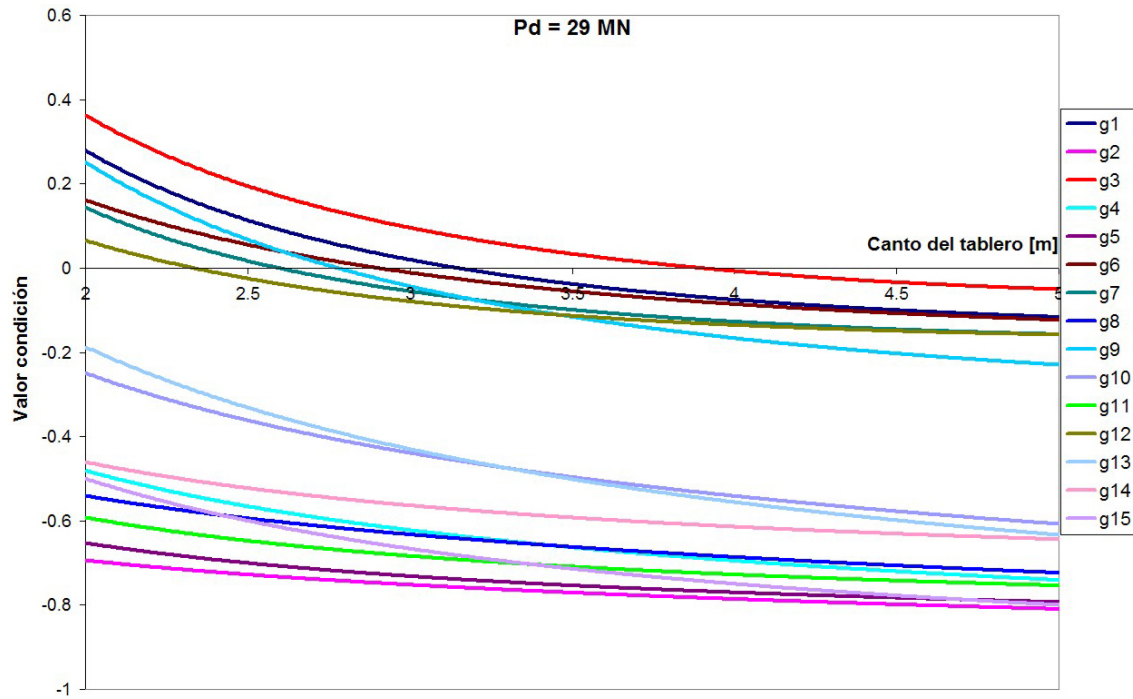


Figura 6.5.1.2. Condiciones de optimización cuando  $P_D = 29$  MN.

Por otra parte, en la región de diseño se observa que las condiciones  $g_7$  (5.68),  $g_9$  (5.70) y  $g_{12}$  (5.73) son rectas horizontales, lo cual indica que son independientes de la coordenada de abscisas, es decir, del pretensado dorsal. Efectivamente, esto debe ser así pues estas condiciones limitan las tensiones en la zona frontal del tablero de hormigón, por lo que no dependen del valor de pretensado dorsal sino del pretensado frontal. Por el contrario, las condiciones  $g_1$  (5.62),  $g_3$  (5.64) y  $g_6$  (5.67) son relativas a la zona dorsal del dintel y dependen tanto del canto del tablero como del valor de pretensado dorsal, y así se refleja en el gráfico. Las condiciones  $g_1$  y  $g_7$  limitan las tracciones en la fibra superior del tablero,  $g_3$  y  $g_9$  limitan las tracciones en la fibra inferior, mientras que  $g_6$  y  $g_{12}$  limitan las tracciones en las almas de la sección de hormigón.

En la región de diseño de la Figura 6.5.1.3 se representan los puntos que corresponden a igual valor de la función objetivo para tres valores concretos de la misma. Observando el sentido de disminución se puede determinar gráficamente el óptimo global u óptimos locales en caso de existir.

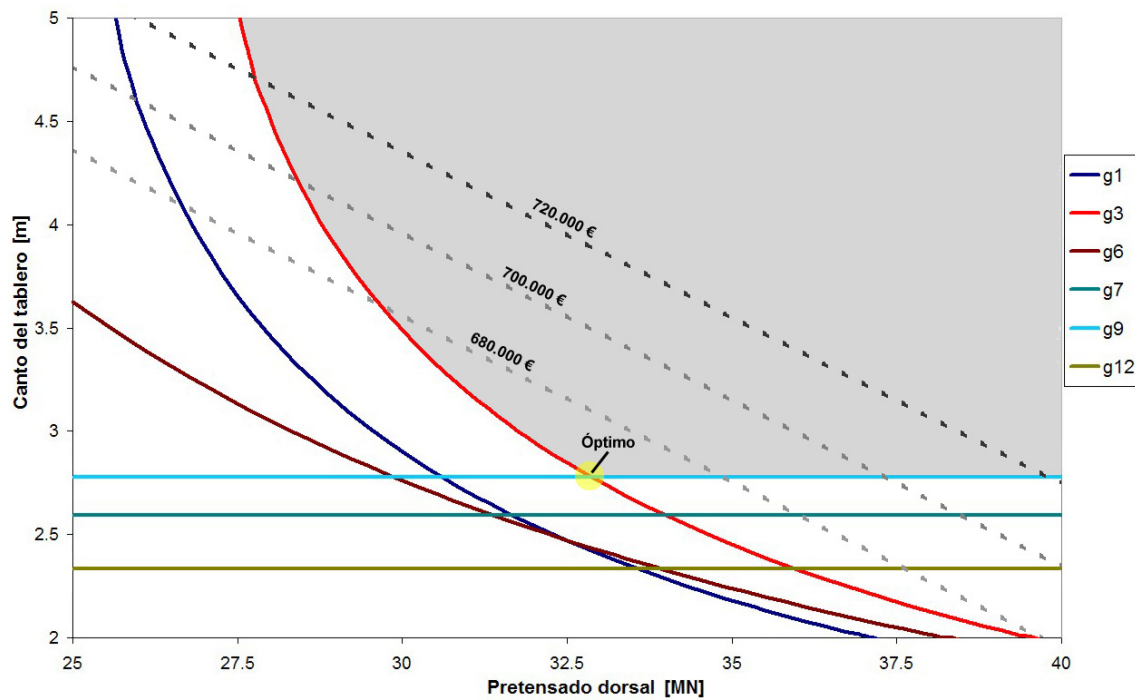


Figura 6.5.1.3. Variación de la función objetivo y mínimo global.

Las líneas que representan los puntos con igual valor de la función objetivo son rectas para el caso de considerar únicamente como variables de diseño el canto del tablero y el valor del pretensado dorsal, sin embargo, en general será una curva diferente a una recta para otra pareja de variables de diseño.

En el programa PULO están implementados tres algoritmos de optimización diferentes: el método modificado de las direcciones eficientes (método 1), secuencia de problemas lineales (método 2) y secuencia de problemas cuadráticos (método 3). Para establecer, entre otros, los criterios de convergencia y de cumplimiento de las condiciones, hay que fijar algunos parámetros básicos de configuración en estos métodos. Los parámetros más importantes y sus valores, salvo que se indique lo contrario, serán:

- el máximo número de iteraciones permitidas durante la optimización es  $ITMAX = 100$ ,
- el número de iteraciones consecutivas durante las cuales debe alcanzarse el criterio absoluto o relativo que indique la convergencia al óptimo es  $ITRMOP = 2$ ,

- $DABOBJ = \max[0.0001 * F(0), 10^{-20}]$  es el máximo cambio en valor absoluto de la función objetivo entre  $ITRMOP$  iteraciones consecutivas que indica la convergencia en el óptimo, siendo  $F(0)$  el valor de la función objetivo para el diseño inicial,
- $DELOBJ = 0.001$  es el máximo cambio relativo de la función objetivo entre  $ITRMOP$  iteraciones consecutivas que indica la convergencia en el óptimo,
- una condición se considera activa si su valor numérico es más positivo que  $CT = -0.03$ ,
- se viola una condición si su valor numérico es más positivo que  $CTMIN = 0.003$ ,
- los gradientes se calculan mediante diferencias finitas anteriores ( $IGRAD = 0$ ).

El diseño óptimo calculado mediante el programa PULO, adaptado para considerar sólo dos variables de diseño concuerda con el obtenido mediante análisis gráfico. Utilizando el método modificado de las direcciones eficientes con los parámetros antes indicados, en el óptimo se obtiene:

$$H = 2.78 \text{ m} \quad P_D = 32.88 \text{ MN} \quad \text{Coste Total} = 664392.95 \text{ €} \quad (6.5)$$

En optimización numérica, en algunos casos el diseño final puede depender de los valores de partida de las variables de diseño, que pueden ser válidos o no, y del algoritmo de optimización escogidos. Todos los métodos de optimización implementados en el programa PULO permiten adoptar diseños iniciales no válidos, sin embargo, la variación o camino que sigue el diseño durante la optimización será distinta para cada método. A continuación se muestran tres ejemplos de optimización partiendo desde distintos diseños iniciales, válidos y no válidos, y empleando los tres métodos de optimización programados.

Tomando como valores de partida  $H = 4.5 \text{ m}$  y  $P_D = 37 \text{ MN}$ , el diseño inicial es válido y se logra alcanzar el óptimo (Figura 6.5.1.4).

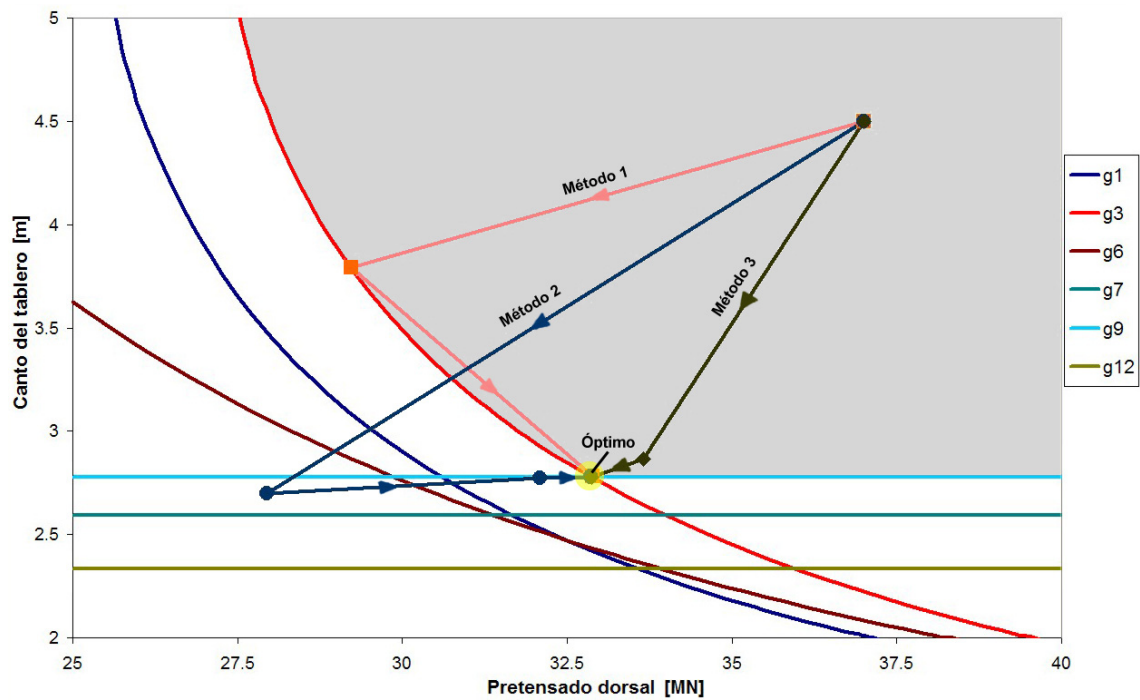


Figura 6.5.1.4. Variación del diseño durante el proceso de optimización.

Escogiendo inicialmente  $H = 3 \text{ m}$  y  $P_D = 25 \text{ MN}$ , el diseño inicial no es válido pero los algoritmos de optimización igualmente logran alcanzar el óptimo (Figura 6.5.1.5).

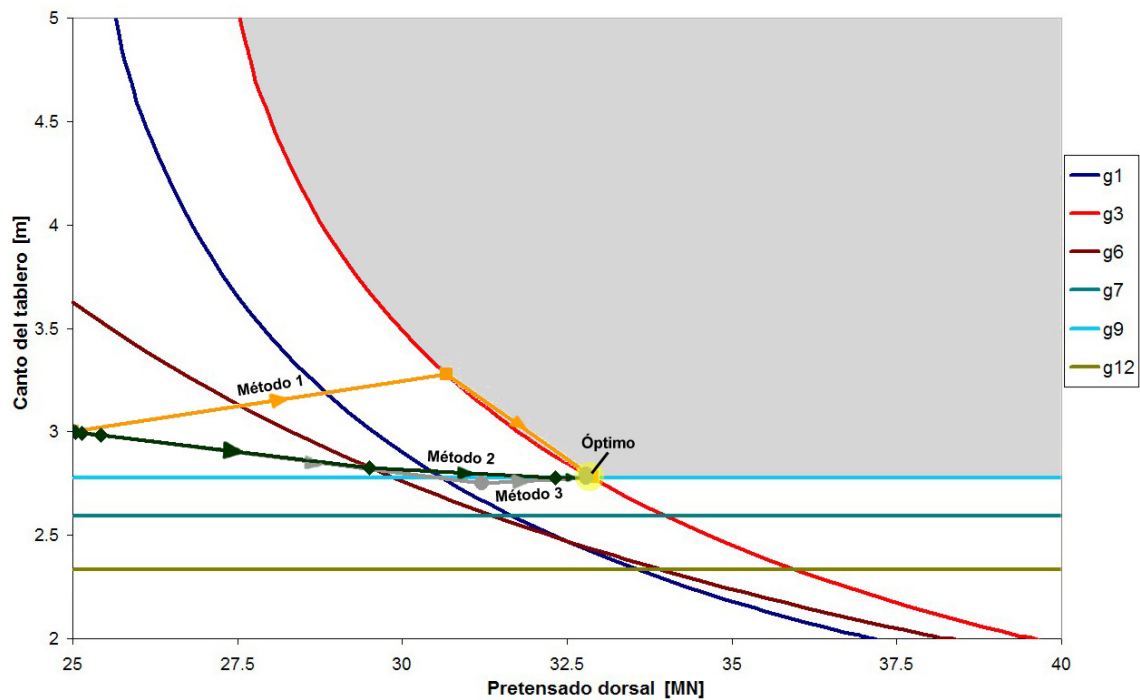


Figura 6.5.1.5. Variación del diseño durante el proceso de optimización.

Por último, si se toman de partida  $H = 2.25 \text{ m}$  y  $P_D = 39 \text{ MN}$ , el diseño inicial no es válido y los algoritmos de optimización de nuevo alcanzan el óptimo (Figura 6.5.1.6).

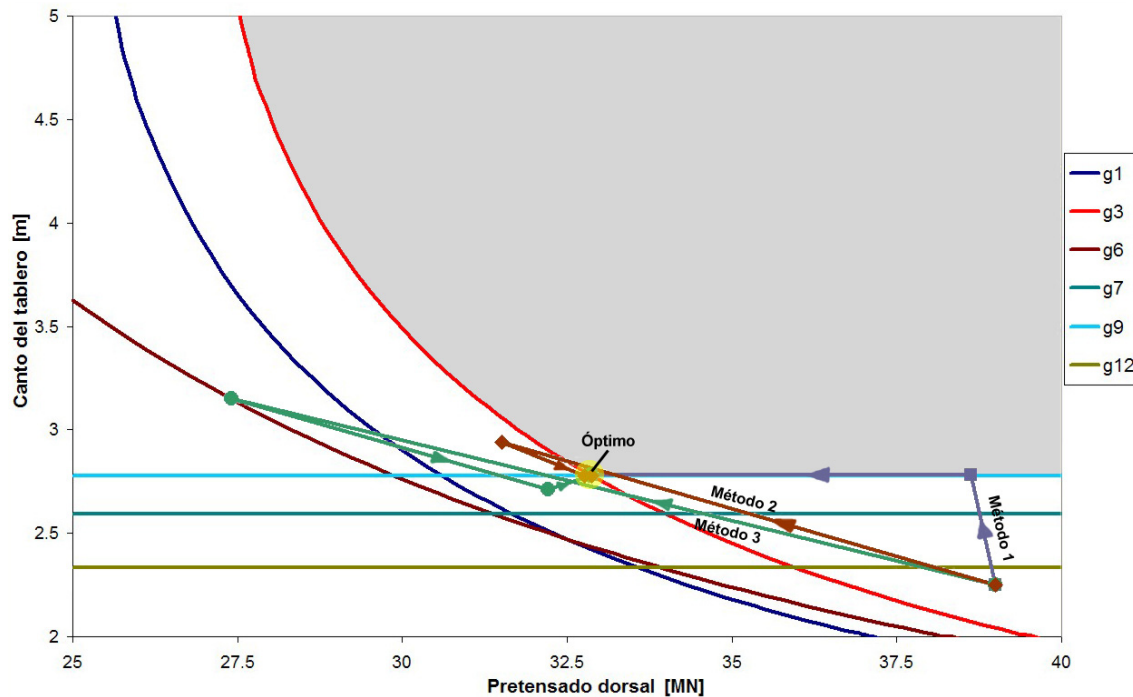


Figura 6.5.1.6. Variación del diseño durante el proceso de optimización.

El diseño óptimo indicado en (6.5) fue alcanzado empleando el primero de los métodos. En la Tabla 6.5.1.2 se muestran los resultados obtenidos de la función objetivo y las condiciones de optimización para cada uno de los tres algoritmos, partiendo del diseño inicial  $H = 4.5 \text{ m}$  y  $P_D = 37 \text{ MN}$ .

Se observa que los tres métodos convergen hacia el mismo valor final, el cual es válido según el criterio establecido de cumplimiento de las condiciones de optimización. El método 1 alcanza el óptimo en 3 iteraciones y tiene que ejecutar en 24 ocasiones el programa PULMOD. El método 2 requiere 5 iteraciones pero 17 llamadas al programa PULMOD, mientras que el método 3 necesita 3 iteraciones y tan sólo 13 llamadas a PULMOD. En cualquier caso, el número de iteraciones y de llamadas al programa PULMOD depende mucho del diseño inicial.

El tiempo de cálculo consumido por el programa de generación de modelos PULMOD es elevado, por lo cual, el tiempo total requerido para la ejecución del programa PULO depende más del número de llamadas a PULMOD, necesarias para

calcular los valores de la función objetivo y las condiciones de optimización y sus derivadas, que del número de iteraciones que se realicen durante la optimización con DOT. El tiempo de cálculo empleado por PULMOD depende linealmente de la longitud del puente lanzado y del paso de avance o longitud de avance del tablero entre dos configuraciones de cálculo consecutivas.

	Método 1	Método 2	Método 3
<b>Obj.</b>	664385.93	664473.00	664380.31
<b><math>H</math> [m]</b>	2.776	2.780	2.776
<b><math>P_d</math> [MN]</b>	32.877	32.862	32.876
<b><math>g_1</math></b>	-0.06899	-0.06923	-0.06897
<b><math>g_2</math></b>	-0.72017	-0.72047	-0.72018
<b><math>g_3</math></b>	-0.00002	-0.00027	0.00000
<b><math>g_4</math></b>	-0.57767	-0.57824	-0.57770
<b><math>g_5</math></b>	-0.71928	-0.71954	-0.71929
<b><math>g_6</math></b>	-0.04727	-0.04754	-0.04726
<b><math>g_7</math></b>	-0.02774	-0.02832	-0.02776
<b><math>g_8</math></b>	-0.61699	-0.61730	-0.61700
<b><math>g_9</math></b>	-0.00001	-0.00092	-0.00004
<b><math>g_{10}</math></b>	-0.40769	-0.40832	-0.40770
<b><math>g_{11}</math></b>	-0.66941	-0.66971	-0.66942
<b><math>g_{12}</math></b>	-0.05840	-0.05884	-0.05841
<b><math>g_{13}</math></b>	-0.38997	-0.39078	-0.38999
<b><math>g_{14}</math></b>	-0.54736	-0.54770	-0.54737
<b><math>g_{15}</math></b>	-0.63977	-0.64032	-0.63979

Tabla 6.5.1.2. Función objetivo y condiciones según el método de optimización.

En la Figura 6.5.1.7 se muestra la evolución de la función objetivo durante el proceso de optimización, usando el método de secuencia de problemas lineales y partiendo del diseño  $H = 4.5 \text{ m}$  y  $P_d = 37 \text{ MN}$ . Se puede observar que la función objetivo no necesariamente mejora en todas las iteraciones, pudiendo alternar entre diseños válidos e inválidos, como indica la gráfica de evolución de las condiciones (Figura 6.5.1.8). En las Figura 6.5.1.9 y Figura 6.5.1.10 se muestran la variación que sufre el canto del tablero y de la fuerza de pretensado dorsal durante la optimización.

Al contrario que los métodos de secuencia de problemas lineales o cuadráticos, en el método modificado de las direcciones eficientes, si durante la optimización se alcanza un diseño válido, todos los diseños hasta la convergencia serán diseños válidos.

A la vista de los resultados, se puede concluir que se ha logrado con éxito optimizar un puente lanzado multivano de hormigón, considerando como variables de diseño el canto del tablero y el valor del pretensado dorsal.

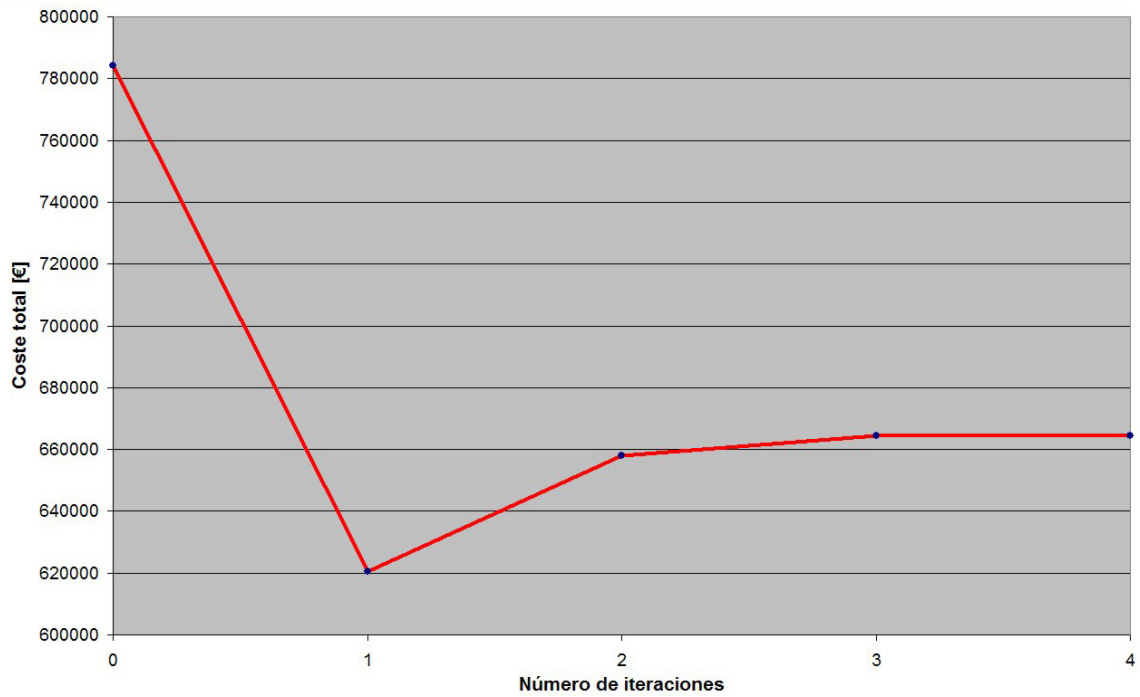


Figura 6.5.1.7. Evolución de la función objetivo durante el proceso de optimización.

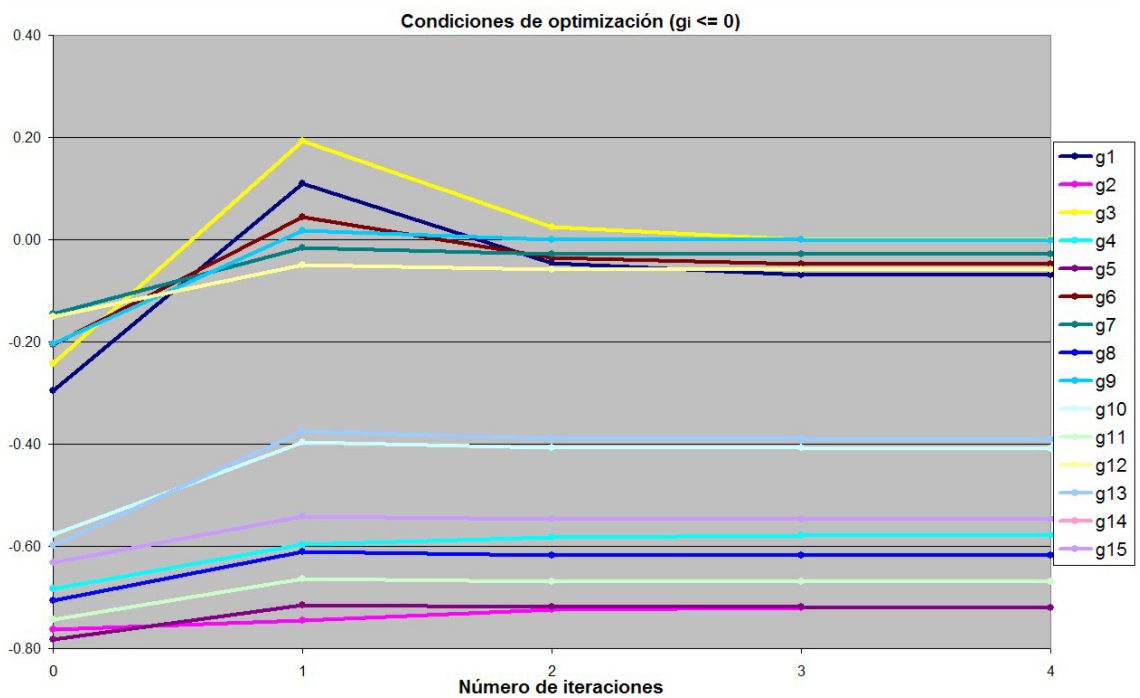


Figura 6.5.1.8. Evolución de las condiciones durante el proceso de optimización.



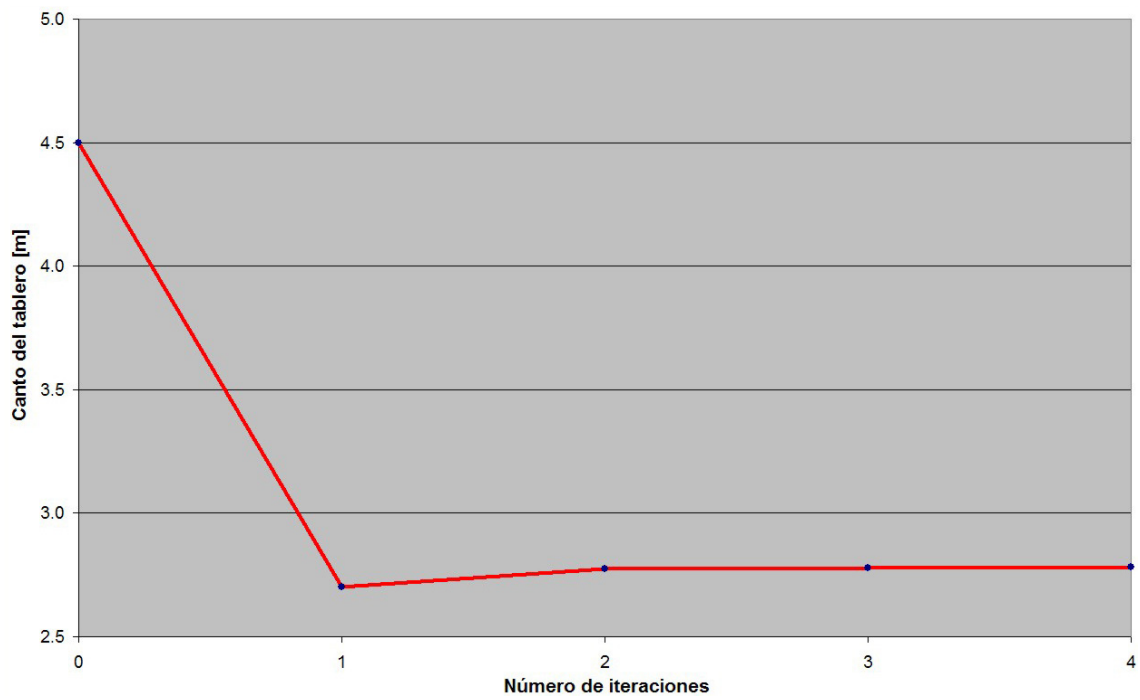


Figura 6.5.1.9. Evolución del canto del tablero durante el proceso de optimización.

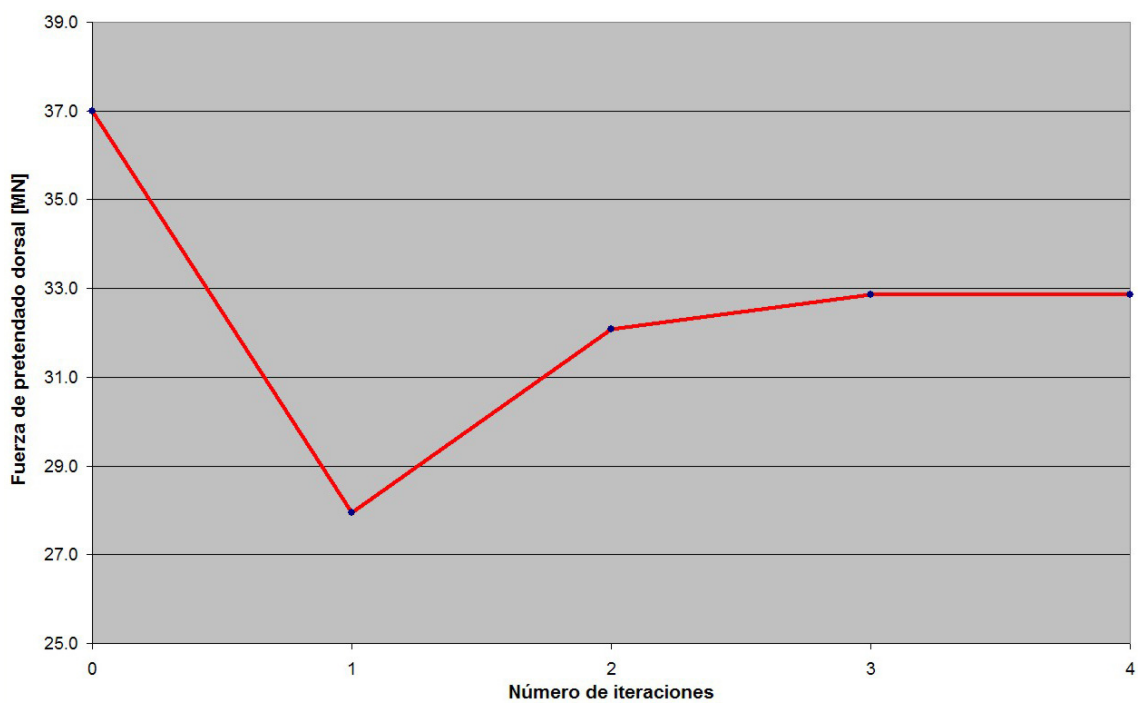


Figura 6.5.1.10. Evolución de la fuerza de pretensado dorsal durante el proceso de optimización.

### 6.5.2 Optimización conjunta de la longitud del pico de lanzamiento y del pretensado frontal.

Durante la construcción de un puente lanzado, la zona frontal del mismo experimenta unos esfuerzos superiores a los de la parte dorsal. Para reducir estos esfuerzos se usa el pico de lanzamiento, que actúa como prolongación ligera del tablero. Sin embargo, el uso de un pico de lanzamiento no evita que los esfuerzos en la zona frontal aún sean mayores que en la dorsal, por lo cual también habrá que emplear un pretensado centrado más intenso en la zona frontal que en la posterior, si se desea mantener constante la sección transversal en todo el puente. De este modo, la corrección de las tensiones en el hormigón de la parte frontal del tablero se controla por la conjunción de pico de lanzamiento y pretensado frontal, lo cual evidencia su profunda interrelación.

Siendo la longitud uno de los parámetros más importantes en un pico de lanzamiento, el estudio del comportamiento del modelo de cálculo respecto a la pareja de variables de diseño ( $P_F$ ,  $L_N$ ) permitirá obtener interesantes conclusiones.

Si se sigue este planteamiento, las restantes ocho variables de diseño del modelo general se convierten en constantes, y en el ejemplo tomarán los valores observados en la Tabla 6.5.2.1, que como se verá, permite alcanzar diseños válidos.

Canto del tablero	$H = 3.2 \text{ m}$
Espesor de la losa superior	$e_s = 25 \text{ cm}$
Espesor de la losa inferior	$e_i = 25 \text{ cm}$
Espesor de las losas del alma	$e_a = 47 \text{ cm}$
Canto del pico de lanzamiento en el extremo frontal	$h_N = 1 \text{ m}$
Espesor de las alas del pico de lanzamiento	$t_f = 2 \text{ cm}$
Espesor de las almas del pico de lanzamiento	$t_w = 1.5 \text{ cm}$
Pretensado dorsal	$P_D = 35 \text{ MN}$

Tabla 6.5.2.1. Valores de las variables de diseño transformadas en constantes.

En la Figura 6.5.2.1 se representa la región de diseño, donde la zona sombreada corresponde al conjunto de diseños válidos. En este gráfico bidimensional se puede observar cómo las condiciones  $g_9$  (5.70) y  $g_{12}$  (5.73), que limitan las tracciones en la fibra inferior y en el alma de la zona de pretensado frontal, se representan por curvas que tienen más de un valor posible en el eje de ordenadas para un mismo valor en abscisas.

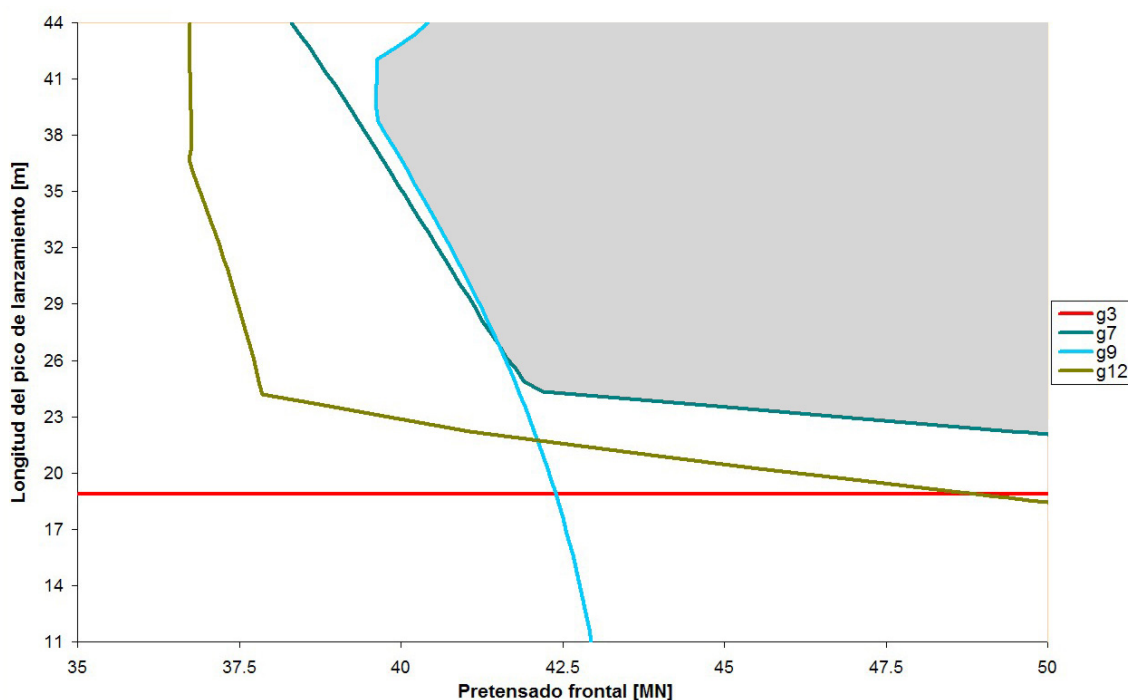


Figura 6.5.2.1. Región de diseño.

También se observa que la condición  $g_3$  (5.64) es independiente de la fuerza de pretensado frontal, al ser una recta horizontal, lo cual era esperable, pues esta condición limita las tracciones en la fibra inferior del tablero en su zona dorsal. Mientras tanto, las condiciones  $g_7$  (5.68),  $g_9$  (5.70) y  $g_{12}$  (5.73) que limitan en la zona frontal del tablero las tracciones en la fibra superior y en la fibra inferior e impiden el agotamiento por tracción de las almas dependen tanto del pretensado frontal como de la longitud del pico de lanzamiento. Todas las restantes condiciones se cumplen y no se representan en el gráfico porque son inactivas en los intervalos representados de las variables de diseño, tal como se refleja al dibujar las gráficas de las condiciones (Figura 6.5.2.2) para un valor concreto del pretensado frontal, por ejemplo,  $P_F = 40 \text{ MN}$ . En esta misma figura también se observa cómo efectivamente sólo las condiciones  $g_3$ ,  $g_{12}$ ,  $g_7$  y  $g_9$  cortan el eje de abscisas para ese valor del pretensado frontal, además  $g_9$  lo hace en dos ocasiones.

Observando la región de diseño se aprecian cambios bruscos de pendiente en las gráficas de algunas condiciones. La explicación a estos cambios repentinos se debe a que al modificar la longitud del pico de lanzamiento se puede cambiar de proceso de lanzado entre los 21 posibles, según se vio en la Tabla 5.5.1. Por ejemplo, en la Figura 6.5.2.3 se aprecia un quiebro en la condición  $g_{12}$  cuando  $L_N = 24.2 \text{ m}$ , que

corresponde a  $L_N = k \cdot L \leftrightarrow 22.4 \text{ m} = 0.8 \cdot 44 \text{ m}$ , es decir, un proceso de lanzado 15, mientras que para un pico menor se estará en un tipo 14 y para un pico mayor en uno del tipo 16.

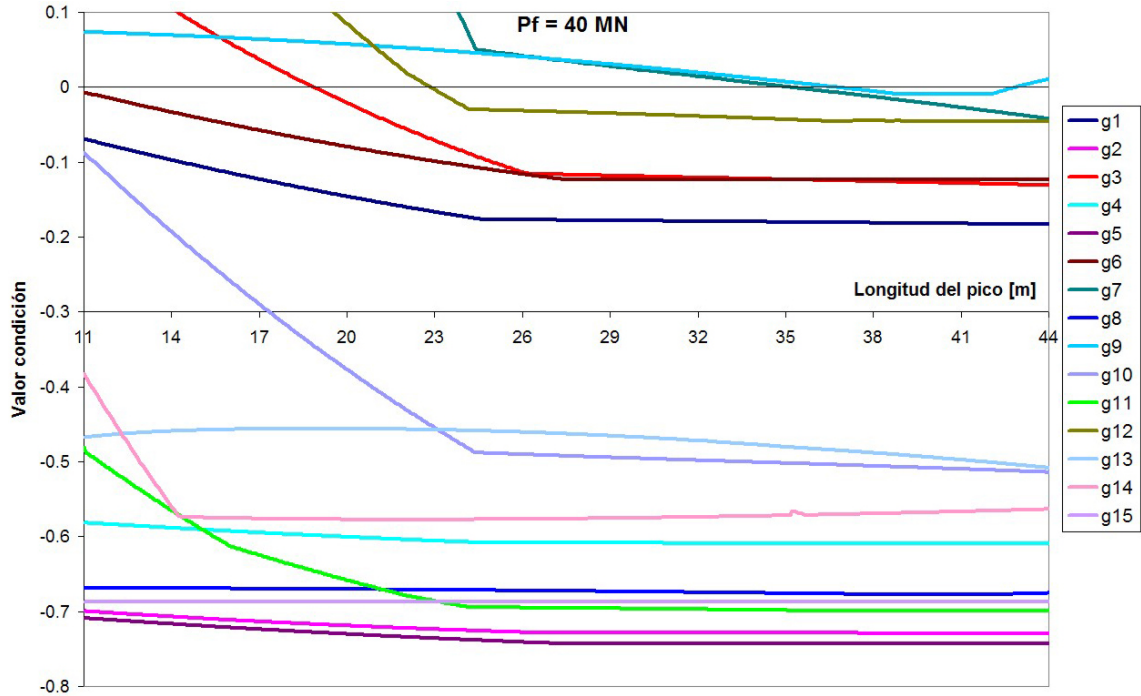


Figura 6.5.2.2. Condiciones de optimización cuando  $P_F = 40 \text{ MN}$ .

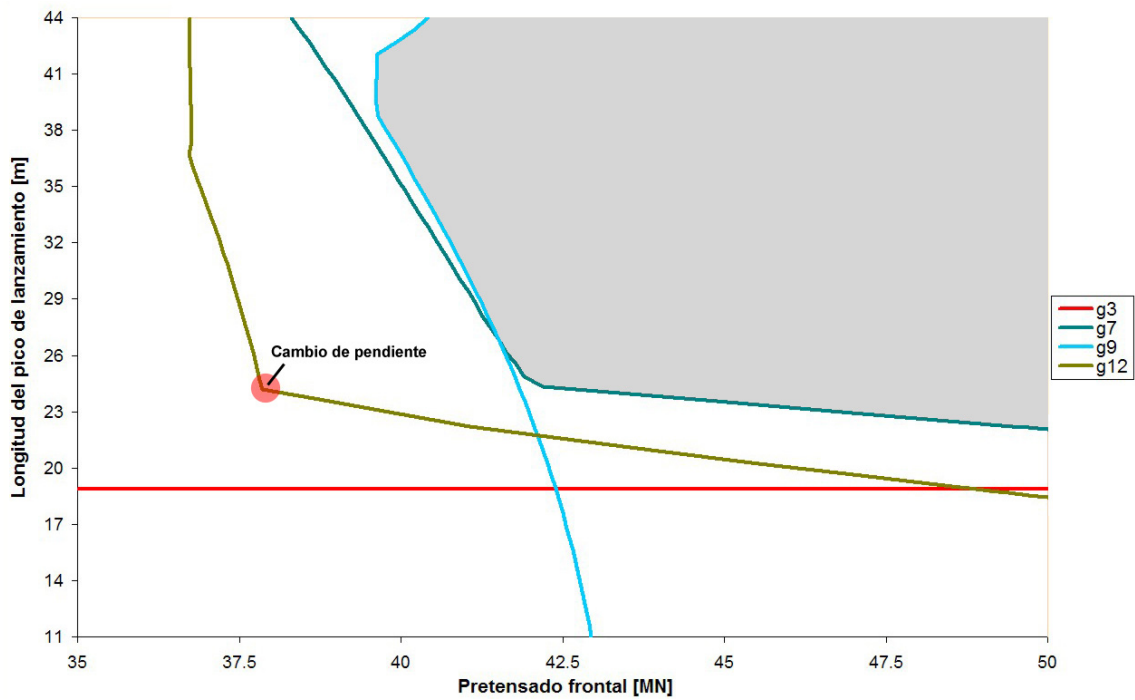


Figura 6.5.2.3. Cambio brusco de pendiente en la condición  $g_{12}$ .

En la Figura 6.5.2.4 se representa la región de diseño junto a los puntos que tienen igual valor de la función objetivo para tres cantidades concretas (720.000 €, 700.000 € y 680.000 €). Las líneas obtenidas son rectas para el caso planteado de considerar sólo como variables de diseño la longitud del pico de lanzamiento y el pretensado frontal. Siguiendo el sentido de disminución de la función objetivo se puede averiguar gráficamente el diseño óptimo.

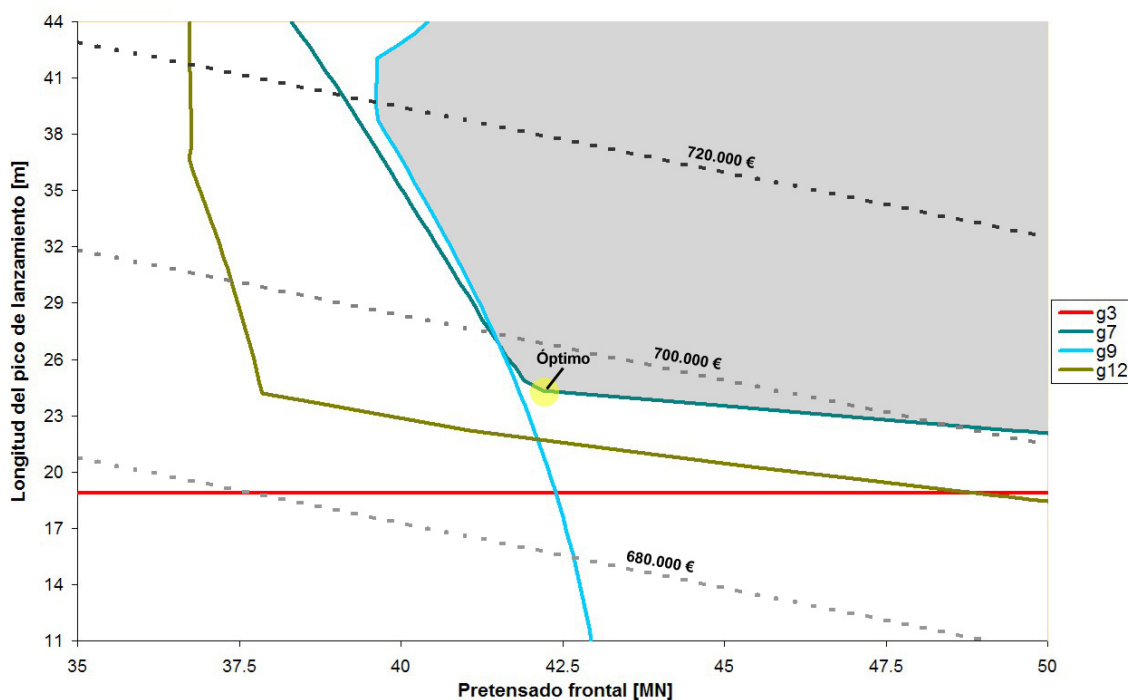


Figura 6.5.2.4. Variación de la función objetivo y mínimo global.

El diseño óptimo que se obtiene mediante el programa PULO, adaptado para considerar dos variables de diseño y empleando el método modificado de las direcciones eficientes (método 1) con los parámetros de cálculo indicados en el Apartado 6.5.1, concuerda con el obtenido gráficamente:

$$P_F = 42.1 \text{ MN} \quad L_N = 24.4 \text{ m} \quad \text{Coste Total} = 695500.00 \text{ €} \quad (6.6)$$

En cualquier caso, el resultado numérico es prácticamente independiente del algoritmo de optimización empleado y del diseño de partida. Por el contrario, el número de iteraciones y de llamadas al programa PULMOD y, por lo tanto, el tiempo de cálculo, varían enormemente de un método a otro y de un diseño inicial a otro, no habiendo una relación directa y evidente entre ellos. En la Tabla 6.5.2.2 se puede

observar esta situación combinando tres métodos de optimización con tres diseños iniciales distintos:

$$\text{Diseño 1: } P_F = 47.5 \text{ MN}, L_N = 38 \text{ m} \quad (6.7)$$

$$\text{Diseño 2: } P_F = 36.0 \text{ MN}, L_N = 29 \text{ m} \quad (6.8)$$

$$\text{Diseño 3: } P_F = 47.0 \text{ MN}, L_N = 14 \text{ m} \quad (6.9)$$

Diseño Inicial	Método de optimización	Iteraciones	Llamadas a PULMOD
$P_F = 47.5 \text{ MN}$ $L_N = 38 \text{ m}$	1	7	153
	2	5	16
	3	11	53
$P_F = 36.0 \text{ MN}$ $L_N = 29 \text{ m}$	1	5	113
	2	10	35
	3	10	44
$P_F = 47.0 \text{ MN}$ $L_N = 14 \text{ m}$	1	6	138
	2	11	40
	3	10	47

Tabla 6.5.2.2. N° de iteraciones y llamadas a PULMOD según método de optimización y diseño inicial.

*Método 1. Algoritmo modificado de las direcciones eficientes:* la variación del diseño durante la optimización para los tres diseños iniciales indicados es el observado en la Figura 6.5.2.5. Los diseños 2 y 3 no son válidos, pero todos logran alcanzar el óptimo.

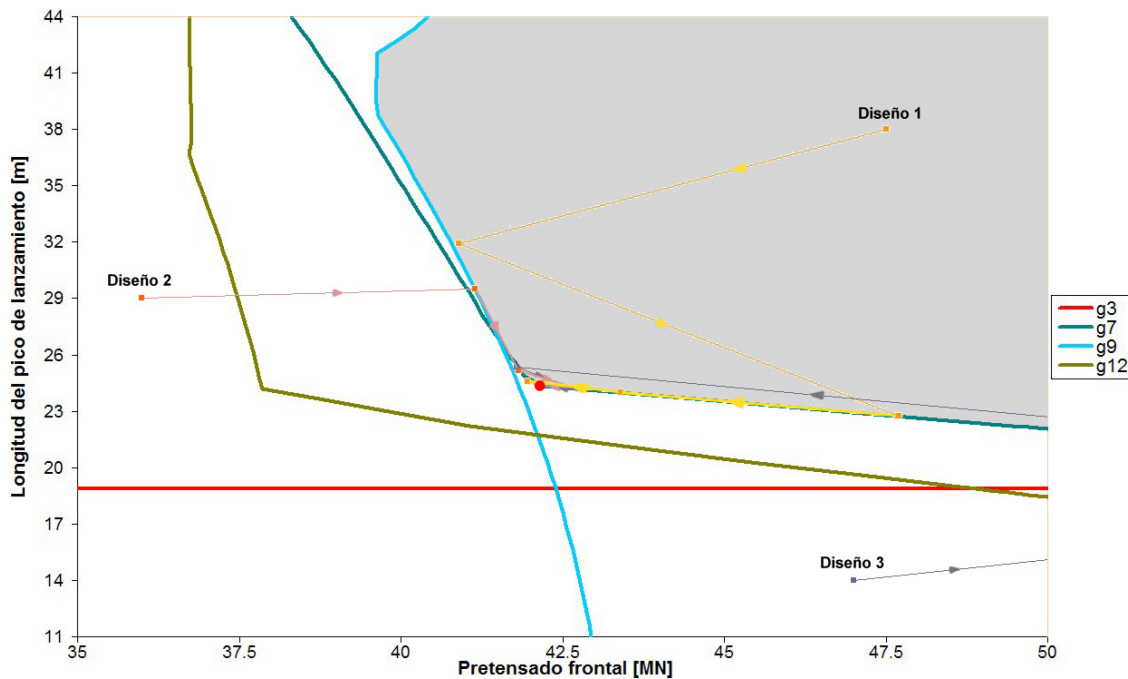


Figura 6.5.2.5. Variación del diseño durante el proceso de optimización con el método 1.

En la Figura 6.5.2.6, Figura 6.5.2.7 y Figura 6.5.2.8 se puede observar con más detalle la evolución del diseño durante la optimización cuando se aproxima al óptimo, empleando el método modificado de las direcciones eficientes.

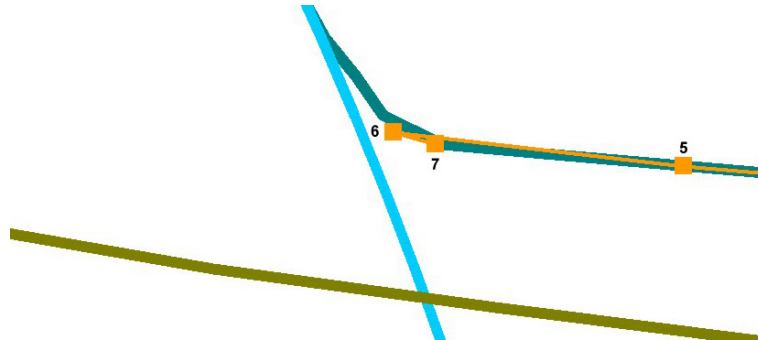


Figura 6.5.2.6. Aproximación al óptimo desde el diseño 1 con el método 1.

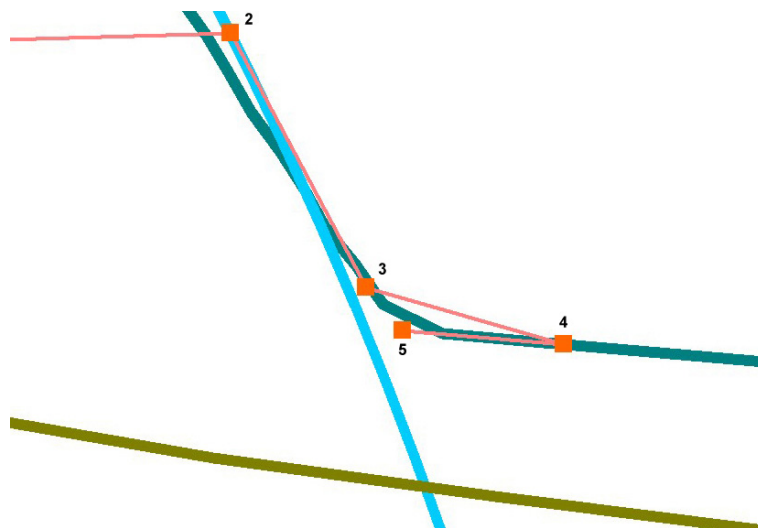


Figura 6.5.2.7. Aproximación al óptimo desde el diseño 2 con el método 1.

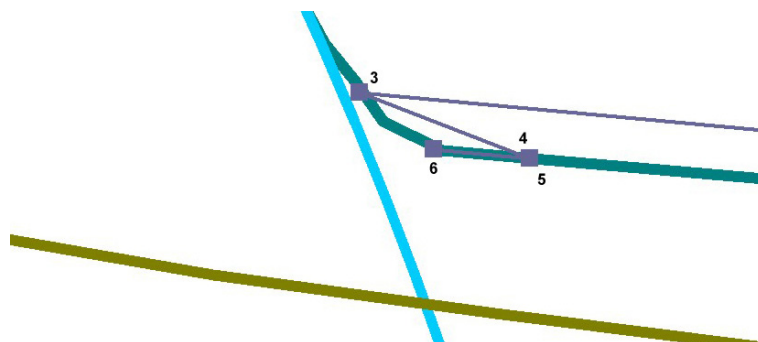


Figura 6.5.2.8. Aproximación al óptimo desde el diseño 3 con el método 1.

*Método 2. Secuencia de problemas lineales:* también se alcanza el diseño óptimo cuando se parte de cualquiera de los tres diseños iniciales propuestos (Figura 6.5.2.9).

En la Figura 6.5.2.10, Figura 6.5.2.11 y Figura 6.5.2.12 se puede observar con más detalle la evolución del diseño en el entorno del óptimo.

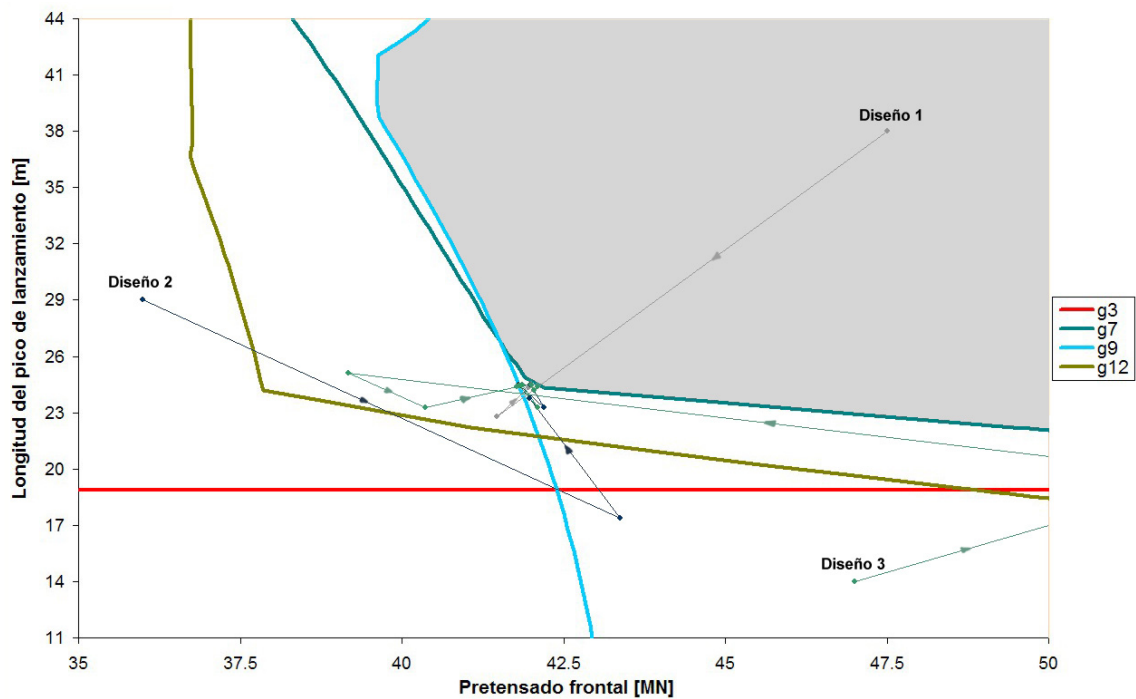


Figura 6.5.2.9. Variación del diseño durante el proceso de optimización con el método 2.

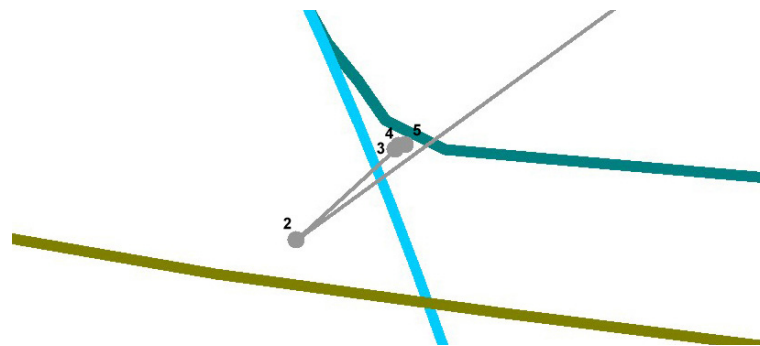


Figura 6.5.2.10. Aproximación al óptimo desde el diseño 1 con el método 2.

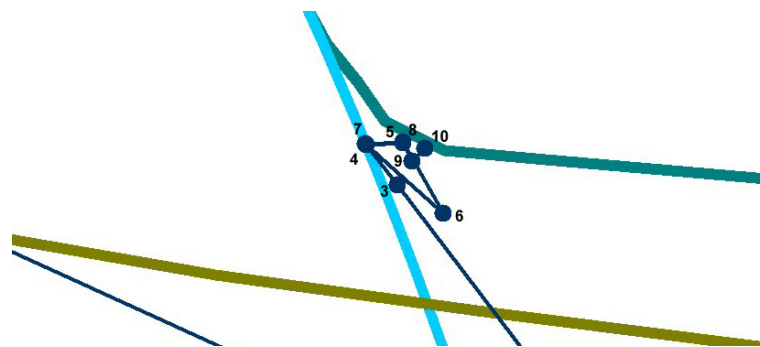


Figura 6.5.2.11. Aproximación al óptimo desde el diseño 2 con el método 2.



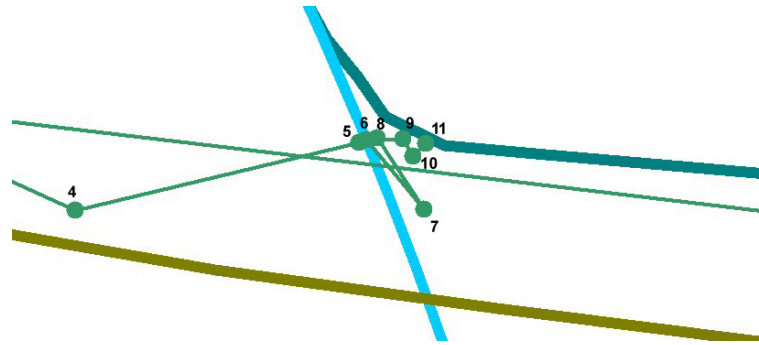


Figura 6.5.2.12. Aproximación al óptimo desde el diseño 3 con el método 2.

*Método 3. Secuencia de problemas cuadráticos:* también se obtiene el diseño óptimo comenzando el proceso desde cualquiera de los tres diseños iniciales propuestos (Figura 6.5.2.13). En la Figura 6.5.2.14, Figura 6.5.2.15 y Figura 6.5.2.16 se aprecia con detalle los últimos pasos en el proceso de optimización.

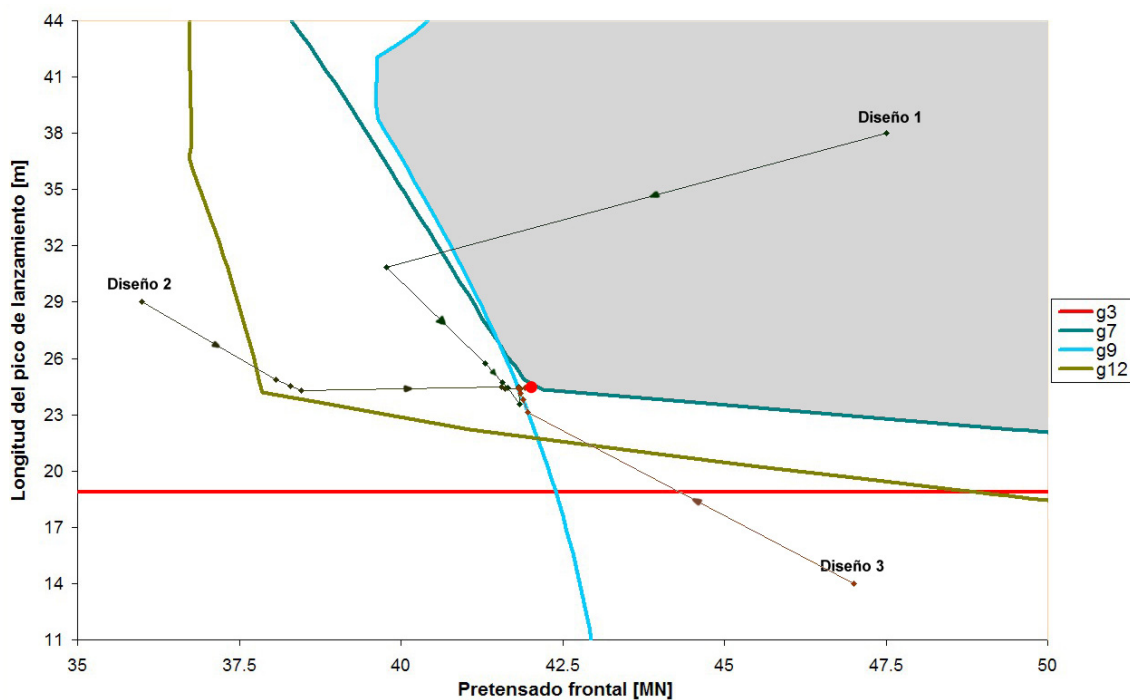


Figura 6.5.2.13. Variación del diseño durante el proceso de optimización con el método 3.

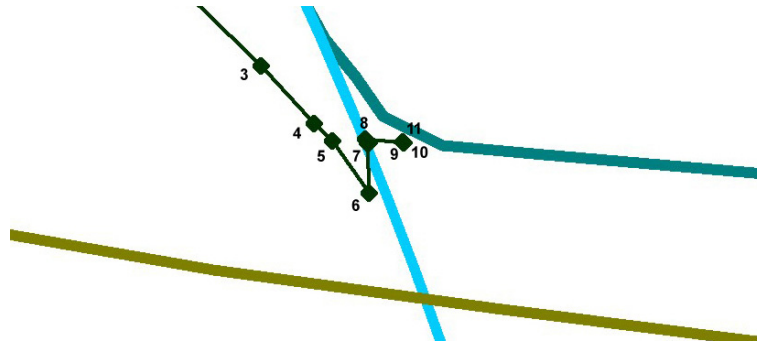


Figura 6.5.2.14. Aproximación al óptimo desde el diseño 1 con el método 3.

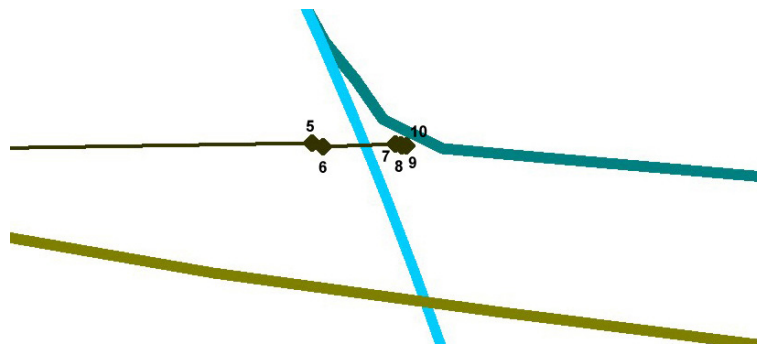


Figura 6.5.2.15. Aproximación al óptimo desde el diseño 2 con el método 3.

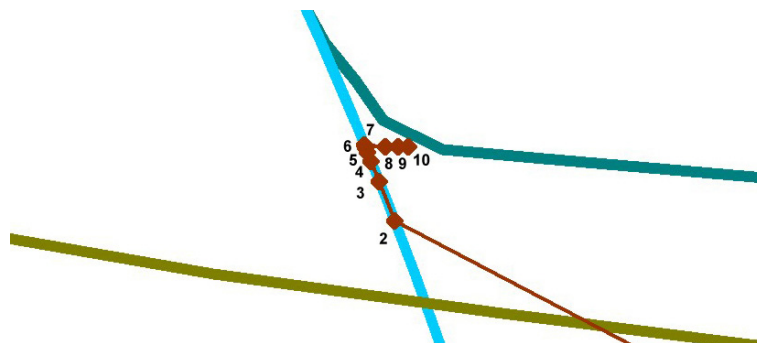


Figura 6.5.2.16. Aproximación al óptimo desde el diseño 3 con el método 3.

En la Tabla 6.5.2.3 se muestran los resultados obtenidos en el óptimo para cada uno de los tres métodos de optimización implementados en el programa PULO, partiendo del diseño 3 (6.9). Los resultados mostrados son los valores de la función objetivo, las variables de diseño y las condiciones de optimización para el óptimo.

En la Figura 6.5.2.17 se muestra la evolución de la función objetivo durante el proceso de optimización, usando el método modificado de las direcciones eficientes y partiendo del diseño 1, comprobándose que la función objetivo con este algoritmo mejora en cada iteración. Además, observando en la Figura 6.5.2.18 el cambio en los valores de las condiciones de diseño durante la optimización se confirma que cuando el

método 1 alcanza un diseño válido, todos los diseños posteriores hasta el óptimo, también serán diseños válidos. En las Figura 6.5.2.19 y Figura 6.5.2.20 se muestran la variación que sufre la longitud del pico de lanzamiento y la fuerza de pretensado frontal durante la optimización.

	Método 1	Método 2	Método 3
<b>Obj.</b>	695468.93	695439.15	695381.56
<b><math>P_F</math> [MN]</b>	42.157	42.107	42.031
<b><math>L_N</math> [m]</b>	24.369	24.387	24.408
<b><math>g_1</math></b>	-0.17512	-0.17523	-0.17536
<b><math>g_2</math></b>	-0.72571	-0.72574	-0.72577
<b><math>g_3</math></b>	-0.09145	-0.09171	-0.09201
<b><math>g_4</math></b>	-0.60781	-0.60783	-0.60787
<b><math>g_5</math></b>	-0.73828	-0.73831	-0.73835
<b><math>g_6</math></b>	-0.10705	-0.10716	-0.10728
<b><math>g_7</math></b>	0.00000	-0.00020	-0.00001
<b><math>g_8</math></b>	-0.66005	-0.66032	-0.66074
<b><math>g_9</math></b>	-0.00796	-0.00684	-0.00509
<b><math>g_{10}</math></b>	-0.47533	-0.47601	-0.47691
<b><math>g_{11}</math></b>	-0.69443	-0.69443	-0.69444
<b><math>g_{12}</math></b>	-0.05836	-0.05774	-0.05678
<b><math>g_{13}</math></b>	-0.45866	-0.45868	-0.45870
<b><math>g_{14}</math></b>	-0.57711	-0.57710	-0.57710
<b><math>g_{15}</math></b>	-0.68750	-0.68750	-0.68750

Tabla 6.5.2.3. Función objetivo y condiciones según el método de optimización.

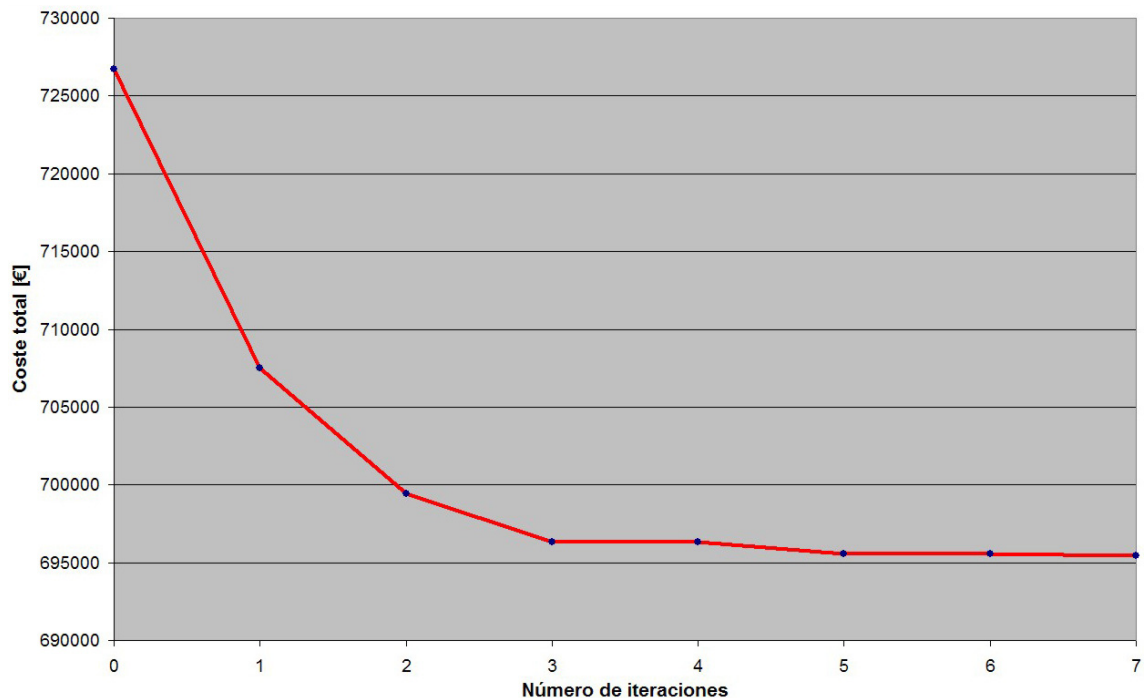


Figura 6.5.2.17. Evolución de la función objetivo durante el proceso de optimización.

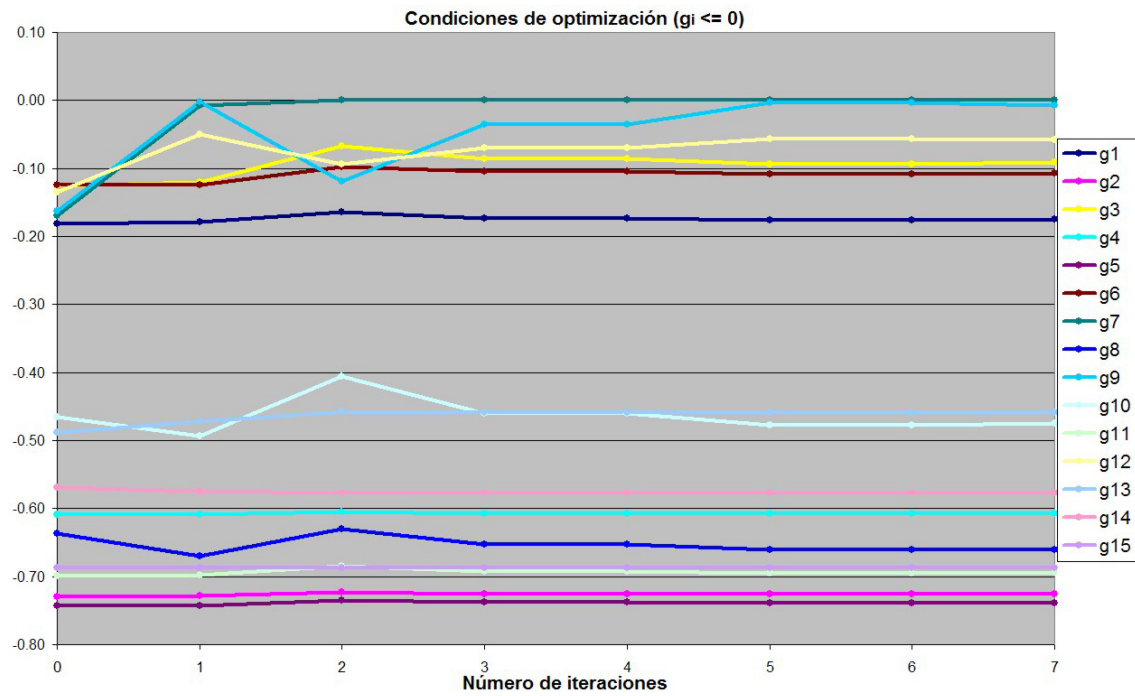


Figura 6.5.2.18. Evolución de las condiciones durante el proceso de optimización.

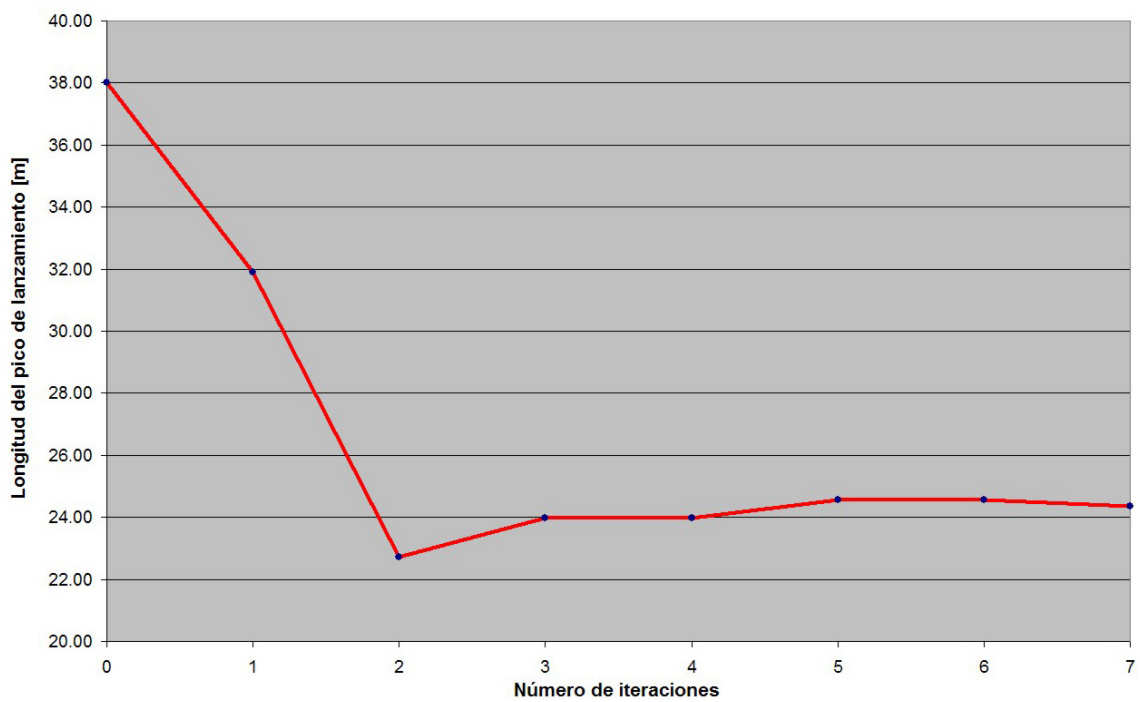


Figura 6.5.2.19. Evolución de la longitud del pico de lanzamiento durante el proceso de optimización.

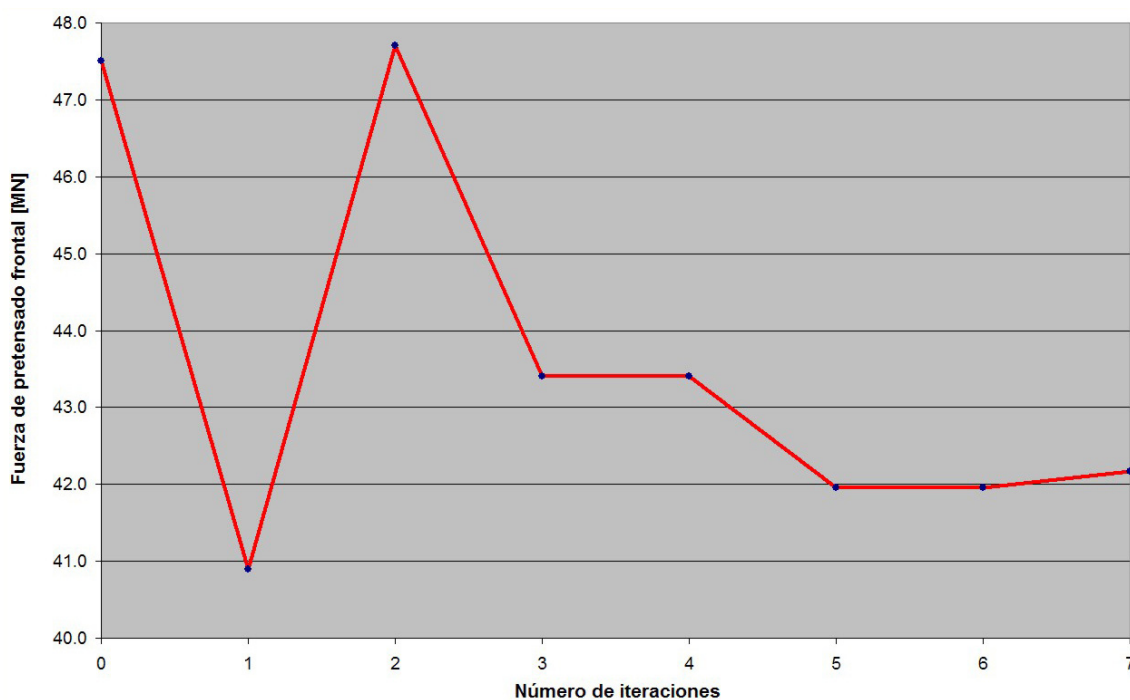


Figura 6.5.2.20. Evolución de la fuerza de pretensado frontal durante el proceso de optimización.

A la vista de los resultados, se puede concluir que se ha logrado con éxito optimizar un puente lanzado multivano de hormigón, considerando como variables de diseño la longitud del pico de lanzamiento y la fuerza de pretensado frontal.

### 6.5.3 Optimización conjunta del canto del pico de lanzamiento en el extremo y del pretensado frontal.

En el apartado anterior se ha visto que el control de las tensiones en la parte frontal del tablero de hormigón se realiza mediante la utilización conjunta de pretensado frontal y de un pico de lanzamiento, concluyéndose que las variables de diseño que definan sus características estarán muy interrelacionadas. Con este planteamiento se optimizó un puente lanzado en función de la fuerza de pretensado frontal y la longitud del pico.

Sin embargo, el canto en el extremo frontal es otra característica determinante en el comportamiento del pico de lanzamiento, pues influye sustancialmente en su rigidez a flexión. A continuación se repetirá la optimización realizada en el apartado anterior, sustituyendo como variable de diseño la longitud del pico por el canto en su extremo

delantero, así se optimizará un puente lanzado respecto a dos únicas variables de diseño que serán la fuerza de pretensado frontal y el canto del pescante en su extremo.

En el modelo general se convierten en constantes las demás variables de diseño, tomando los valores indicados en la Tabla 6.5.3.1 y que más tarde se comprobará que producen diseños válidos.

Canto del tablero	$H = 3.2 \text{ m}$
Espesor de las losas superior e inferior	$e_s = e_i = 25 \text{ cm}$
Espesor de las losas del alma	$e_a = 47 \text{ cm}$
Longitud del pico de lanzamiento	$L_N = 26.4 \text{ m}$
Espesor de las alas del pico de lanzamiento	$t_f = 2 \text{ cm}$
Espesor de las almas del pico de lanzamiento	$t_w = 1.5 \text{ cm}$
Pretensado dorsal	$P_D = 35 \text{ MN}$

Tabla 6.5.3.1. Valores de las variables de diseño transformadas en constantes.

La región de diseño representada en la Figura 6.5.3.1 muestra que los diseños válidos (zona sombreada) están contenidos entre las condiciones  $g_7$ ,  $g_9$ ,  $g_{15}$  y la recta vertical correspondiente al límite inferior del canto del pico en el extremo frontal que se estableció en (5.38) igual a:

$$h_N \geq 2 \cdot (\Phi_v + 2 \cdot r') = 2 \cdot (15 + 2 \cdot 5) = 50 \text{ cm} \quad (6.10)$$

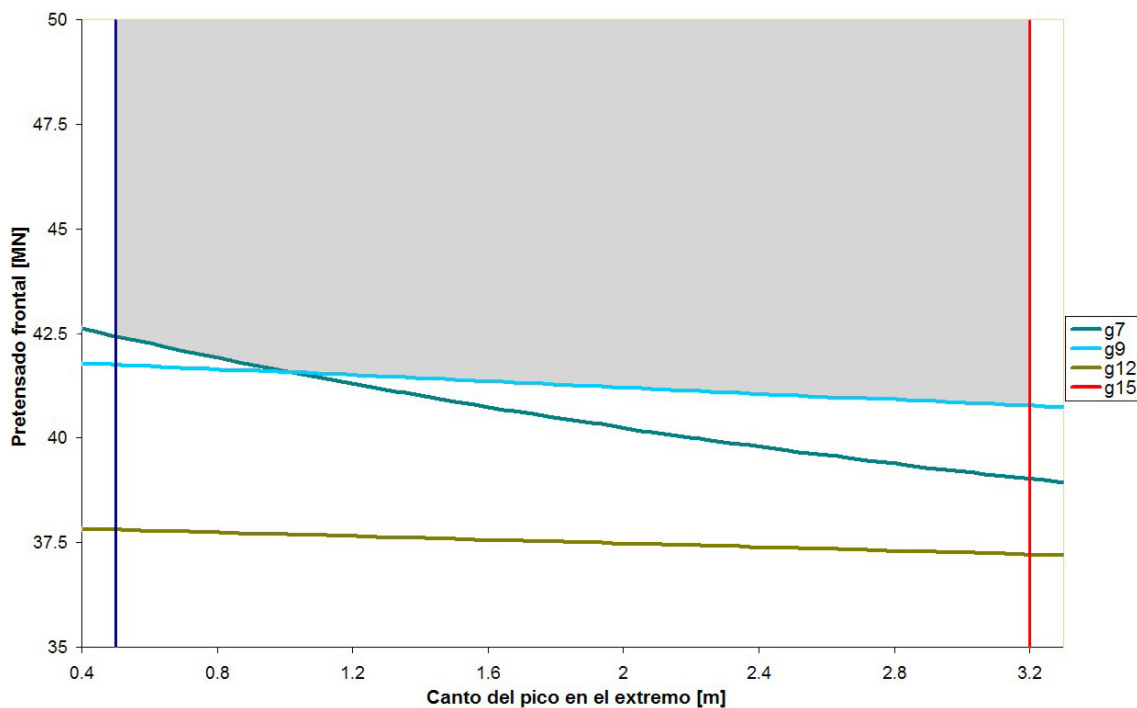


Figura 6.5.3.1. Región de diseño.

Las condiciones  $g_7$  (5.68) y  $g_9$  (5.70) impiden que se produzcan tracciones en las fibras superior e inferior del tablero en su zona frontal, respectivamente. A su vez,  $g_{15}$  (6.1) impone que el canto del pico en el extremo no sea mayor que la altura de la sección de hormigón. Por otra parte  $g_{12}$  (5.73), que también aparece en la Figura 6.5.3.1 y que limita las tracciones en las almas del tablero en la zona frontal, queda totalmente fuera de zona válida de la región de diseño, por lo que es inactiva. Las restantes condiciones también se cumplen y no se dibujan porque son inactivas en los intervalos representados de las variables de diseño. A modo de comprobación, en la Figura 6.5.3.2 se muestra la gráfica de las condiciones de optimización para el caso  $h_N = 1.5$  m.

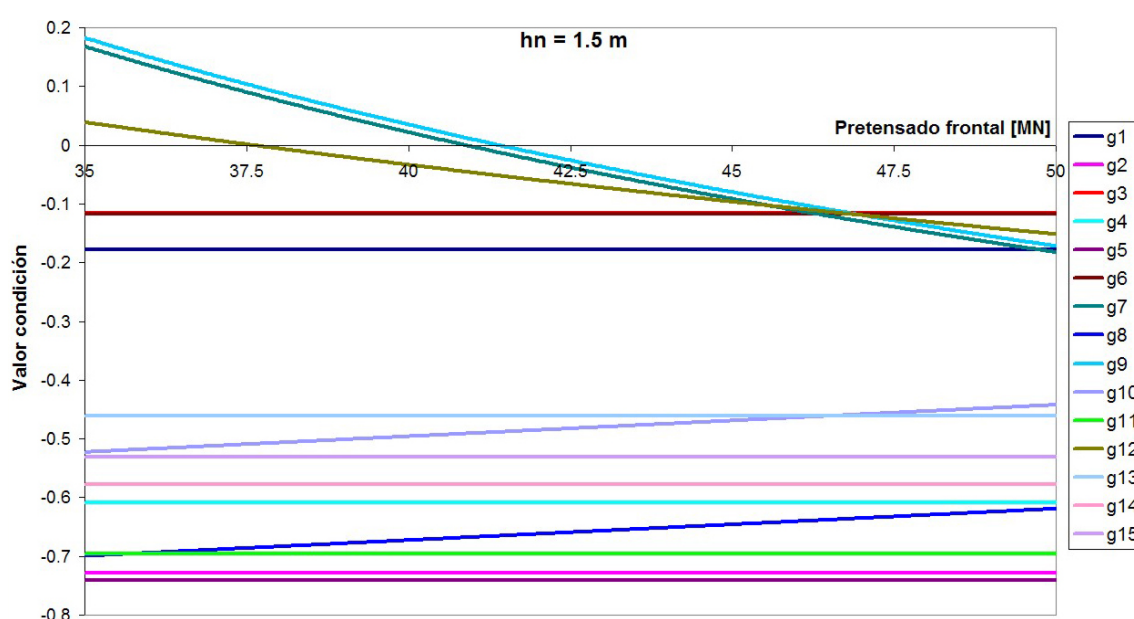


Figura 6.5.3.2. Condiciones de optimización cuando  $h_N = 1.5$  m.

Gráficamente se puede determinar la configuración de mínimo coste del puente lanzado, analizando la región de diseño y observando el sentido de disminución de la función objetivo. En la Figura 6.5.3.3 se representan la posición del óptimo y las rectas que corresponden a iguales valores de la función objetivo para las cantidades de 720.000 €, 710.000 € y 700.000 €. Se comprueba que el límite inferior del canto del pico en el extremo será activo en el óptimo.

El diseño óptimo calculado con el programa PULO, adaptado para considerar sólo dos variables de diseño, coincide con el obtenido gráficamente:

$$h_N = 0.5 \text{ m} \quad P_F = 42.44 \text{ MN} \quad \text{Coste Total} = 695910.00 \text{ €} \quad (6.11)$$

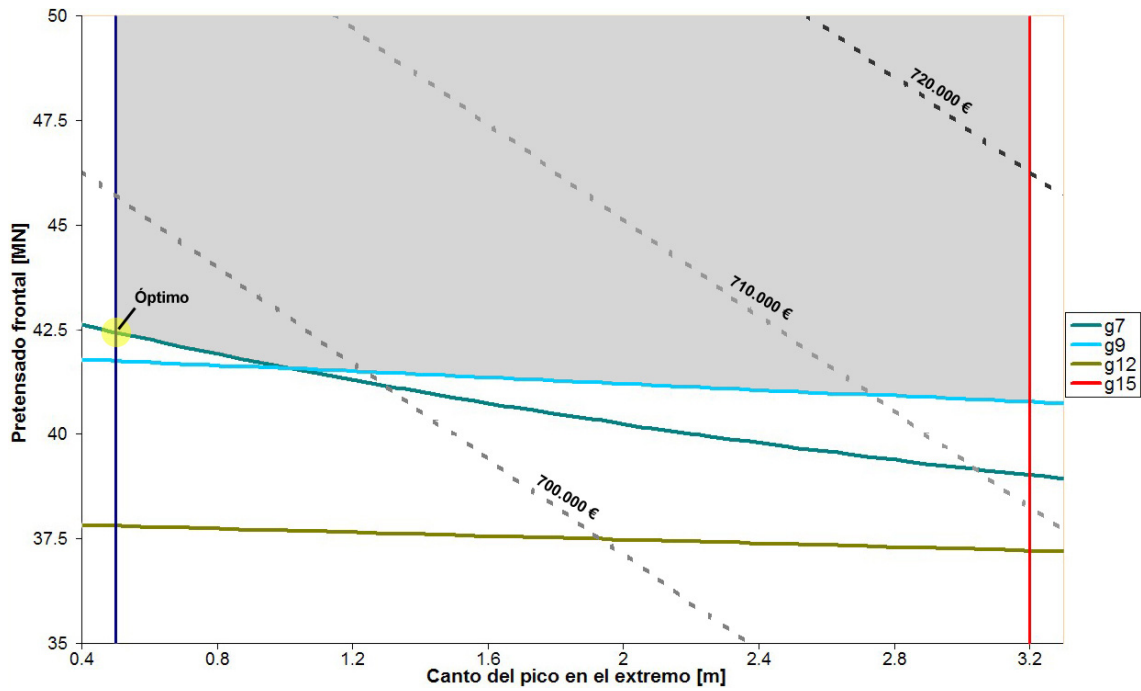


Figura 6.5.3.3. Variación de la función objetivo y mínimo global.

Según el diseño inicial considerado y el método de optimización empleado, el tiempo de cálculo consumido por el programa PULO varía de forma considerable, sin embargo, en todos los casos se alcanza el óptimo. En la Tabla 6.5.3.2 se indican el número de iteraciones y de llamadas a la subrutina PULMOD necesarias para alcanzar el óptimo, partiendo desde tres diseños iniciales diferentes:

$$\text{Diseño 1: } h_N = 1.0 \text{ m, } P_F = 47 \text{ MN} \quad (6.12)$$

$$\text{Diseño 2: } h_N = 1.5 \text{ m, } P_F = 38 \text{ MN} \quad (6.13)$$

$$\text{Diseño 3: } h_N = 3.0 \text{ m, } P_F = 45 \text{ MN} \quad (6.14)$$

Diseño Inicial	Método de optimización	Iteraciones	Llamadas a PULMOD
$h_N = 1 \text{ m}$ $P_F = 47 \text{ MN}$	1	4	20
	2	3	10
	3	3	11
$h_N = 1.5 \text{ m}$ $P_F = 38 \text{ MN}$	1	4	29
	2	4	13
	3	3	11
$h_N = 3 \text{ m}$ $P_F = 45 \text{ MN}$	1	5	46
	2	4	13
	3	3	11

Tabla 6.5.3.2. N° de iteraciones y llamadas a PULMOD según método de optimización y diseño inicial.



En la Figura 6.5.3.4, Figura 6.5.3.5 y Figura 6.5.3.6 se representa la variación del diseño cuando se emplea respectivamente el método 1, el método 2 y el método 3 de optimización, comenzando desde los tres diseños iniciales propuestos anteriormente.

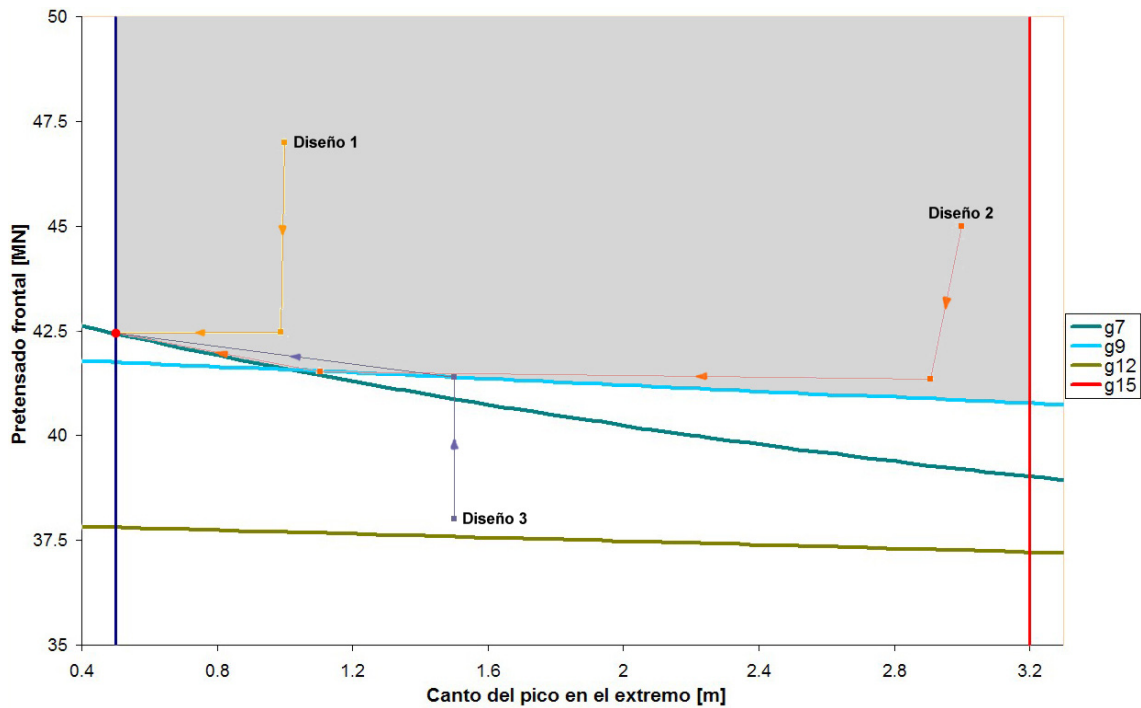


Figura 6.5.3.4. Variación del diseño durante el proceso de optimización con el método 1.

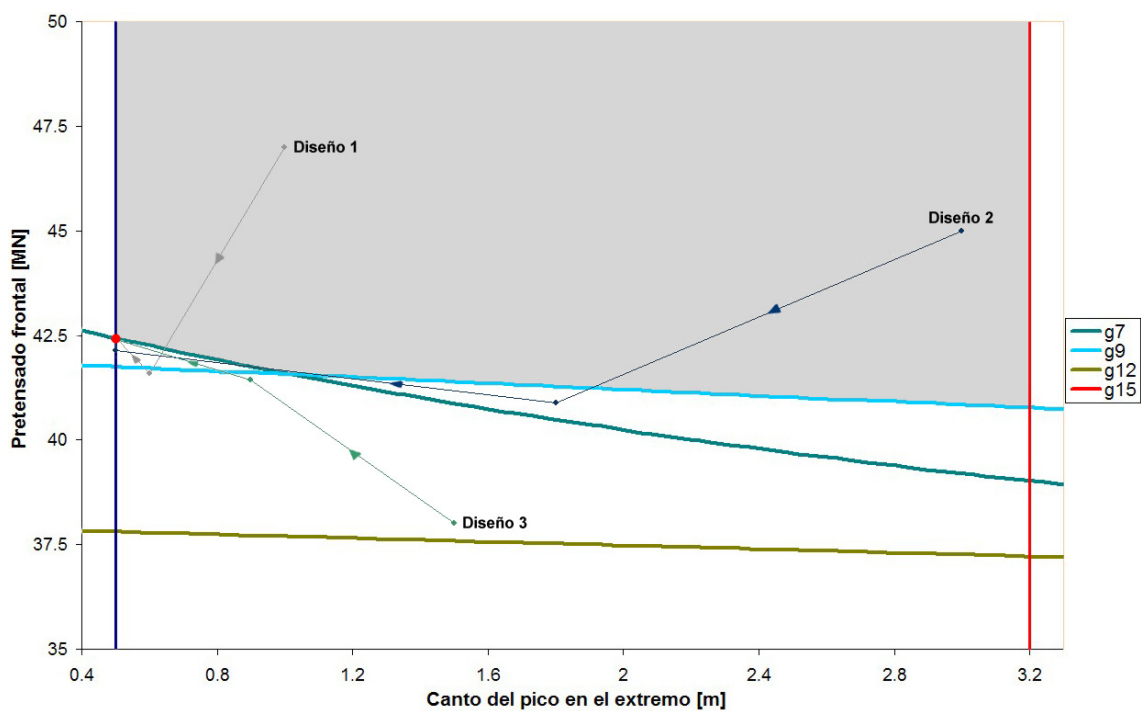


Figura 6.5.3.5. Variación del diseño durante el proceso de optimización con el método 2.

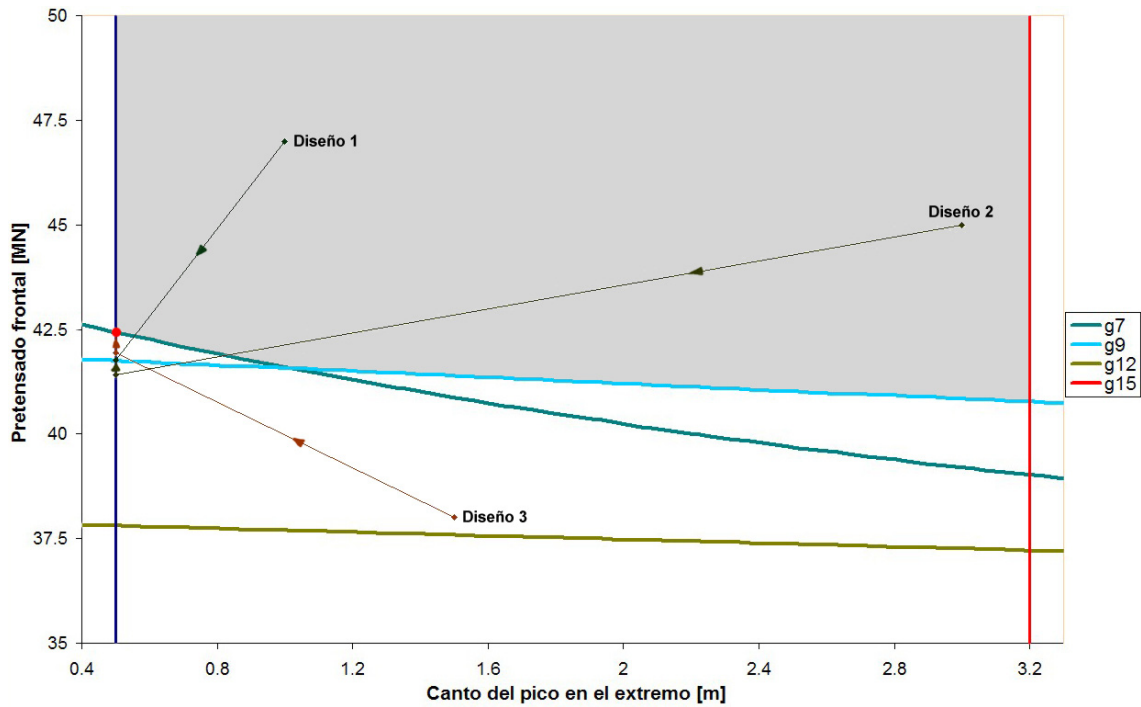


Figura 6.5.3.6. Variación del diseño durante el proceso de optimización con el método 3.

En la Tabla 6.5.3.3 se muestran los valores de la función objetivo, las variables de diseño y las condiciones de optimización en el óptimo, obtenidos con el programa PULO con cada uno de los tres métodos de optimización disponibles y partiendo desde el diseño inicial 1 (6.12).

	Método 1	Método 2	Método 3
<b>Obj.</b>	695909.68	695907.66	695911.92
$h_N$ [m]	0.500	0.500	0.500
$P_F$ [MN]	42.438	42.436	42.440
$g_1$	-0.17559	-0.17559	-0.17559
$g_2$	-0.72757	-0.72757	-0.72757
$g_3$	-0.11095	-0.11095	-0.11095
$g_4$	-0.60792	-0.60792	-0.60792
$g_5$	-0.74184	-0.74184	-0.74184
$g_6$	-0.11919	-0.11919	-0.11919
$g_7$	0.00004	0.00008	0.00000
$g_8$	-0.65872	-0.65873	-0.65871
$g_9$	-0.01609	-0.01605	-0.01613
$g_{10}$	-0.47183	-0.47184	-0.47182
$g_{11}$	-0.69459	-0.69459	-0.69459
$g_{12}$	-0.06241	-0.06239	-0.06243
$g_{13}$	-0.46238	-0.46238	-0.46238
$g_{14}$	-0.57511	-0.57511	-0.57511
$g_{15}$	-0.84375	-0.84375	-0.84375

Tabla 6.5.3.3. Función objetivo y condiciones según el método de optimización.

En la Figura 6.5.3.7, Figura 6.5.3.8, Figura 6.5.3.9 y Figura 6.5.3.10 se muestra, respectivamente, la evolución de la función objetivo, las condiciones de optimización, el canto del pico en el extremo frontal y la fuerza de pretensado frontal cuando se optimiza con el método modificado de las direcciones eficientes y se parte del diseño 1.

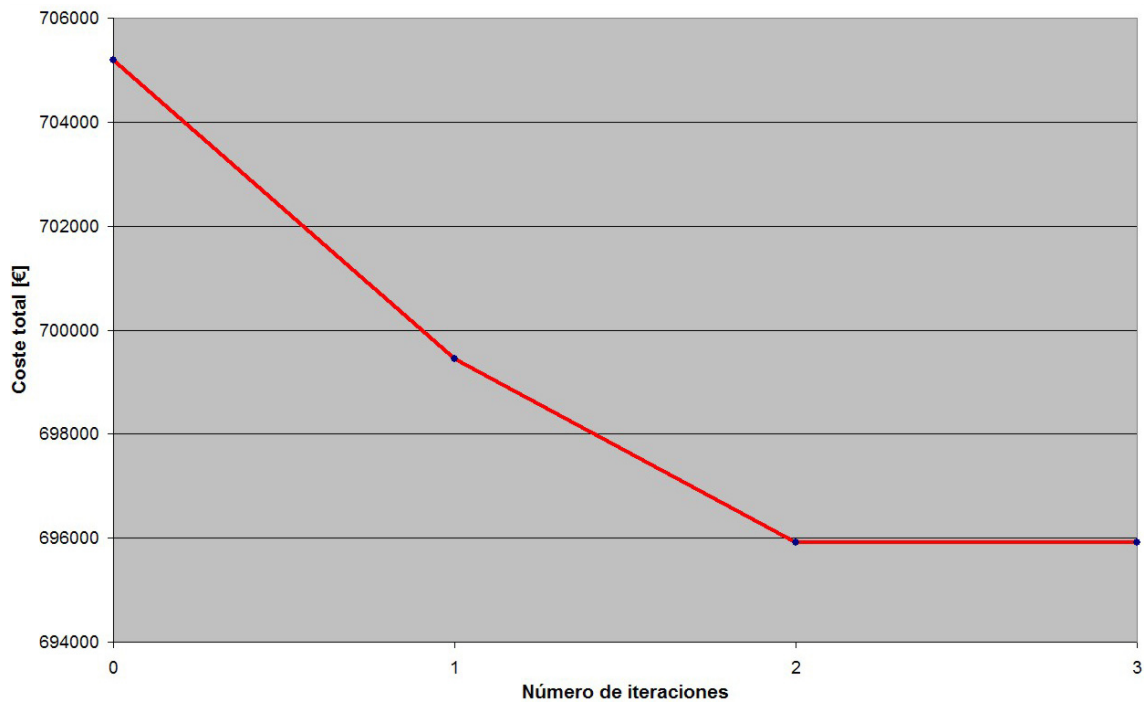


Figura 6.5.3.7. Evolución de la función objetivo durante el proceso de optimización.

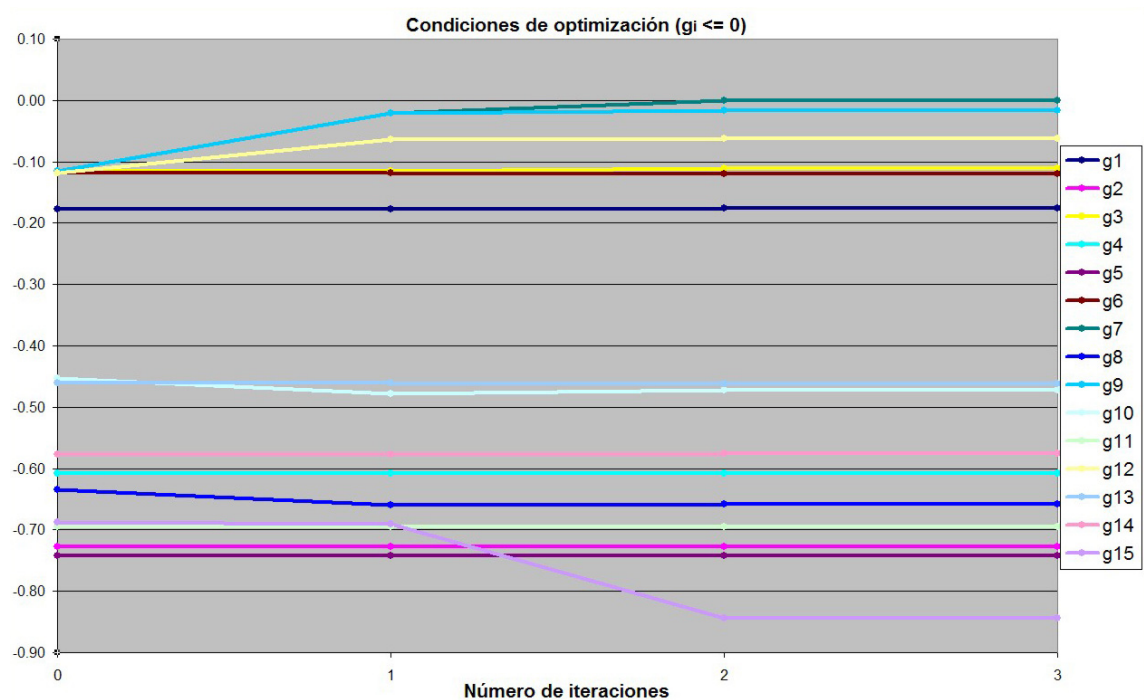


Figura 6.5.3.8. Evolución de las condiciones durante el proceso de optimización.

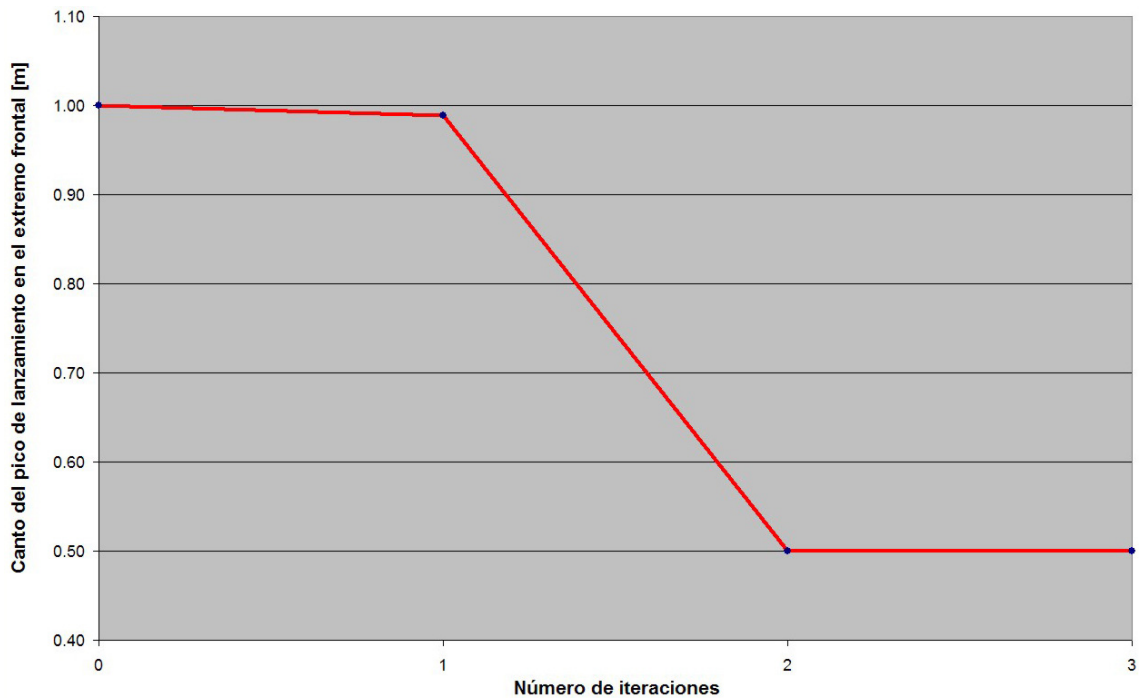


Figura 6.5.3.9. Evolución del canto del pico en el extremo frontal durante el proceso de optimización.

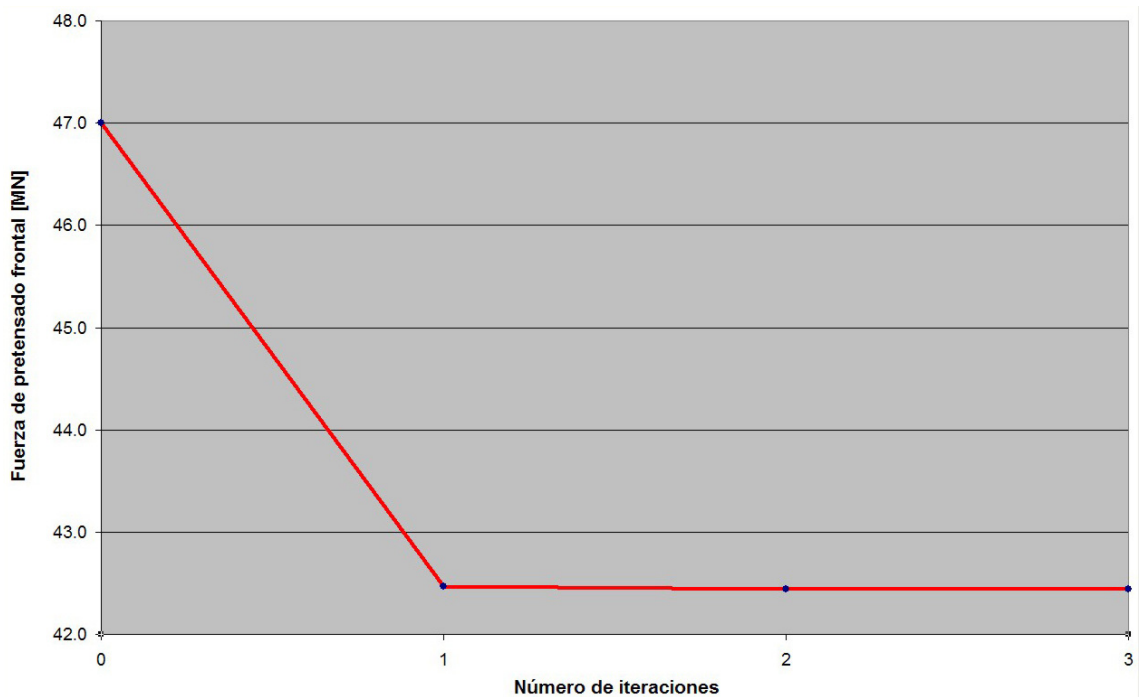


Figura 6.5.3.10. Evolución de la fuerza de pretensado frontal durante el proceso de optimización.

Se comprueba que se logra optimizar un puente lanzado considerando como variables de diseño el canto del pico de lanzamiento en el extremo frontal y la fuerza de pretensado frontal.

#### 6.5.4 Optimización conjunta de la longitud y el canto en el extremo frontal del pico de lanzamiento.

Si se conociese la sección transversal del tablero de hormigón, optimizar el coste económico del proceso constructivo de un puente lanzado consistiría básicamente en definir el pico de lanzamiento más económico posible. Puesto que las principales características de un pico de lanzamiento son su longitud y el canto en el extremo frontal, resultará útil realizar la optimización respecto a estas dos únicas variables de diseño.

Las variables de diseño del modelo general que ahora se convierten en constantes toman los valores indicados en la Tabla 6.5.4.1, los cuales permiten alcanzar diseños válidos.

Canto del tablero	$H = 3.2 \text{ m}$
Espesor de la losa superior	$e_s = 25 \text{ cm}$
Espesor de la losa inferior	$e_i = 25 \text{ cm}$
Espesor de las losas del alma	$e_a = 47 \text{ cm}$
Espesor de las alas del pico de lanzamiento	$t_f = 2 \text{ cm}$
Espesor de las almas del pico de lanzamiento	$t_w = 1.5 \text{ cm}$
Pretensado frontal	$P_F = 45 \text{ MN}$
Pretensado dorsal	$P_D = 35 \text{ MN}$

Tabla 6.5.4.1. Valores de las variables de diseño transformadas en constantes.

La región de diseño está representada en la Figura 6.5.4.1. La zona sombreada corresponde con los diseños válidos y está limitada por las condiciones  $g_7$  y  $g_{15}$ , además del límite superior de la longitud del pico (5.37) y el límite inferior del canto del pico en el extremo frontal (5.38):

$$L_N \leq L = 44 \text{ m} \quad (6.15)$$

$$h_N \geq 2 \cdot (\Phi_v + 2 \cdot r') = 2 \cdot (15 + 2 \cdot 5) = 50 \text{ cm} \quad (6.16)$$

La condición  $g_7$  (5.68) limita las tracciones en la fibra superior de la sección transversal del tablero en su zona frontal. La condición  $g_{15}$  (6.1) impide que el canto del pico en el extremo sea mayor que el del tablero.

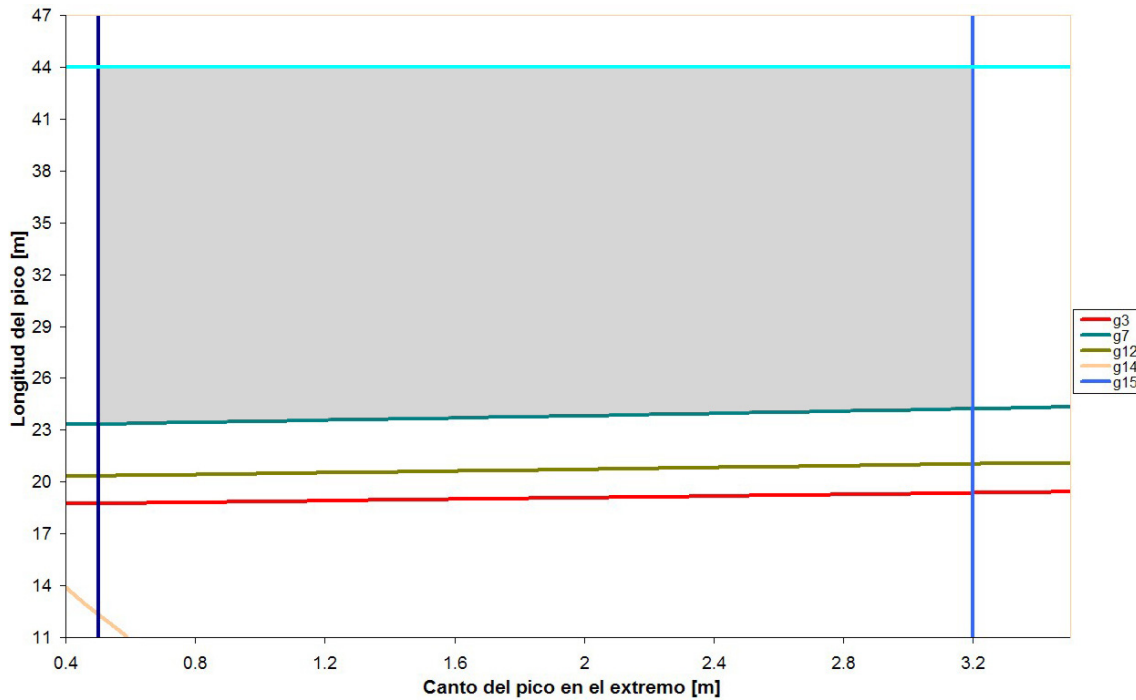


Figura 6.5.4.1. Región de diseño.

Las condiciones  $g_3$  (5.64) y  $g_{12}$  (5.73) limitan las tracciones en la fibra inferior del tablero en la zona de pretensado dorsal y en las almas del tablero en la zona frontal, mientras que  $g_{14}$  (5.75) controla las tensiones normales por flexión en el pico de lanzamiento. Las demás condiciones se cumplen y no se dibujan porque son inactivas en los intervalos representados de las variables de diseño. La Figura 6.5.4.2 muestra las gráficas de las condiciones de optimización para el ejemplo  $h_N = 1 \text{ m}$ .

El cálculo gráfico del diseño óptimo se puede realizar analizando la región de diseño y observando el sentido de disminución de la función objetivo. En la Figura 6.5.4.3 se representan la posición del óptimo y las curvas hiperbólicas que corresponden a iguales valores de la función objetivo para las cantidades de 720.000 €, 700.000 € y 680.000 €. Se observa que el límite inferior del canto del pico en el extremo será activo en el óptimo.

El diseño óptimo calculado con el programa PULO, adaptado para considerar sólo dos variables de diseño, coincide con el obtenido gráficamente:

$$L_N = 23.35 \text{ MN} \quad h_N = 0.5 \text{ m} \quad \text{Coste Total} = 694025.00 \text{ €} \quad (6.17)$$

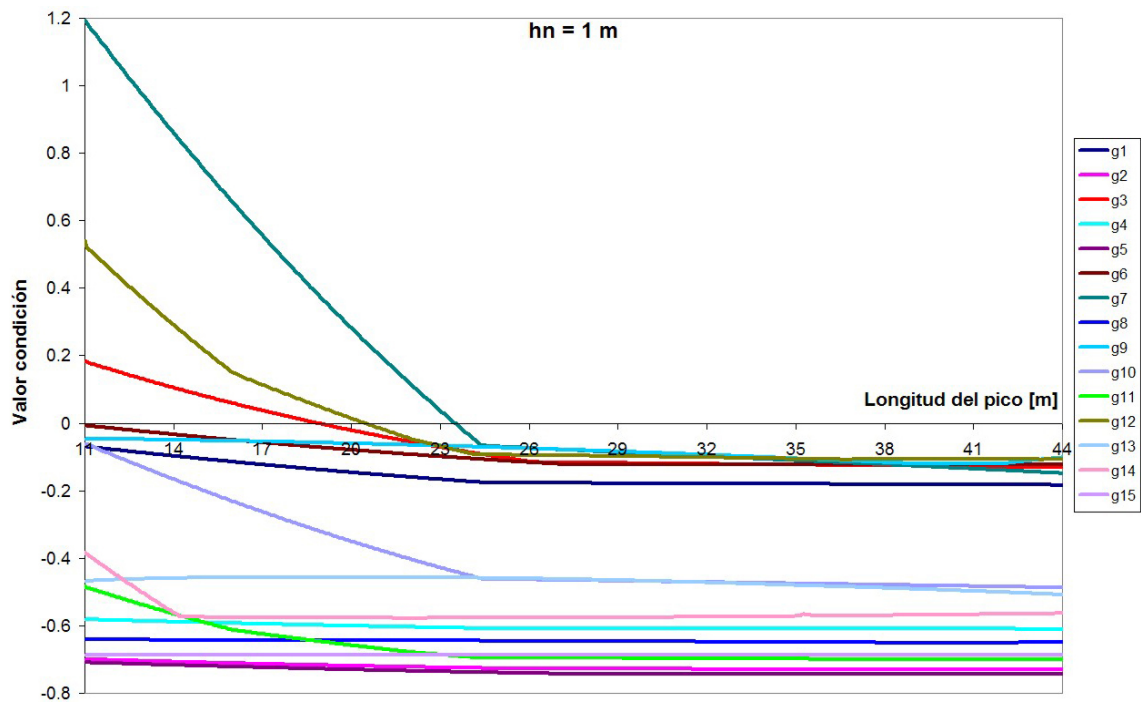


Figura 6.5.4.2. Condiciones de optimización cuando  $h_N = 1.5$  m.

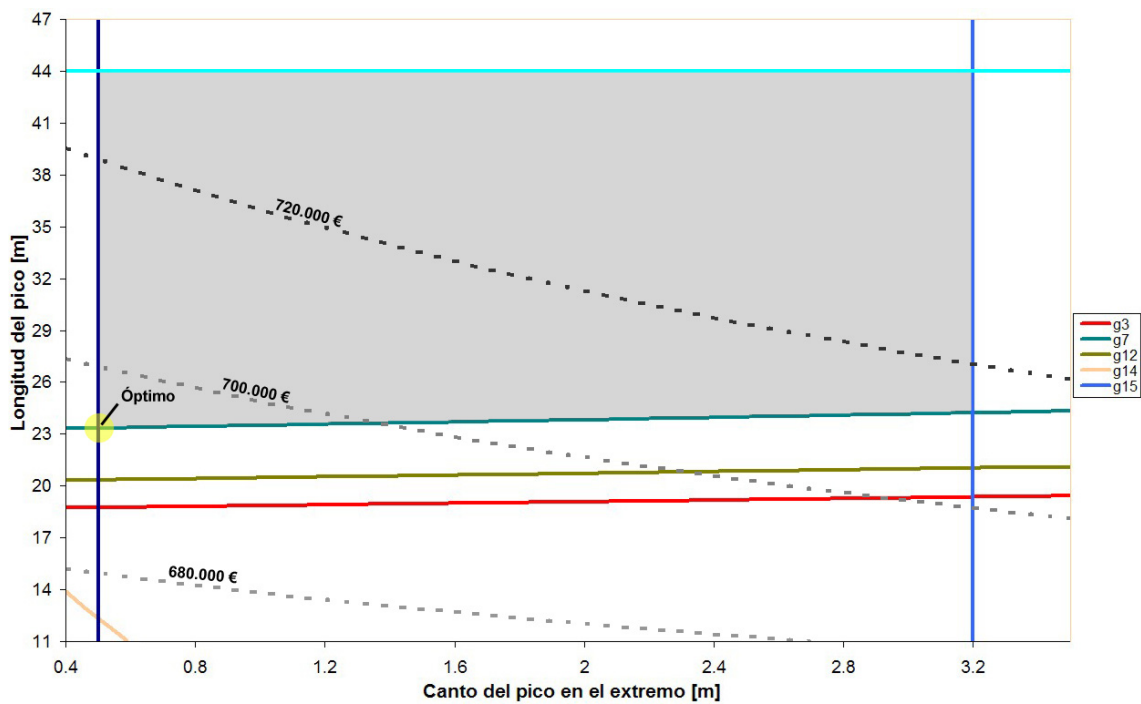


Figura 6.5.4.3. Variación de la función objetivo y mínimo global.

El tiempo de cálculo consumido por el programa PULO varía de forma considerable dependiendo del diseño inicial considerado y del método de optimización empleado, sin embargo, en todos los casos se alcanza el óptimo. En la Tabla 6.5.4.2 se

indican el número de iteraciones y de llamadas a la subrutina PULMOD necesarias para alcanzar el óptimo, partiendo desde tres diseños iniciales diferentes:

$$\text{Diseño 1: } L_N = 41 \text{ m, } h_N = 2.8 \text{ m} \quad (6.18)$$

$$\text{Diseño 2: } L_N = 14 \text{ m, } h_N = 3.4 \text{ m} \quad (6.19)$$

$$\text{Diseño 3: } L_N = 45 \text{ m, } h_N = 1.0 \text{ m} \quad (6.20)$$

Diseño Inicial	Método de optimización	Iteraciones	Llamadas a PULMOD
$L_N = 41 \text{ m}$ $h_N = 2.8 \text{ m}$	1	3	24
	2	6	21
	3	4	17
$L_N = 14 \text{ m}$ $h_N = 3.4 \text{ m}$	1	5	23
	2	4	13
	3	4	16
$L_N = 45 \text{ m}$ $h_N = 1 \text{ m}$	1	6	46
	2	5	18
	3	5	21

Tabla 6.5.4.2. N° de iteraciones y llamadas a PULMOD según método de optimización y diseño inicial.

En la Figura 6.5.4.4, Figura 6.5.3.5 y Figura 6.5.4.6 se representa la variación del diseño cuando se emplea respectivamente el método 1, el método 2 y el método 3 de optimización, comenzando desde los tres diseños iniciales propuestos anteriormente.

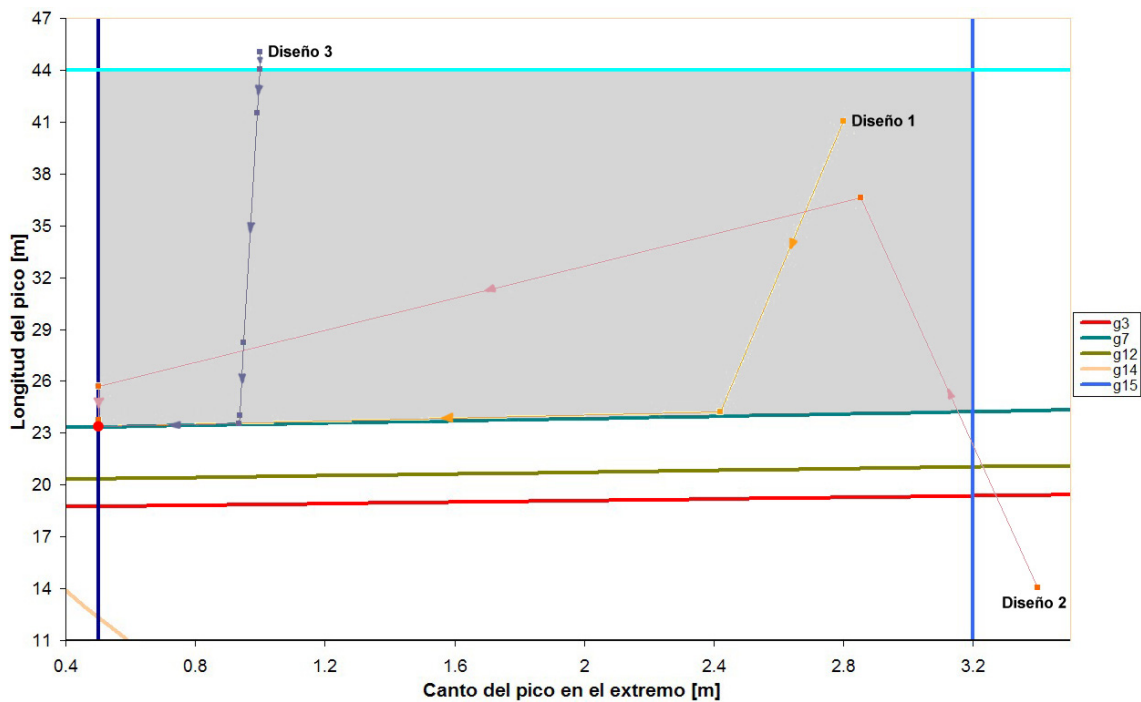


Figura 6.5.4.4. Variación del diseño durante el proceso de optimización con el método 1.



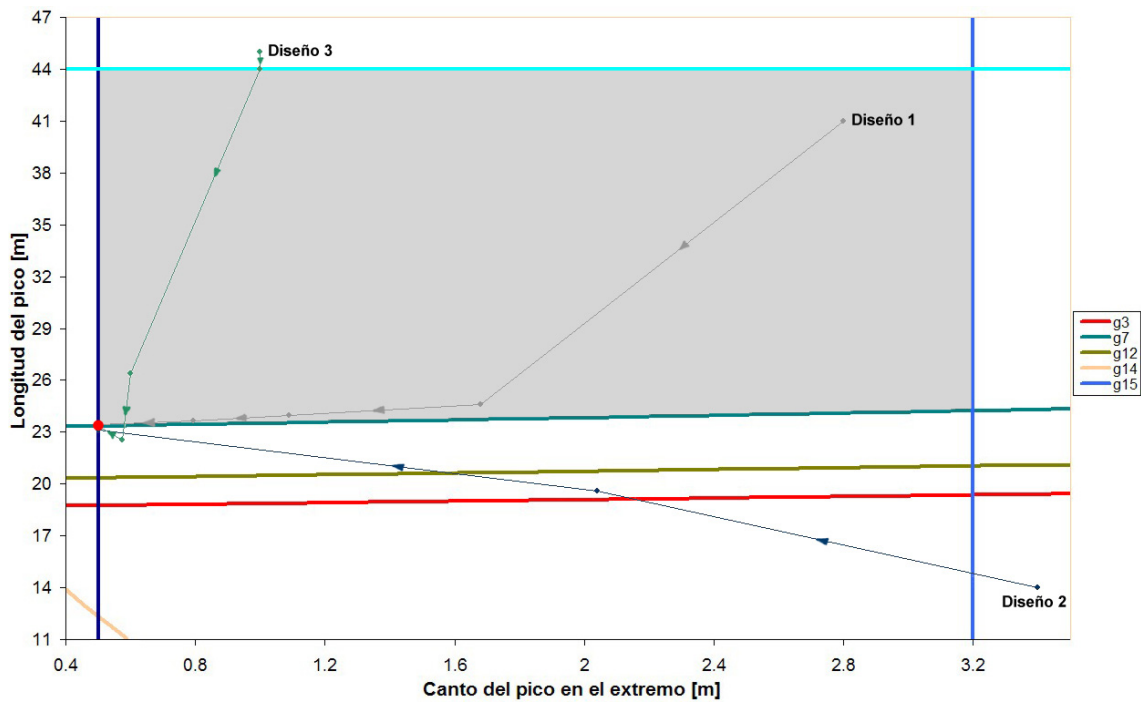


Figura 6.5.4.5. Variación del diseño durante el proceso de optimización con el método 2.

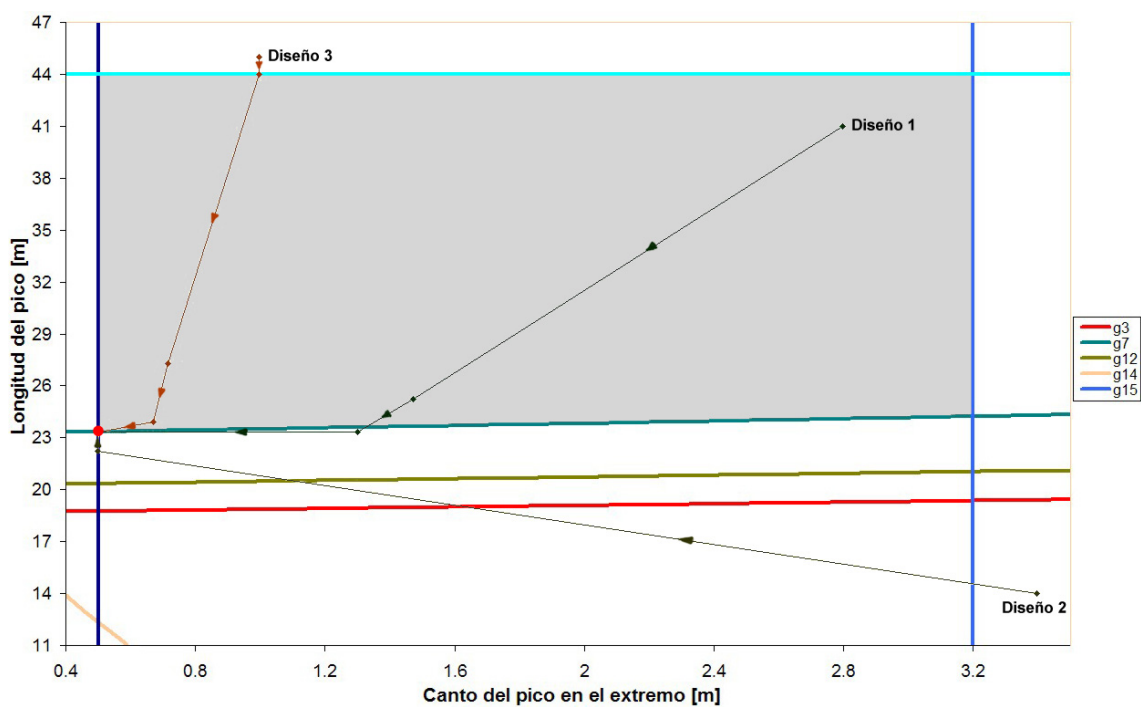


Figura 6.5.4.6. Variación del diseño durante el proceso de optimización con el método 3.

En la Tabla 6.5.4.3 se muestran los valores de la función objetivo, las variables de diseño y las condiciones de optimización en el óptimo, obtenidos con el programa PULO con cada uno de los tres métodos de optimización disponibles y partiendo desde el diseño inicial 3 (6.20).

	Método 1	Método 2	Método 3
<b>Obj.</b>	694024.38	694032.23	694020.78
$L_N$ [m]	23.35	23.36	23.35
$h_N$ [m]	0.50	0.50	0.50
$g_1$	-0.16979	-0.16982	-0.16978
$g_2$	-0.72452	-0.72452	-0.72452
$g_3$	-0.07890	-0.07898	-0.07887
$g_4$	-0.60649	-0.60649	-0.60648
$g_5$	-0.73681	-0.73681	-0.73680
$g_6$	-0.10201	-0.10204	-0.10200
$g_7$	0.00008	-0.00030	0.00022
$g_8$	-0.64409	-0.64409	-0.64409
$g_9$	-0.06486	-0.06487	-0.06486
$g_{10}$	-0.43993	-0.44005	-0.43988
$g_{11}$	-0.68956	-0.68960	-0.68955
$g_{12}$	-0.07878	-0.07889	-0.07874
$g_{13}$	-0.46055	-0.46055	-0.46055
$g_{14}$	-0.57519	-0.57519	-0.57519
$g_{15}$	-0.84373	-0.84375	-0.84375

Tabla 6.5.4.3. Función objetivo y condiciones según el método de optimización.

En la Figura 6.5.4.7, Figura 6.5.4.8, Figura 6.5.4.9 y Figura 6.5.4.10 se muestra, respectivamente, la evolución de la función objetivo, las condiciones de optimización, la longitud del pico y el canto del pico en el extremo frontal cuando se optimiza con el método de secuencia de problemas lineales (método 2) y se parte del diseño 3.

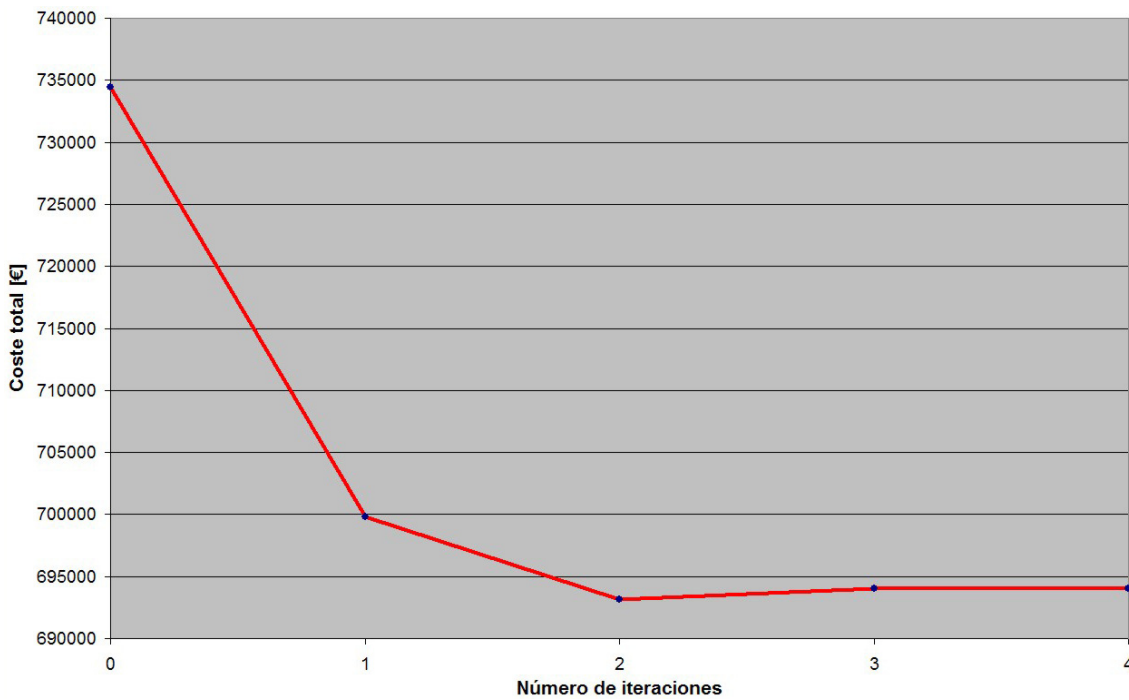


Figura 6.5.4.7. Evolución de la función objetivo durante el proceso de optimización.

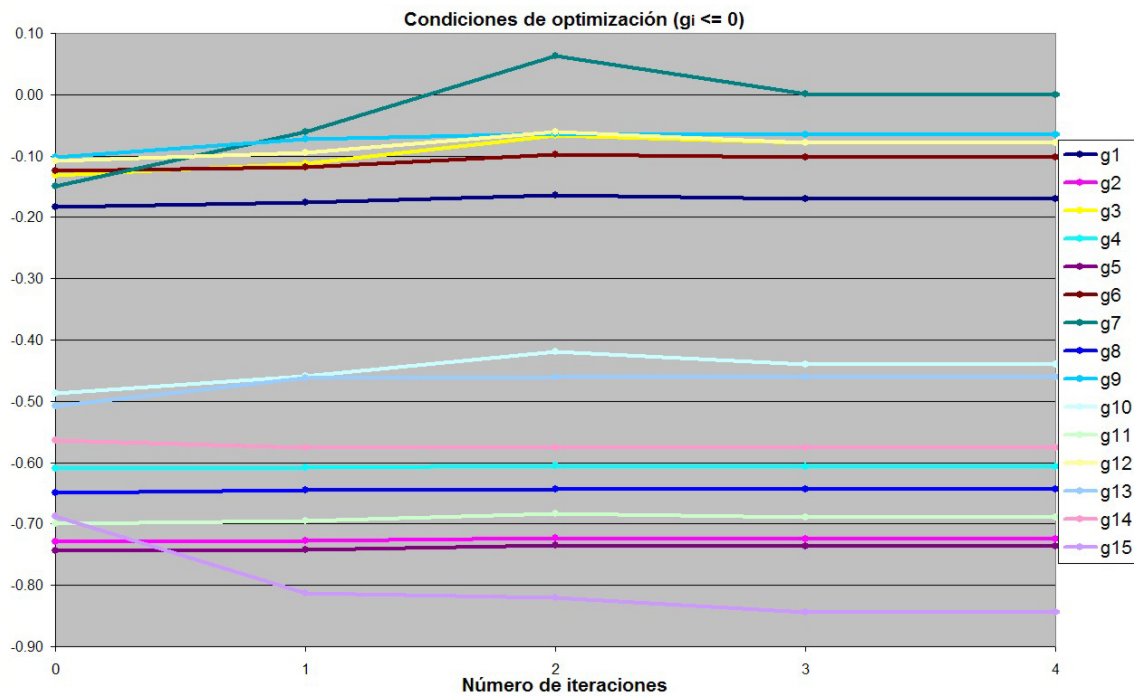


Figura 6.5.4.8. Evolución de las condiciones durante el proceso de optimización.

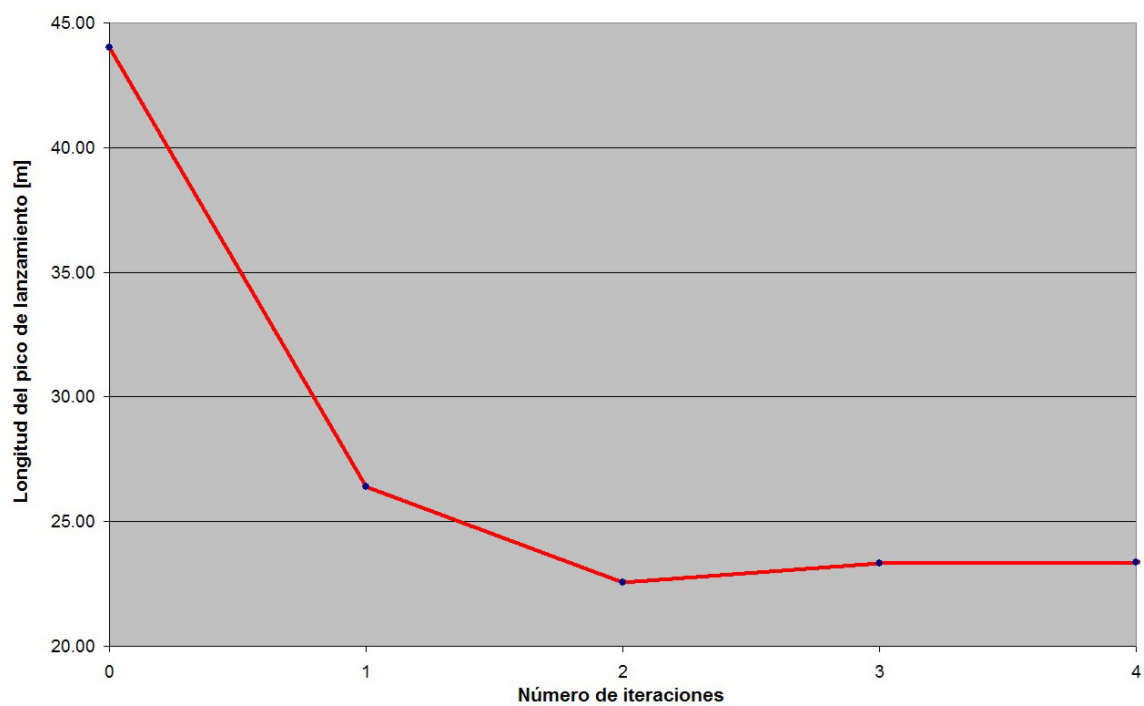


Figura 6.5.4.9. Evolución de la longitud del pico durante el proceso de optimización.

Una vez más, se logra optimizar un puente lanzado considerando sólo dos variables de diseño, que en este caso han sido la longitud y el canto en el extremo frontal del pico de lanzamiento.

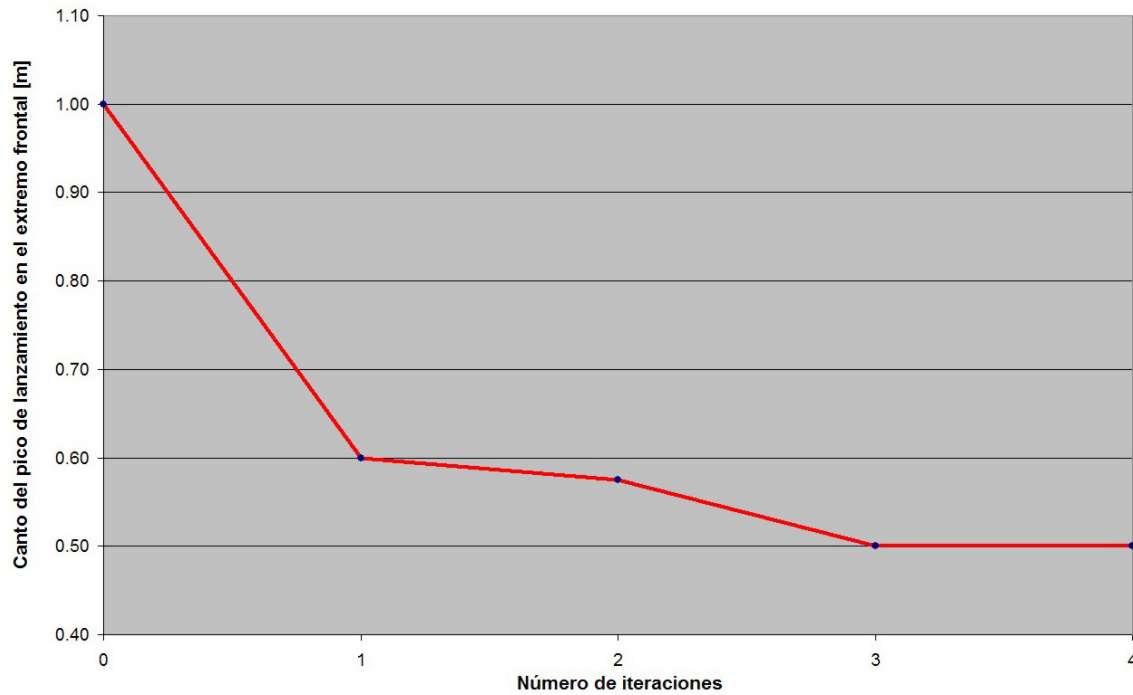


Figura 6.5.4.10. Evolución del canto del pico en el extremo frontal durante el proceso de optimización.

### 6.5.5 Optimización conjunta del canto del tablero y del canto del pico de lanzamiento en el extremo frontal.

Finalmente, se optimizará un puente lanzado considerando como variables de diseño tan sólo el canto del tablero y el canto del pico en el extremo frontal. Para ello, se convierten en constantes las restantes variables de diseño del modelo general, tomando los valores indicados en la Tabla 6.5.5.1 que, como se verá, permiten alcanzar diseños válidos.

Espesor de la losa superior	$e_s = 25 \text{ cm}$
Espesor de la losa inferior	$e_i = 25 \text{ cm}$
Espesor de las losas del alma	$e_a = 47 \text{ cm}$
Longitud del pico de lanzamiento	$L_N = 26.4 \text{ m}$
Espesor de las alas del pico de lanzamiento	$t_f = 2 \text{ cm}$
Espesor de las almas del pico de lanzamiento	$t_w = 1.5 \text{ cm}$
Pretensado frontal	$P_F = 45 \text{ MN}$
Pretensado dorsal	$P_D = 35 \text{ MN}$

Tabla 6.5.5.1. Valores de las variables de diseño transformadas en constantes.

La región de diseño está representada en la Figura 6.5.5.1. La zona sombreada corresponde con los diseños válidos y está limitada por las condiciones  $g_9$  y  $g_{15}$ , además del límite inferior del canto del pico en el extremo frontal (5.38) que vale:

$$h_N \geq 2 \cdot (\Phi_v + 2 \cdot r') = 2 \cdot (15 + 2 \cdot 5) = 50 \text{ cm} \quad (6.21)$$

La condición  $g_9$  (5.70) impone que no se produzcan tracciones en la fibra inferior de la sección transversal del tablero en su zona frontal. La condición  $g_{15}$  (6.1) obliga a que el canto del pico en el extremo no sea mayor que el del tablero.

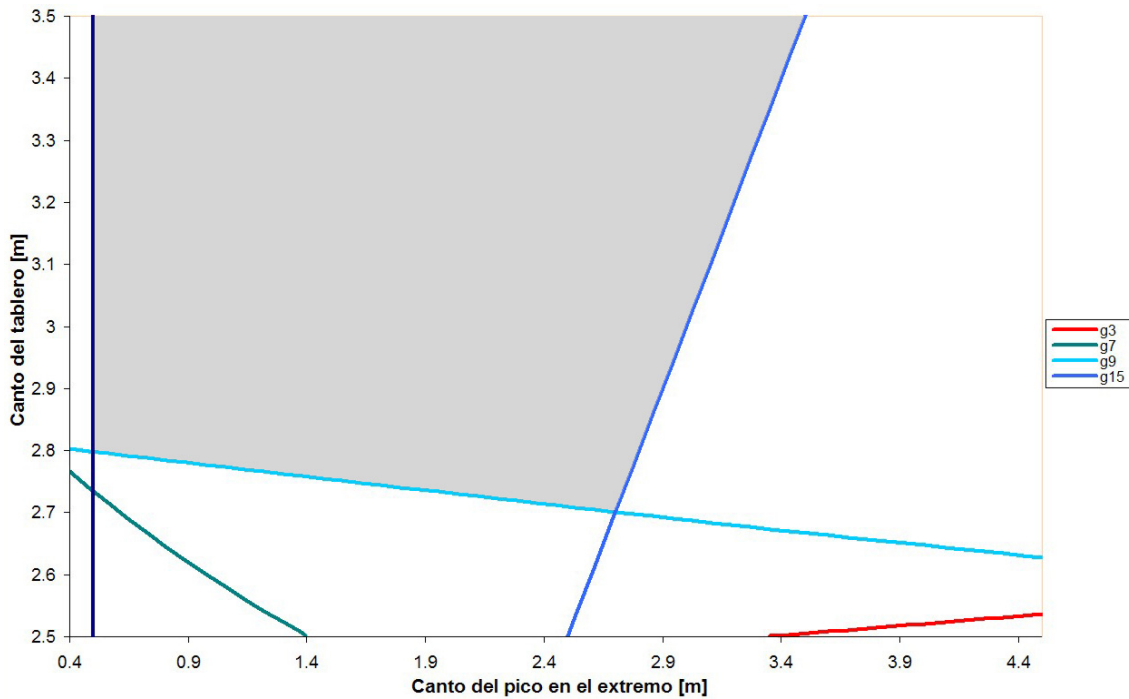


Figura 6.5.5.1. Región de diseño.

Las condiciones  $g_3$  (5.64) y  $g_7$  (5.68) limitan las tracciones en la fibra inferior del tablero en la zona de pretensado dorsal y en la fibra superior de la zona frontal, respectivamente. Las demás condiciones se cumplen y no se dibujan porque son inactivas en los intervalos representados de las variables de diseño. La Figura 6.5.5.2 muestra las gráficas de las condiciones de optimización para el valor  $h_N = 1 \text{ m}$ .

Analizando la región de diseño y observando el sentido de disminución de la función objetivo se puede obtener gráficamente el diseño óptimo. En la Figura 6.5.5.3 se representan la posición del óptimo y las rectas que corresponden a iguales valores de

la función objetivo para las cantidades de 720.000 €, 700.000 € y 680.000 €. Se observa que el límite inferior del canto del pico en el extremo será activo en el óptimo.

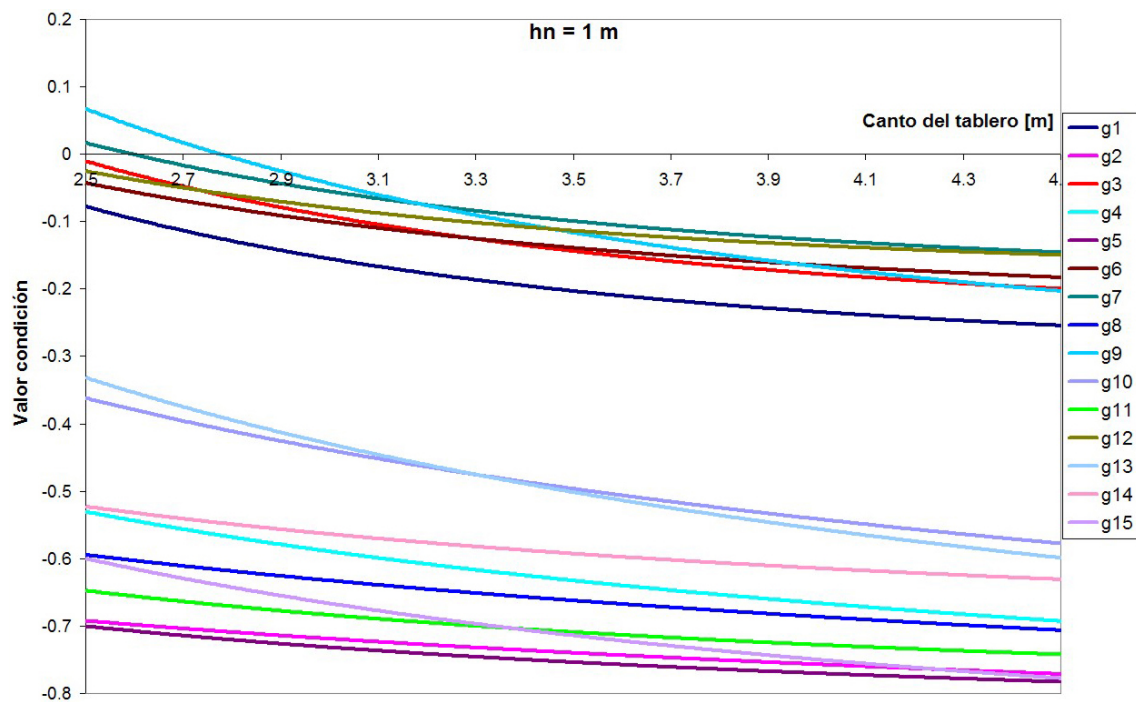


Figura 6.5.5.2. Condiciones de optimización cuando  $h_N = 1$  m.

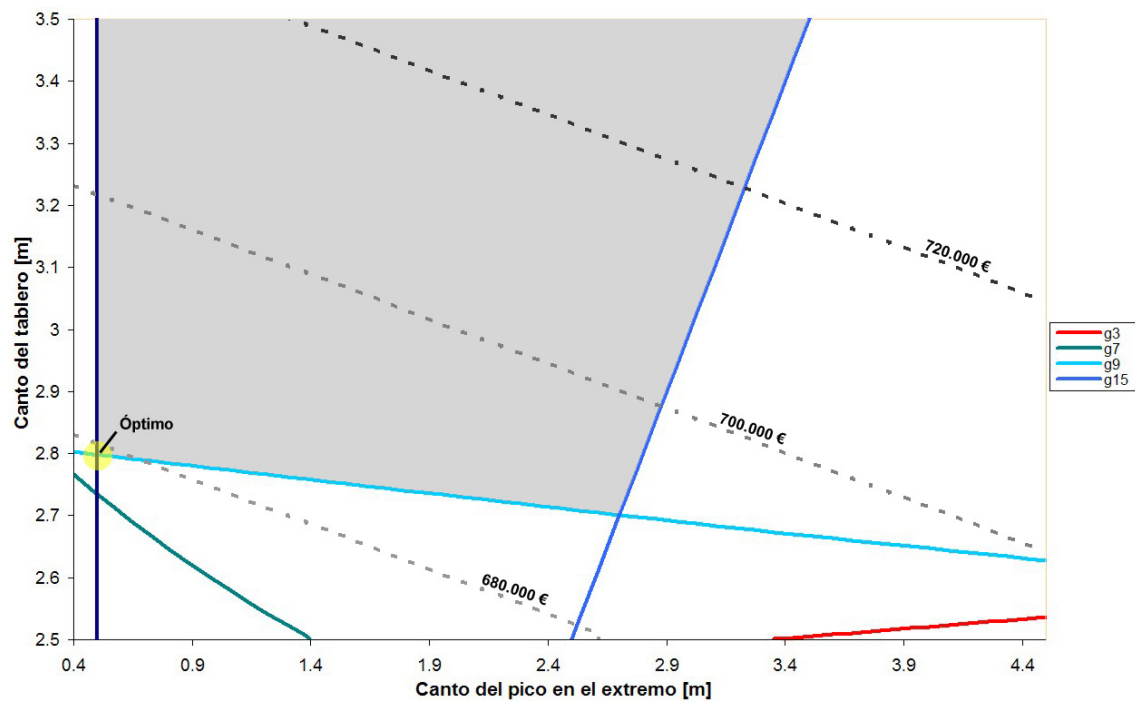


Figura 6.5.5.3. Variación de la función objetivo y mínimo global.

El diseño óptimo calculado con el programa PULO, adaptado para considerar sólo dos variables de diseño, coincide con el obtenido gráficamente:

$$H = 2.80 \text{ m} \quad h_N = 0.50 \text{ m} \quad \text{Coste Total} = 679100.00 \text{ €} \quad (6.22)$$

El tiempo de cálculo consumido por el programa PULO varía de forma considerable dependiendo del diseño inicial considerado y del método de optimización empleado, sin embargo, en todos los casos se alcanza el óptimo. En la Tabla 6.5.5.2 se indican el número de iteraciones y de llamadas a la subrutina PULMOD necesarias para alcanzar el óptimo, partiendo desde tres diseños iniciales diferentes:

$$\text{Diseño 1: } H = 3.4 \text{ m}, h_N = 1 \text{ m} \quad (6.23)$$

$$\text{Diseño 2: } H = 3.0 \text{ m}, h_N = 4 \text{ m} \quad (6.24)$$

$$\text{Diseño 3: } H = 2.6 \text{ m}, h_N = 2 \text{ m} \quad (6.25)$$

Diseño Inicial	Método de optimización	Iteraciones	Llamadas a PULMOD
$H = 3.4 \text{ m}$ $h_N = 1 \text{ m}$	1	4	22
	2	5	16
	3	3	12
$H = 3 \text{ m}$ $h_N = 4 \text{ m}$	1	5	42
	2	4	13
	3	3	11
$H = 2.6 \text{ m}$ $h_N = 2 \text{ m}$	1	4	29
	2	4	13
	3	5	21

Tabla 6.5.5.2. N° de iteraciones y llamadas a PULMOD según método de optimización y diseño inicial.

En la Figura 6.5.5.4, Figura 6.5.5.5 y Figura 6.5.5.6 se representa la variación del diseño cuando se emplea respectivamente el método 1, el método 2 y el método 3 de optimización, comenzando desde los tres diseños iniciales propuestos anteriormente.

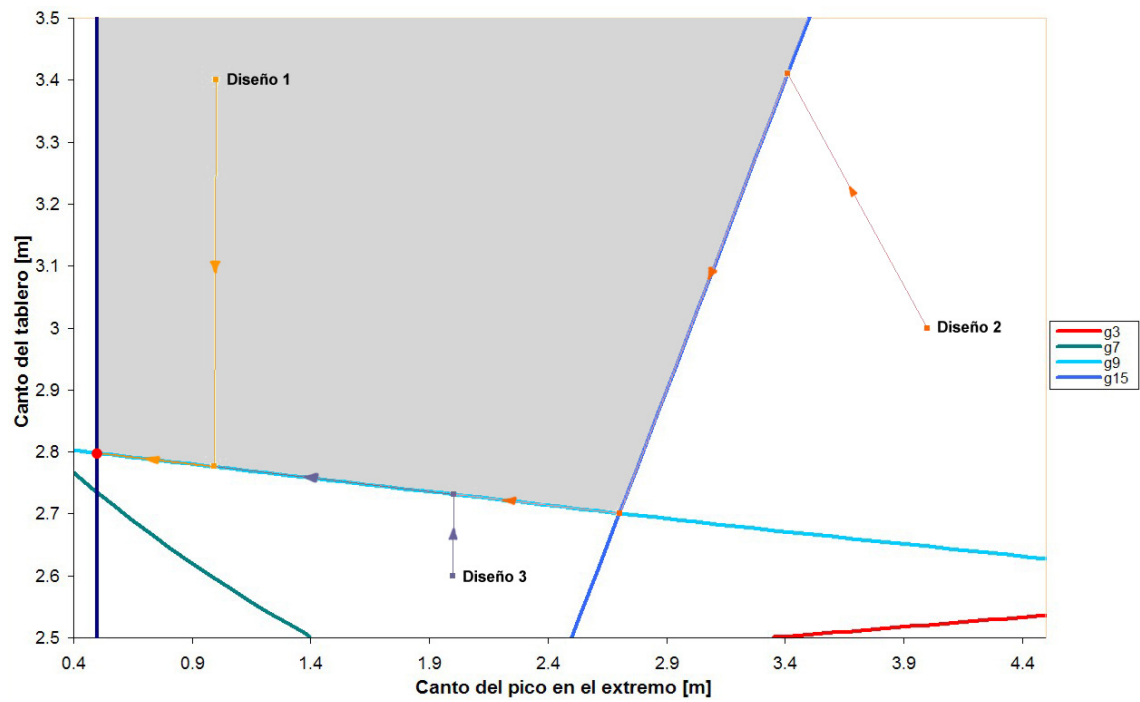


Figura 6.5.5.4. Variación del diseño durante el proceso de optimización con el método 1.

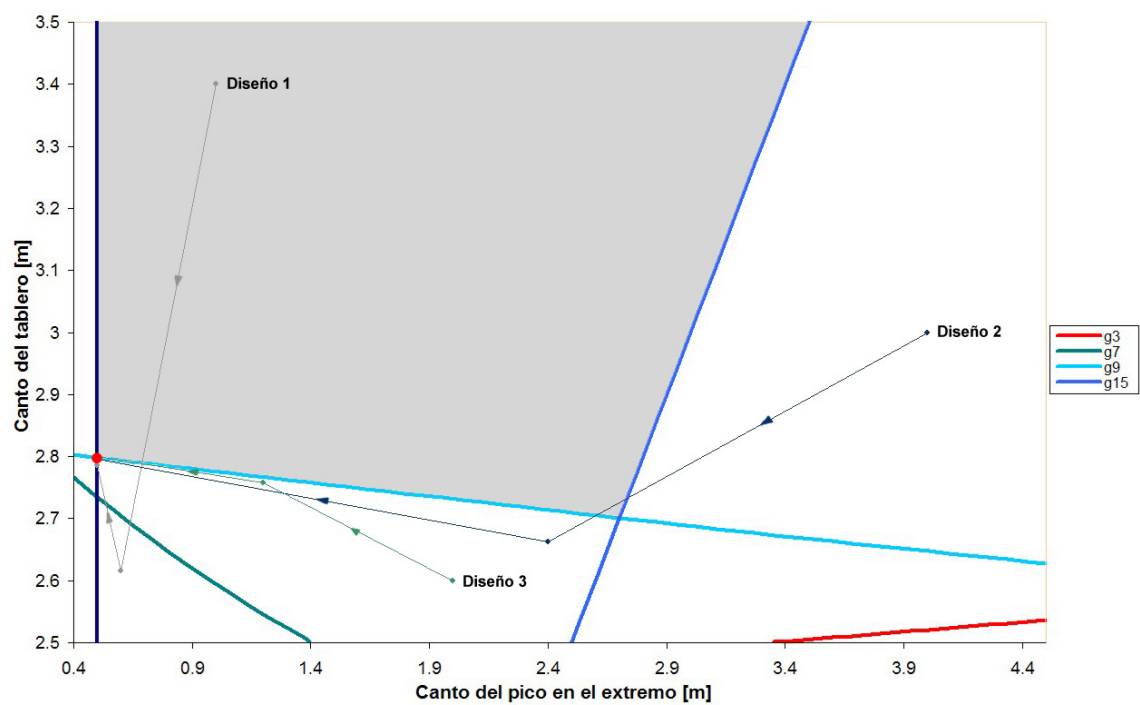


Figura 6.5.5.5. Variación del diseño durante el proceso de optimización con el método 2.



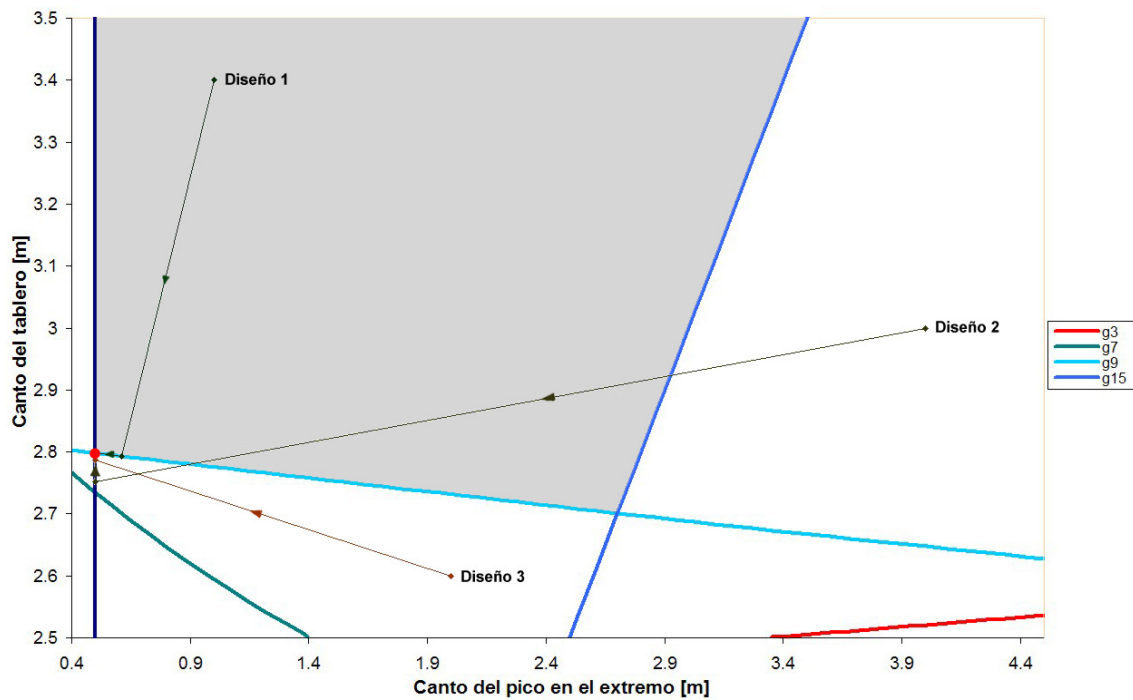


Figura 6.5.5.6. Variación del diseño durante el proceso de optimización con el método 3.

En la Tabla 6.5.5.3 se muestran los valores de la función objetivo, las variables de diseño y las condiciones de optimización en el óptimo, obtenidos con el programa PULO con cada uno de los tres métodos de optimización disponibles y partiendo desde el diseño inicial 3 (6.25).

	Método 1	Método 2	Método 3
<b>Obj.</b>	679127.44	679179.41	679097.56
<b><math>H</math> [m]</b>	2.80	2.80	2.80
<b><math>h_N</math> [m]</b>	0.50	0.50	0.50
<b><math>g_1</math></b>	-0.12691	-0.12706	-0.12682
<b><math>g_2</math></b>	-0.70871	-0.70876	-0.70868
<b><math>g_3</math></b>	-0.05864	-0.05881	-0.05855
<b><math>g_4</math></b>	-0.56765	-0.56777	-0.56759
<b><math>g_5</math></b>	-0.72098	-0.72104	-0.72094
<b><math>g_6</math></b>	-0.08183	-0.08194	-0.08176
<b><math>g_7</math></b>	-0.00943	-0.00958	-0.00935
<b><math>g_8</math></b>	-0.61806	-0.61813	-0.61801
<b><math>g_9</math></b>	-0.00003	-0.00025	0.00010
<b><math>g_{10}</math></b>	-0.40368	-0.40384	-0.40359
<b><math>g_{11}</math></b>	-0.67041	-0.67049	-0.67037
<b><math>g_{12}</math></b>	-0.05913	-0.05923	-0.05906
<b><math>g_{13}</math></b>	-0.39574	-0.39594	-0.39563
<b><math>g_{14}</math></b>	-0.54725	-0.54733	-0.54720
<b><math>g_{15}</math></b>	-0.82133	-0.82139	-0.82129

Tabla 6.5.5.3. Función objetivo y condiciones según el método de optimización.

En la Figura 6.5.5.7, Figura 6.5.5.8, Figura 6.5.5.9 y Figura 6.5.5.10 se muestra, respectivamente, la evolución de la función objetivo, las condiciones de optimización, el canto del pico en el extremo frontal y la fuerza de pretensado frontal cuando se optimiza con el método de secuencia de problemas cuadráticos (método 3) y se parte del diseño 3.

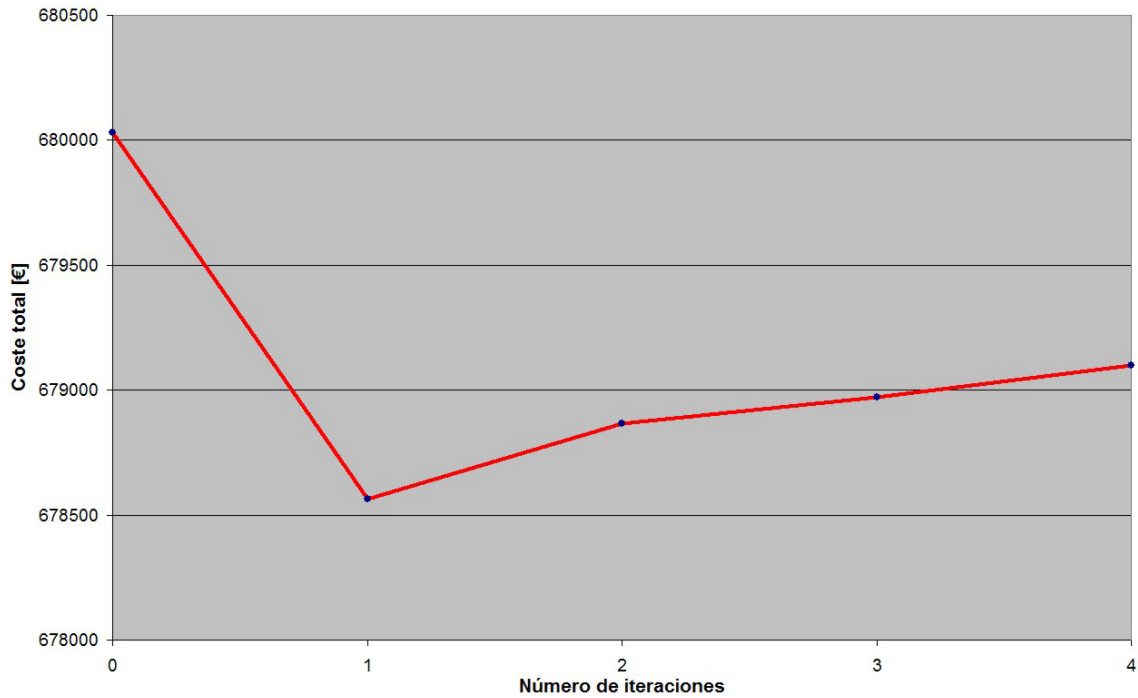


Figura 6.5.5.7. Evolución de la función objetivo durante el proceso de optimización.

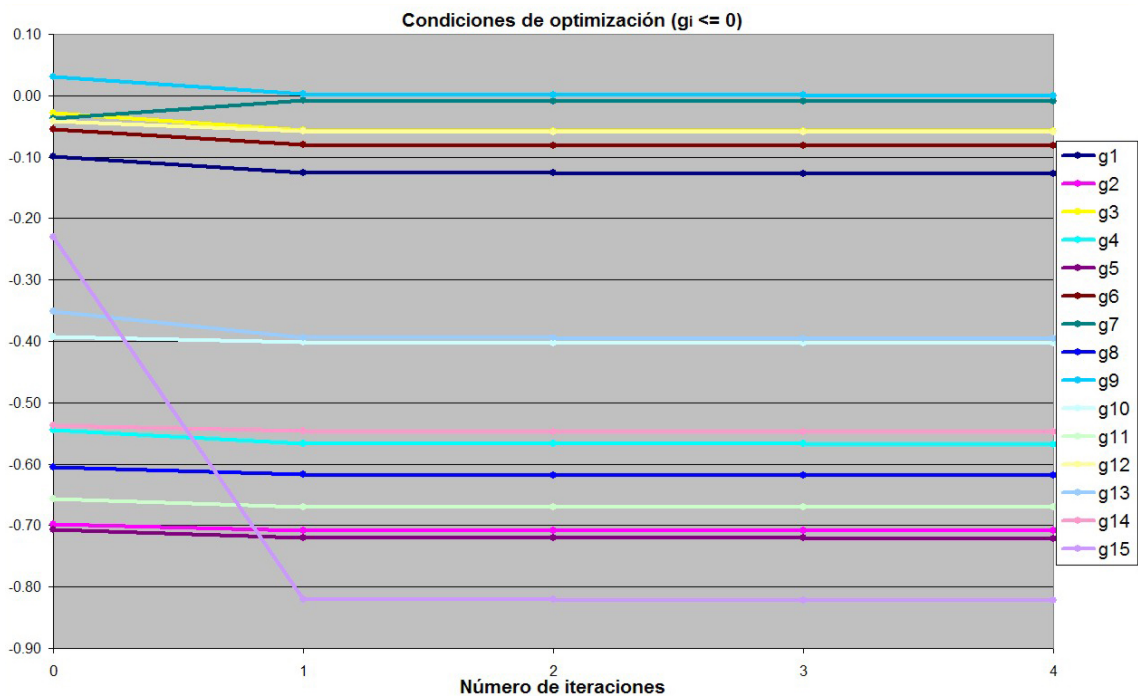


Figura 6.5.5.8. Evolución de las condiciones durante el proceso de optimización.

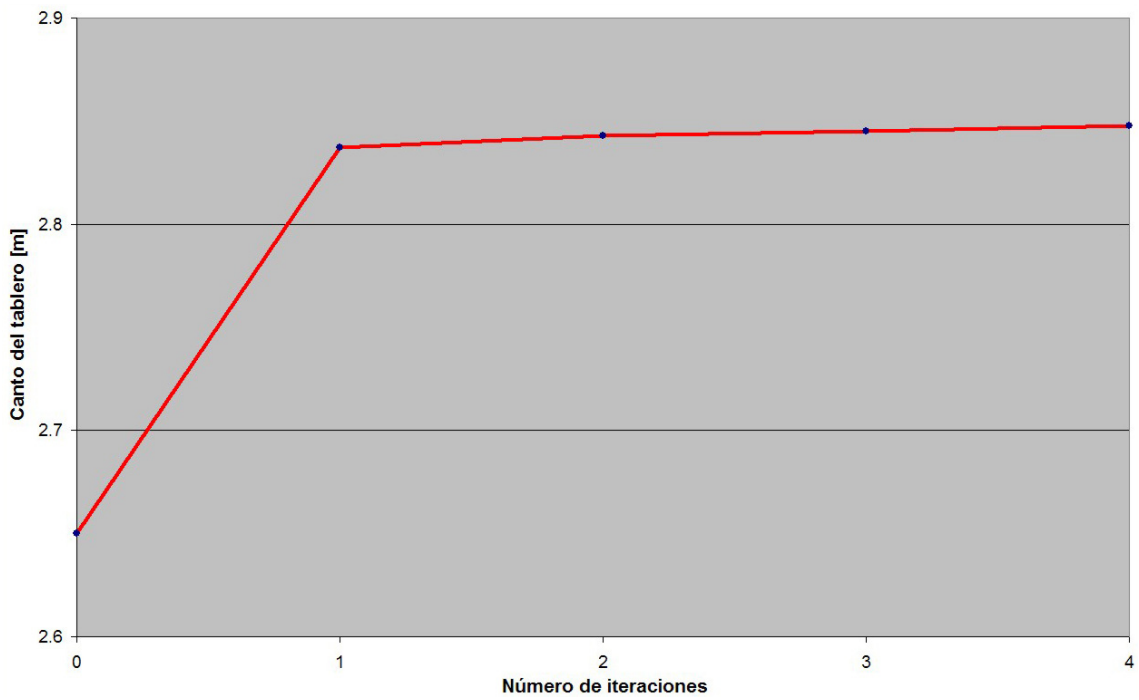


Figura 6.5.5.9. Evolución del canto del tablero durante el proceso de optimización.

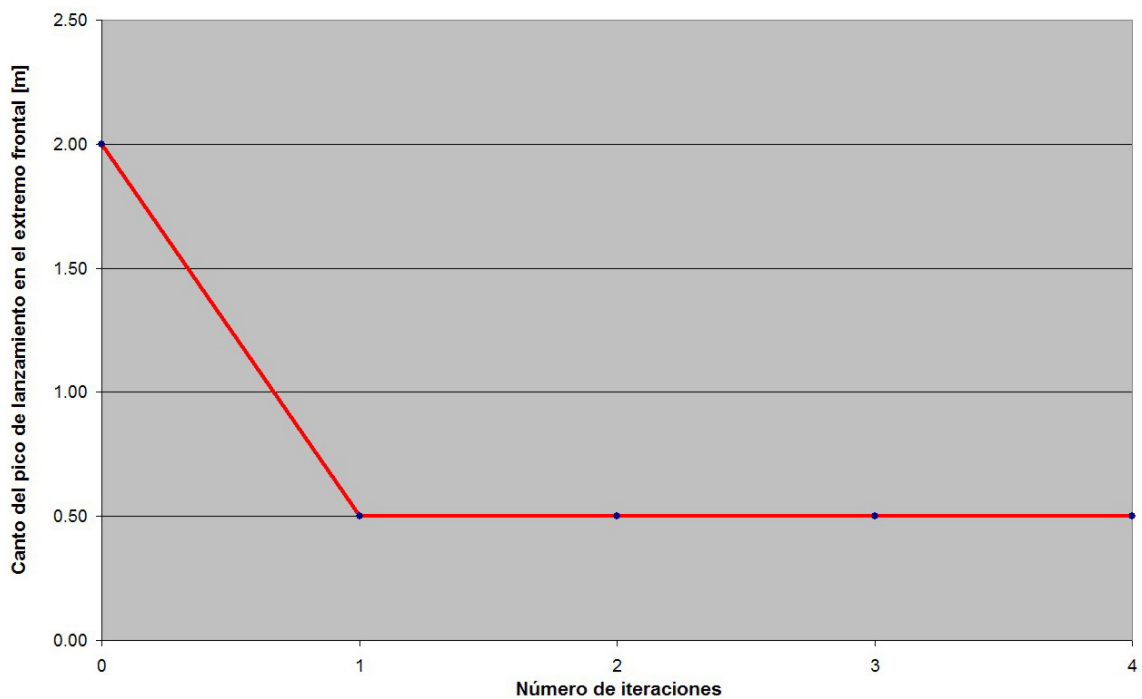


Figura 6.5.5.10. Evolución del canto del pico en el extremo frontal durante el proceso de optimización.

De nuevo se logra optimizar un puente lanzado considerando sólo dos variables de diseño, que en este caso han sido el canto del tablero y el canto en el extremo frontal del pico de lanzamiento.

## 6.6 OPTIMIZACIÓN CONSIDERANDO SUBCONJUNTOS CRECIENTES DE VARIABLES DE DISEÑO.

Comprobado que el funcionamiento de la aplicación informática desarrollada es correcto cuando se usan sólo dos variables de diseño, el siguiente paso consistirá en aumentar progresivamente el tamaño del problema, formando conjuntos de un número cada vez mayor de variables de diseño hasta alcanzar el problema completo que se planteó en el Capítulo 5.

El objetivo es extraer conclusiones lo más generales posible que permitan comprender, de forma amplia, y optimizar, de forma precisa, el comportamiento del conjunto pico-tablero en un puente lanzado multivano de hormigón.

Dado que los resultados obtenidos no se pueden representar en un espacio bidimensional como en los casos anteriores, ya no se pueden validar gráficamente de forma tan sencilla. De hecho, no se tendrá certeza absoluta de que el diseño óptimo alcanzado mediante el programa informático sea el mínimo global o tan sólo un mínimo local.

Para la optimización se van a utilizar tres diseños iniciales distintos. El objetivo es comprobar que el funcionamiento de los algoritmos implementados en el programa PULO es el adecuado si se parte desde diseños iniciales muy diferentes entre sí, sean válidos o no.

### 6.6.1 Optimización con 3 variables de diseño: $L_N$ , $h_N$ , $P_F$ .

La principal utilidad de un pico de lanzamiento en la construcción de un puente lanzado es reducir la fuerza de pretensado centrado necesaria en la zona frontal, de ahí que sea interesante estudiar la relación entre las principales características de un pico de lanzamiento, su longitud  $L_N$  y el canto en el extremo delantero  $h_N$ , y la fuerza de pretensado frontal  $P_F$  a la hora de optimizar un puente lanzado.

Las otras siete variables de diseño del modelo completo se convierten en constantes, y en este caso adoptan los valores de la Tabla 6.6.1.1, con los que será posible alcanzar diseños válidos.

Canto del tablero	$H = 3.2 \text{ m}$
Espesor de la losa superior	$e_s = 25 \text{ cm}$
Espesor de la losa inferior	$e_i = 25 \text{ cm}$
Espesor de las losas del alma	$e_a = 47 \text{ cm}$
Espesor de las alas del pico de lanzamiento	$t_f = 2 \text{ cm}$
Espesor de las almas del pico de lanzamiento	$t_w = 1.5 \text{ cm}$
Pretensado dorsal	$P_D = 35 \text{ MN}$

Tabla 6.6.1.1. Valores de las variables de diseño transformadas en constantes.

Resolviendo el problema general de optimización planteado en el Capítulo 5 con estas 3 únicas variables de diseño se obtienen los resultados de la Tabla 6.6.1.2. Por columnas se muestran los resultados según el método matemático de optimización empleado partiendo desde tres diseños iniciales diferentes, mientras que por filas se presentan: el diseño inicial, el número de llamadas al programa PULMOD, el número de iteraciones del método hasta la convergencia y el valor de la función objetivo y los valores de las variables de diseño en el óptimo.

	Diseño inicial 1			Diseño inicial 2			Diseño inicial 3		
	Mét. 1	Mét. 2	Mét. 3	Mét. 1	Mét. 2	Mét. 3	Mét. 1	Mét. 2	Mét. 3
<b>Diseño Inicial</b>	$(L_N)_0 = 24 \text{ m}$ , $(h_N)_0 = 1 \text{ m}$ $(P_F)_0 = 45 \text{ MN}$			$(L_N)_0 = 20 \text{ m}$ , $(h_N)_0 = 0.8 \text{ m}$ $(P_F)_0 = 35 \text{ MN}$			$(L_N)_0 = 30 \text{ m}$ , $(h_N)_0 = 4 \text{ m}$ $(P_F)_0 = 50 \text{ MN}$		
<b>Llamadas</b>	89	62	30	120	66	34	63	70	41
<b>Iteraciones</b>	4	13	5	7	14	6	6	15	7
<b>F. obj. [€]</b>	695152	692652	692659	693593	692533	692656	692502	692533	692616
<b><math>L_N</math> [m]</b>	24.43	23.90	23.93	24.14	23.94	23.92	23.90	23.94	23.89
<b><math>h_N</math> [m]</b>	0.98	0.50	0.50	0.70	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50
<b><math>P_F</math> [MN]</b>	41.91	43.17	43.14	42.53	43.02	43.15	43.04	43.02	43.15

Tabla 6.6.1.2. Resultados de la optimización con 3 variables de diseño.

A la vista de estos resultados se puede concluir que el número de iteraciones y de llamadas al programa PULMOD dependen enormemente del método de optimización y del diseño inicial empleados, y por lo tanto, el tiempo de cálculo necesario es muy distinto de un caso a otro, no habiendo un patrón que permita escoger *a priori* qué método o qué diseño inicial permitirá encontrar el óptimo en un menor tiempo y, por lo tanto, con un menor consumo de recursos.

Independientemente del algoritmo de optimización y del diseño de partida, sea válido o no, todos los ejemplos resueltos convergen a soluciones válidas, es decir que

cumplen las condiciones de optimización impuestas, sin embargo, presentan cierta dispersión.

Al igual que se verá en los apartados siguientes, esta situación de dispersión de resultados será una constante para todos los problemas con más de dos variables de diseño, que se puede atribuir a la localización numérica de distintos mínimos locales. Por tanto, la búsqueda del diseño óptimo necesitará la intervención del usuario para interpretar los resultados y hacer las correcciones oportunas. No es posible un procedimiento tan simple como esperar de la aplicación informática un resultado definitivo sin la intervención adecuada del diseñador, que estudie los resultados para varios diseños iniciales, distintos métodos de optimización y diferentes parámetros de los algoritmos de optimización matemática.

Analizando los resultados se puede concluir que la función objetivo en el óptimo tiene un valor próximo a 692500 €, y que el canto del pico de lanzamiento en el extremo frontal  $h_N$  se iguala para ese valor a su mínimo posible (5.38) que en función del diámetro de las vainas de pretensado  $\Phi_v = 15 \text{ cm}$  y del recubrimiento de la armadura activa o pasiva del tablero  $r' = 5 \text{ cm}$  es:

$$h_N \geq 2 \cdot (\Phi_v + 2 \cdot r') = 2 \cdot (15 + 2 \cdot 5) = 50 \text{ cm} \quad (6.26)$$

de modo que el problema se reduce virtualmente a uno de tan sólo dos variables de diseño, observándose que se puede alcanzar aproximadamente el mismo valor mínimo de la función objetivo con diferentes parejas  $(L_N, P_F)$ , donde las variables se relacionan de forma inversa. Esto es lógico pues si se aumenta la longitud del pico de lanzamiento podemos reducir el pretensado frontal y viceversa, compensando el incremento de coste de un elemento con la reducción del otro.

Ha de tenerse en cuenta que los resultados pueden afinarse o aproximarse más modificando los parámetros de los algoritmos de optimización que controlan el cumplimiento de las condiciones y la convergencia de la solución, lo cual se analizará en el Apartado 6.7.1.

En este análisis también se comienza a observar un fenómeno que se agudizará en los problemas mayores de los próximos apartados, que tiene que ver con el canto del pico de lanzamiento en el extremo delantero  $h_N$ . En el ejemplo resuelto con el método

modificado de las direcciones eficientes (método 1) y desde el diseño inicial 1 se observa que  $h_N$  apenas varía durante el proceso de optimización desde el diseño inicial hasta el resultado final. Este fenómeno de insensibilidad a la variación de  $h_N$  se estudiará en el Apartado 6.7.2.

#### 6.6.2 Optimización con 4 variables de diseño: $L_N$ , $h_N$ , $t_f$ , $t_w$ .

En esta ocasión se plantea un nuevo subproblema con cuatro variables de diseño que corresponden a las dimensiones modificables del pico de lanzamiento. La sección transversal del tablero de hormigón y las fuerzas de pretensado son conocidas y constantes (Tabla 6.6.2.1).

Canto del tablero	$H = 3.2 \text{ m}$
Espesor de la losa superior	$e_s = 25 \text{ cm}$
Espesor de la losa inferior	$e_i = 25 \text{ cm}$
Espesor de las losas del alma	$e_a = 47 \text{ cm}$
Pretensado frontal	$P_F = 45 \text{ MN}$
Pretensado dorsal	$P_D = 35 \text{ MN}$

Tabla 6.6.2.1. Valores de las variables de diseño transformadas en constantes.

Puesto que el tablero de hormigón es un dato conocido, el objetivo de este problema es reducir al máximo el coste del pico de lanzamiento y, por lo tanto sus dimensiones, pero que permita lanzar el puente cumpliendo los condicionantes impuestos.

Partiendo desde tres diseños iniciales distintos y mediante los tres métodos de optimización implementados en el programa, los resultados obtenidos son los mostrados en la Tabla 6.6.2.2. Si se parte del diseño inicial 2 con el método de secuencia de problemas cuadráticos (método 3) no se obtiene un resultado válido, por lo cual no se presentan valores.

Como en el apartado anterior, según estos resultados no se puede elegir *a priori* el método de cálculo o el diseño inicial que permita reducir el tiempo de cálculo, hecho que se repite en los siguientes apartados por lo cual esta conclusión no se mencionará en adelante.

	Diseño inicial 1			Diseño inicial 2			Diseño inicial 3		
	Mét. 1	Mét. 2	Mét. 3	Mét. 1	Mét. 2	Mét. 3	Mét. 1	Mét. 2	Mét. 3
<b>Diseño Inicial</b>	$(L_N)_0 = 24 \text{ m}$ , $(h_N)_0 = 1 \text{ m}$ $(t_f)_0 = 0.02 \text{ m}$ , $(t_w)_0 = 0.01 \text{ m}$			$(L_N)_0 = 20 \text{ m}$ , $(h_N)_0 = 0.8 \text{ m}$ $(t_f)_0 = 0.01 \text{ m}$ , $(t_w)_0 = 0.01 \text{ m}$			$(L_N)_0 = 30 \text{ m}$ , $(h_N)_0 = 4 \text{ m}$ $(t_f)_0 = 0.04 \text{ m}$ , $(t_w)_0 = 0.03 \text{ m}$		
<b>Llamadas</b>	26	21	35	88	26	-	68	16	291
<b>Iteraciones</b>	3	4	5	6	5	-	6	3	42
<b>F. obj. [€]</b>	684229	685205	684330	684614	685962	-	684740	695424	684240
<b><math>L_N</math> [m]</b>	23.11	24.00	23.13	23.38	24.91	-	23.18	29.95	23.06
<b><math>h_N</math> [m]</b>	1.00	1.00	1.00	0.67	0.50	-	0.51	2.40	1.37
<b><math>t_f</math> [m]</b>	0.015	0.015	0.015	0.017	0.017	-	0.018	0.01	0.013
<b><math>t_w</math> [m]</b>	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	-	0.01	0.01	0.01

Tabla 6.6.2.2. Resultados de la optimización con 4 variables de diseño.

Tras el análisis de los datos obtenidos se puede concluir que el diseño óptimo se produce para un coste total del orden de  $684300 \text{ €}$ . En todos los ejemplos resueltos la condición de resistencia a cortante en el pico de lanzamiento  $g_{13}$  (5.74) no es activa en el óptimo, es decir, no es limitante por lo cual conduce a que el espesor de las almas  $t_w$  se reduzca al mínimo posible (5.40):

$$t_w = 1 \text{ cm} \quad (6.27)$$

Mientras, el espesor de las alas  $t_f$  del pico de lanzamiento converge hacia valores distintos según el valor final del canto en el extremo frontal  $h_N$ , así si éste aumenta, el espesor de las alas disminuye y viceversa, lo cual permite obtener similar rigidez a flexión del pico de lanzamiento con igual coste de material.

Como ya se comentó en el apartado anterior, dependiendo del diseño inicial y del método de cálculo, el valor del canto en el extremo frontal del pico de lanzamiento  $h_N$  no se modifica prácticamente durante la optimización.

Por último, es conveniente observar que el pico de lanzamiento resultante es “corto”, pues la sección transversal y las fuerzas de pretensado consideradas son conservadoras y no exigen un pico costoso:

$$\frac{L_N}{L} = \frac{23.1}{44} = 0.525 \quad (6.28)$$



### 6.6.3 Optimización con 5 variables de diseño: $H$ , $e_s$ , $e_i$ , $e_a$ , $P_D$ .

En esta ocasión el objetivo es buscar la combinación óptima de sección transversal de tablero de hormigón y fuerza de pretensado centrado en la zona dorsal del puente. Como ya se ha indicado, para un puente de longitud elevada la parte dorsal del tablero representará porcentualmente la parte más larga y costosa económicamente hablando, por lo cual los efectos de incremento de esfuerzos en la zona frontal del tablero durante el proceso de lanzamiento pierden importancia relativa, de ahí el interés por optimizar la zona dorsal. El pico de lanzamiento y el pretensado frontal se mantendrán constantes con los valores indicados en la Tabla 6.6.3.1.

Longitud del pico de lanzamiento	$L_N = 26.4 \text{ m}$
Canto del pico de lanzamiento en el extremo frontal	$h_N = 1 \text{ m}$
Espesor de las alas del pico de lanzamiento	$t_f = 2 \text{ cm}$
Espesor de las almas del pico de lanzamiento	$t_w = 1.5 \text{ cm}$
Pretensado frontal	$P_F = 45 \text{ MN}$

Tabla 6.6.3.1. Valores de las variables de diseño transformadas en constantes.

Resolviendo el problema para tres diseños iniciales distintos y con los tres métodos de optimización se llega a los resultados mostrados en la Tabla 6.6.3.2.

	Diseño inicial 1			Diseño inicial 2			Diseño inicial 3		
	Mét. 1	Mét. 2	Mét. 3	Mét. 1	Mét. 2	Mét. 3	Mét. 1	Mét. 2	Mét. 3
<b>Diseño Inicial</b>	$(H)_0 = 3 \text{ m}$ , $(e_s)_0 = 0.5 \text{ m}$ $(e_i)_0 = 0.5 \text{ m}$ , $(e_a)_0 = 0.5 \text{ m}$ $(P_D)_0 = 40 \text{ MN}$			$(H)_0 = 2.5 \text{ m}$ , $(e_s)_0 = 0.3 \text{ m}$ $(e_i)_0 = 0.3 \text{ m}$ , $(e_a)_0 = 0.3 \text{ m}$ $(P_D)_0 = 28 \text{ MN}$			$(H)_0 = 4 \text{ m}$ , $(e_s)_0 = 0.4 \text{ m}$ $(e_i)_0 = 0.4 \text{ m}$ , $(e_a)_0 = 0.23 \text{ m}$ $(P_D)_0 = 20 \text{ MN}$		
<b>Llamadas</b>	250	57	21	108	66	70	543	53	69
<b>Iteraciones</b>	10	9	3	7	10	9	18	8	9
<b>F. obj. [€]</b>	655949	656156	667388	655240	656369	655242	655949	655684	655297
<b><math>H</math> [m]</b>	3.10	2.85	3.41	2.88	3.10	2.89	3.10	3.03	2.88
<b><math>e_s</math> [m]</b>	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
<b><math>e_i</math> [m]</b>	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
<b><math>e_a</math> [m]</b>	0.45	0.45	0.46	0.45	0.45	0.45	0.45	0.45	0.45
<b><math>P_D</math> [MN]</b>	30.68	31.94	29.91	31.78	30.72	31.70	30.68	31.03	31.78

Tabla 6.6.3.2. Resultados de la optimización con 5 variables de diseño.

La primera conclusión que se puede extraer es que los espesores de las losas superior e inferior se reducen lo máximo posible (5.34 y 5.35), es decir, al valor  $e_s = e_i = 25 \text{ cm}$ :

$$e_s \geq \max\left(\Phi_v + 2 \cdot r', 0.22, \frac{B_s}{50}\right) = \max\left(0.15 + 2 \cdot 0.05, 0.22, \frac{12}{50}\right) = 0.25 \text{ cm} \quad (6.29)$$

$$e_i \geq \max(\Phi_v + 2 \cdot r', 0.18) = \max(0.15 + 2 \cdot 0.05, 0.18) = 0.25 \text{ cm} \quad (6.30)$$

de modo que la inercia a flexión longitudinal prácticamente sólo depende del canto de la sección transversal, empleando el mínimo área posible y por lo tanto con el mínimo peso propio.

La resistencia a cortante de la sección limita la reducción del espesor de las almas del tablero a un valor entorno a  $e_a = 45 \text{ cm}$ . En todos los casos la condición  $g_6$  (5.67), agotamiento de las almas por tracción, es activa en el óptimo.

Fijados los espesores de las losas, de nuevo la optimización se reduce virtualmente a un problema con sólo dos variables de diseño  $H$  y  $P_D$ . Los resultados de la Tabla 6.6.3.2 muestran una dispersión de resultados debido a la existencia de varios mínimos locales, en los cuales se puede apreciar una relación inversa entre el canto  $H$  y la fuerza de pretensado dorsal  $P_D$ , lo cual es coherente pues si aumenta el canto también lo hará la inercia a flexión longitudinal, disminuyendo las tensiones y por lo tanto la necesidad de pretensado para cubrir las posibles tracciones. El coste óptimo del conjunto pico-tablero ronda los 656200 €.

#### 6.6.4 Optimización con 5 variables de diseño: $L_N, h_N, t_f, t_w, P_F$ .

Puesto que es la parte delantera del tablero de hormigón la zona de influencia de los efectos del pico de lanzamiento, será interesante optimizar la fuerza de pretensado en esta zona junto con los parámetros del pico de lanzamiento, y observar cómo influye el pico en el consumo de pretensado. Las características de la sección transversal del tablero de hormigón y la fuerza de pretensado en la zona dorsal son los mostrados en la Tabla 6.6.4.1.

Canto del tablero	$H = 3.2 \text{ m}$
Espesor de la losa superior	$e_s = 25 \text{ cm}$
Espesor de la losa inferior	$e_i = 25 \text{ cm}$
Espesor de las losas del alma	$e_a = 47 \text{ cm}$
Pretensado dorsal	$P_D = 35 \text{ MN}$

Tabla 6.6.4.1. Valores de las variables de diseño transformadas en constantes.

Otra vez se resuelve el problema para tres diseños iniciales diferentes con los tres métodos de optimización considerados en el programa informático. Los resultados se presentan en la Tabla 6.6.4.2.

	Diseño inicial 1			Diseño inicial 2			Diseño inicial 3		
	Mét. 1	Mét. 2	Mét. 3	Mét. 1	Mét. 2	Mét. 3	Mét. 1	Mét. 2	Mét. 3
<b>Diseño Inicial</b>	$(L_N)_0 = 24 \text{ m}$ , $(h_N)_0 = 1 \text{ m}$ $(t_f)_0 = 0.02 \text{ m}$ , $(t_w)_0 = 0.01 \text{ m}$ $(P_F)_0 = 40 \text{ MN}$			$(L_N)_0 = 20 \text{ m}$ , $(h_N)_0 = 0.8 \text{ m}$ $(t_f)_0 = 0.01 \text{ m}$ , $(t_w)_0 = 0.01 \text{ m}$ $(P_F)_0 = 35 \text{ MN}$			$(L_N)_0 = 30 \text{ m}$ , $(h_N)_0 = 4 \text{ m}$ $(t_f)_0 = 0.04 \text{ m}$ , $(t_w)_0 = 0.03 \text{ m}$ $(P_F)_0 = 50 \text{ MN}$		
<b>Llamadas</b>	96	47	39	129	25	221	63	19	71
<b>Iteraciones</b>	8	7	5	6	4	28	4	3	9
<b>F. obj. [€]</b>	682567	689991	682219	681979	686091	681856	681859	701658	681656
<b><math>L_N</math> [m]</b>	22.74	24.27	22.27	21.88	28.00	22.04	22.21	29.95	21.94
<b><math>h_N</math> [m]</b>	0.99	1.20	0.99	0.74	0.50	0.74	0.50	2.40	0.51
<b><math>t_f</math> [m]</b>	0.01	0.024	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
<b><math>t_w</math> [m]</b>	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
<b><math>P_F</math> [MN]</b>	47.13	42.10	47.23	48.18	46.53	47.97	48.59	49.99	48.58

Tabla 6.6.4.2. Resultados de la optimización con 5 variables de diseño.

Como en los apartados anteriores, se aprecian variaciones muy significativas en el tiempo de cálculo empleado para cada ejemplo. También, los resultados muestran que existen varios mínimos locales, si bien los menores corresponden aproximadamente con un coste total de 682000 €. En esta situación los espesores de las alas y las almas del pico se reducen a su mínimo posible:  $t_f = t_w = 1 \text{ cm}$ . Las otras tres variables se comportan de forma coherente, de modo que si el canto del pico en el extremo aumenta (pico más “rígido”) se necesita menor longitud del pico y menor pretensado frontal, por el contrario si  $h_N$  disminuye (pico más “flexible”) se necesita un pico más largo y mayor pretensado frontal.

### 6.6.5 Optimización con 5 variables de diseño: $H$ , $L_N$ , $h_N$ , $P_F$ , $P_D$ .

En los apartados previos se observa que los espesores de las losas del tablero de hormigón y los espesores de alas y almas del pico de lanzamiento tienden durante la optimización a reducirse a unos valores fijos, motivo por el cual se plantea este nuevo subproblema en el que se pretenden optimizar las otras cinco variables, manteniendo constantes los espesores según la Tabla 6.6.5.1.

Espesor de la losa superior	$e_s = 25 \text{ cm}$
Espesor de la losa inferior	$e_i = 25 \text{ cm}$
Espesor de las losas del alma	$e_a = 47 \text{ cm}$
Espesor de las alas del pico de lanzamiento	$t_f = 2 \text{ cm}$
Espesor de las almas del pico de lanzamiento	$t_w = 1.5 \text{ cm}$

Tabla 6.6.5.1. Valores de las variables de diseño transformadas en constantes.

Se obtienen los resultados de la Tabla 6.6.5.2 partiendo desde tres diseños diferentes y con los tres métodos de optimización implementados, que muestran que se localizan varios mínimos locales.

	Diseño inicial 1			Diseño inicial 2			Diseño inicial 3		
	Mét. 1	Mét. 2	Mét. 3	Mét. 1	Mét. 2	Mét. 3	Mét. 1	Mét. 2	Mét. 3
<b>Diseño Inicial</b>	$(H)_0 = 3 \text{ m}$ , $(L_N)_0 = 24 \text{ m}$ $(h_N)_0 = 1 \text{ m}$ , $(P_F)_0 = 40 \text{ MN}$ $(P_D)_0 = 30 \text{ MN}$			$(H)_0 = 2.5 \text{ m}$ , $(L_N)_0 = 20 \text{ m}$ $(h_N)_0 = 0.8 \text{ m}$ , $(P_F)_0 = 35 \text{ MN}$ $(P_D)_0 = 28 \text{ MN}$			$(H)_0 = 4 \text{ m}$ , $(L_N)_0 = 30 \text{ m}$ $(h_N)_0 = 4 \text{ m}$ , $(P_F)_0 = 50 \text{ MN}$ $(P_D)_0 = 20 \text{ MN}$		
<b>Llamadas</b>	51	73	93	69	43	141	106	66	61
<b>Iteraciones</b>	5	11	12	7	6	18	9	10	8
<b>F. obj. [€]</b>	663460	661575	661639	661818	660744	661418	675420	661290	661292
<b><math>H</math> [m]</b>	3.03	2.88	2.89	2.94	2.89	2.87	2.96	2.87	2.88
<b><math>L_N</math> [m]</b>	26.03	25.34	25.91	25.77	25.76	25.64	28.10	25.65	25.57
<b><math>h_N</math> [m]</b>	0.99	0.50	0.50	0.77	0.50	0.50	2.90	0.50	0.50
<b><math>P_F</math> [MN]</b>	42.88	44.37	44.19	43.69	44.26	44.38	42.26	44.40	44.31
<b><math>P_D</math> [MN]</b>	31.64	32.64	32.47	32.08	32.38	32.59	31.37	32.58	32.54

Tabla 6.6.5.2. Resultados de la optimización con 5 variables de diseño.

Estos resultados confirman las conclusiones extraídas anteriormente en cuanto al comportamiento del canto del pico en el extremo y la relación entre canto del tablero y las fuerzas de pretensado, que siguen siendo igualmente válidas. El coste óptimo es aproximadamente 661000 €.

### 6.6.6 Optimización con 6 variables de diseño: $H$ , $e_s$ , $e_i$ , $e_a$ , $P_F$ , $P_D$ .

En el caso de que se pretendiese optimizar un puente lanzado pero reutilizando un determinado pico de lanzamiento previamente construido, el problema se reduciría a una optimización con seis variables de diseño correspondientes a los parámetros de la sección transversal del tablero y a las fuerzas de pretensado en las zonas dorsal y frontal. Las dimensiones fijas del pico de lanzamiento son las mostradas en la Tabla 6.6.6.1.

Longitud del pico de lanzamiento	$L_N = 26.4 \text{ m}$
Canto del pico de lanzamiento en el extremo frontal	$h_N = 1 \text{ m}$
Espesor de las alas del pico de lanzamiento	$t_f = 2 \text{ cm}$
Espesor de las almas del pico de lanzamiento	$t_w = 1.5 \text{ cm}$

Tabla 6.6.6.1. Valores de las variables de diseño transformadas en constantes.

Resolviendo el problema desde tres diseños iniciales diferentes y con los tres métodos de optimización considerados se obtienen los resultados mostrados en la Tabla 6.6.6.2.

	Diseño inicial 1			Diseño inicial 2			Diseño inicial 3		
	Mét. 1	Mét. 2	Mét. 3	Mét. 1	Mét. 2	Mét. 3	Mét. 1	Mét. 2	Mét. 3
<b>Diseño Inicial</b>	$(H)_0 = 3 \text{ m}$ , $(e_s)_0 = 0.5 \text{ m}$ $(e_i)_0 = 0.5 \text{ m}$ , $(e_a)_0 = 0.5 \text{ m}$ $(P_F)_0 = 50 \text{ MN}$ , $(P_D)_0 = 40 \text{ MN}$			$(H)_0 = 2.5 \text{ m}$ , $(e_s)_0 = 0.3 \text{ m}$ $(e_i)_0 = 0.3 \text{ m}$ , $(e_a)_0 = 0.3 \text{ m}$ $(P_F)_0 = 20 \text{ MN}$ , $(P_D)_0 = 28 \text{ MN}$			$(H)_0 = 4 \text{ m}$ , $(e_s)_0 = 0.4 \text{ m}$ $(e_i)_0 = 0.4 \text{ m}$ , $(e_a)_0 = 0.4 \text{ m}$ $(P_F)_0 = 50 \text{ MN}$ , $(P_D)_0 = 20 \text{ MN}$		
<b>Llamadas</b>	117	66	42	304	76	67	209	59	50
<b>Iteraciones</b>	7	9	5	12	10	8	11	8	6
<b>F. obj. [€]</b>	651145	661607	652039	650874	652642	652180	650903	653370	652017
<b><math>H</math> [m]</b>	3.20	3.03	3.05	3.04	3.20	3.07	3.03	2.96	3.08
<b><math>e_s</math> [m]</b>	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
<b><math>e_i</math> [m]</b>	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
<b><math>e_a</math> [m]</b>	0.44	0.45	0.45	0.45	0.44	0.45	0.45	0.45	0.45
<b><math>P_F</math> [MN]</b>	41.19	48.97	41.94	41.87	41.59	41.93	41.95	42.62	41.84
<b><math>P_D</math> [MN]</b>	30.17	31.11	30.93	30.85	30.24	30.84	30.93	31.51	30.81

Tabla 6.6.6.2. Resultados de la optimización con 6 variables de diseño.

De nuevo se comprueba que los valores de los espesores de las losas superior e inferior convergen a su valor mínimo, mientras que el espesor de las almas está limitado por su resistencia a cortante. También se vuelve a observar el mismo comportamiento

ya indicado, en la relación entre el canto del tablero y las fuerzas de pretensado. El mínimo coste del conjunto pico-tablero es aproximadamente 651000 €.

### 6.6.7 Optimización con 7 variables de diseño: $H, L_N, h_N, t_f, t_w, P_F, P_D$ .

Este nuevo problema consiste en considerar constantes los espesores de las losas del tablero según la Tabla 6.6.7.1.

Espesor de la losa superior	$e_s = 25 \text{ cm}$
Espesor de la losa inferior	$e_i = 25 \text{ cm}$
Espesor de las losas del alma	$e_a = 47 \text{ cm}$

Tabla 6.6.7.1. Valores de las variables de diseño transformadas en constantes.

Considerando tres diseños de partida diferentes y los tres métodos de optimización considerados se obtienen los resultados de la Tabla 6.6.7.2.

	Diseño inicial 1			Diseño inicial 2			Diseño inicial 3		
	Mét. 1	Mét. 2	Mét. 3	Mét. 1	Mét. 2	Mét. 3	Mét. 1	Mét. 2	Mét. 3
<b>Diseño Inicial</b>	$(H)_0 = 3 \text{ m}, (L_N)_0 = 24 \text{ m}$ $(h_N)_0 = 1 \text{ m}, (t_f)_0 = 0.02 \text{ m}$ $(t_w)_0 = 0.01 \text{ m}, (P_F)_0 = 40 \text{ MN}$ $(P_D)_0 = 30 \text{ MN}$			$(H)_0 = 2.5 \text{ m}, (L_N)_0 = 20 \text{ m}$ $(h_N)_0 = 0.8 \text{ m}, (t_f)_0 = 0.01 \text{ m}$ $(t_w)_0 = 0.01 \text{ m}, (P_F)_0 = 20 \text{ MN}$ $(P_D)_0 = 28 \text{ MN}$			$(H)_0 = 4 \text{ m}, (L_N)_0 = 30 \text{ m}$ $(h_N)_0 = 4 \text{ m}, (t_f)_0 = 0.04 \text{ m}$ $(t_w)_0 = 0.03 \text{ m}, (P_F)_0 = 50 \text{ MN}$ $(P_D)_0 = 20 \text{ MN}$		
<b>Llamadas</b>	107	52	119	357	82	188	192	69	269
<b>Iteraciones</b>	8	6	12	14	10	19	12	8	27
<b>F. obj. [€]</b>	683142	664434	655285	658995	665565	655564	658535	675141	654813
<b><math>H</math> [m]</b>	3.34	3.41	2.90	2.88	3.43	2.89	3.11	3.41	2.88
<b><math>L_N</math> [m]</b>	30.32	25.40	24.47	30.52	28.61	24.73	25.80	30.57	24.57
<b><math>h_N</math> [m]</b>	0.99	1.12	0.98	0.71	0.97	0.71	3.11	2.06	1.01
<b><math>t_f</math> [m]</b>	0.01	0.022	0.015	0.015	0.21	0.017	0.013	0.01	0.015
<b><math>t_w</math> [m]</b>	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
<b><math>P_F</math> [MN]</b>	61.21	41.63	46.28	45.32	41.26	45.94	42.74	49.49	46.08
<b><math>P_D</math> [MN]</b>	30.99	30.70	32.80	32.70	30.31	32.77	31.32	30.67	32.78

Tabla 6.6.7.2. Resultados de la optimización con 7 variables de diseño.

Se corroboran las conclusiones indicadas en los apartados anteriores. La función objetivo óptima da un resultado del orden de 655000 €.

**6.6.8 Optimización con 8 variables de diseño:  $H$ ,  $e_s$ ,  $e_i$ ,  $e_a$ ,  $L_N$ ,  $h_N$ ,  $P_F$ ,  $P_D$ .**

En este problema se consideran conocidos los espesores de las alas y las almas del pico de lanzamiento, indicados en la Tabla 6.6.8.1.

Espesor de las alas del pico de lanzamiento	$t_f = 2 \text{ cm}$
Espesor de las almas del pico de lanzamiento	$t_w = 1.5 \text{ cm}$

Tabla 6.6.8.1. Valores de las variables de diseño transformadas en constantes.

Los resultados mostrados en la Tabla 6.6.8.2 corresponden a la optimización del problema con ocho variables de diseño partiendo desde tres diseños distintos y calculando con los tres algoritmos de optimización que han sido incorporados al programa informático.

	Diseño inicial 1			Diseño inicial 2			Diseño inicial 3		
	Mét. 1	Mét. 2	Mét. 3	Mét. 1	Mét. 2	Mét. 3	Mét. 1	Mét. 2	Mét. 3
<b>Diseño Inicial</b>	$(H)_0 = 3 \text{ m}$ , $(e_s)_0 = 0.5 \text{ m}$ $(e_i)_0 = 0.5 \text{ m}$ , $(e_a)_0 = 0.5 \text{ m}$ $(L_N)_0 = 24 \text{ m}$ , $(h_N)_0 = 1 \text{ m}$ $(P_F)_0 = 40 \text{ MN}$ , $(P_D)_0 = 30 \text{ MN}$			$(H)_0 = 2.5 \text{ m}$ , $(e_s)_0 = 0.3 \text{ m}$ $(e_i)_0 = 0.3 \text{ m}$ , $(e_a)_0 = 0.3 \text{ m}$ $(L_N)_0 = 20 \text{ m}$ , $(h_N)_0 = 0.8 \text{ m}$ $(P_F)_0 = 20 \text{ MN}$ , $(P_D)_0 = 28 \text{ MN}$			$(H)_0 = 4 \text{ m}$ , $(e_s)_0 = 0.4 \text{ m}$ $(e_i)_0 = 0.4 \text{ m}$ , $(e_a)_0 = 0.4 \text{ m}$ $(L_N)_0 = 30 \text{ m}$ , $(h_N)_0 = 4 \text{ m}$ $(P_F)_0 = 50 \text{ MN}$ , $(P_D)_0 = 20 \text{ MN}$		
<b>Llamadas</b>	131	56	84	339	75	150	219	84	138
<b>Iteraciones</b>	8	6	8	13	8	14	9	9	13
<b>F. obj. [€]</b>	652522	655625	649181	650248	654425	649289	669808	652105	649132
<b><math>H</math> [m]</b>	3.13	3.47	3.08	3.28	3.48	3.08	3.35	3.39	3.10
<b><math>e_s</math> [m]</b>	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
<b><math>e_i</math> [m]</b>	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
<b><math>e_a</math> [m]</b>	0.44	0.44	0.45	0.44	0.44	0.45	0.44	0.44	0.45
<b><math>L_N</math> [m]</b>	26.53	28.18	25.78	25.75	26.06	26.00	28.18	26.67	25.69
<b><math>h_N</math> [m]</b>	0.98	0.51	0.50	0.77	0.53	0.50	3.35	0.50	0.50
<b><math>P_F</math> [MN]</b>	41.93	40.48	42.03	40.89	40.17	42.08	39.96	41.55	41.95
<b><math>P_D</math> [MN]</b>	30.63	29.40	30.97	29.97	29.50	30.97	29.18	29.63	30.89

Tabla 6.6.8.2. Resultados de la optimización con 8 variables de diseño.

Se corroboran las conclusiones indicadas en los apartados anteriores. La función objetivo óptima da un resultado del orden de 649200 €.

## 6.7 OPTIMIZACIÓN CON EL CONJUNTO COMPLETO DE VARIABLES DE DISEÑO.

En el Capítulo 5 se formuló y desarrolló completamente el proceso de optimización conjunta de la sección transversal y las fuerzas de pretensado de puentes lanzados de hormigón para lograr que el coste total de su construcción fuese el mínimo posible.

Después de optimizar en los apartados anteriores problemas con subconjuntos reducidos de las variables de diseño, el próximo objetivo es resolver numéricamente ejemplos representativos del problema completo planteado con un tamaño de 10 variables de diseño y 15 condiciones de optimización.

La situación ideal sería lograr afinar el programa informático desarrollado que resuelve el problema de optimización completo, de tal modo que se pudiese hallar el resultado buscado con la mínima intervención posible del diseñador. La pretensión sería independizar el resultado final del diseño inicial y del algoritmo de optimización empleado, así como de sus parámetros básicos.

También se tratará de dar respuesta al fenómeno que se apreció en los apartados anteriores según el cual, el canto del extremo frontal del pico de lanzamiento  $h_N$  no experimenta, en contra de lo esperado, variaciones significativas a lo largo del proceso de optimización en algunas situaciones, efecto que podemos denominar como de insensibilidad a la variación de  $h_N$ .

Hasta el momento, todos los ejemplos de optimización resueltos en este capítulo consideraron un número concreto y constante de segmentos del tablero de hormigón con pretensado frontal ( $n_{spf} = 4$ ). Resultará interesante identificar *a priori* y justificar el valor más adecuado de esta variable discontinua y estudiar su influencia en los resultados óptimos.

Por último, se analizará la variación del diseño óptimo al cambiar los precios de los materiales de construcción y se observará la influencia que tienen éstos sobre las dimensiones de los distintos componentes de un puente lanzado: tablero de hormigón, pretensado centrado y pico de lanzamiento.



### 6.7.1 Resolución del problema.

En el Capítulo 5 se propuso un diseño inicial (ecuaciones 5.43 a 5.54) obtenido a partir de la recopilación estadística de datos de obras previas similares según la bibliografía de referencia <sup>[B1]</sup> <sup>[G1]</sup> <sup>[R1]</sup>, por lo cual es de esperar que sea un diseño muy ajustado y eficiente, pues no en vano se apoya en la experiencia acumulada durante más de 40 años de utilización del método de lanzamiento incremental de puentes de hormigón.

Si se comprueba el diseño propuesto, efectivamente resulta ser muy ajustado, sin embargo no es válido pues incumple las condiciones  $g_1$  (5.62) y  $g_3$  (5.64), es decir, las tracciones superan el valor permitido en las fibras superior e inferior de la sección transversal en la zona de pretensado dorsal. En todo caso, este hecho no supone un problema para que el diseño sea utilizado de partida por la aplicación PULO, pues todos los algoritmos de optimización implementados en él permiten partir de diseños inválidos.

Los parámetros básicos de configuración para establecer los criterios de convergencia y de cumplimiento de las condiciones, empleados por defecto en los métodos de optimización, son los mismos que se indicaron en el Apartado 6.5.1 y se muestran en la Tabla 6.7.1.1.

Parámetro	Valor
ITMAX	100
ITRMOP	2
DABOBJ	$\max[0.0001 * F(0), 10^{-20}]$
DELOBJ	0.001
CT	-0.03
CTMIN	0.003
IGRAD	0

Tabla 6.7.1.1. Parámetros básicos de los algoritmos de optimización.

En la Tabla 6.7.1.2 se presentan los resultados de la optimización, obtenidos mediante el programa informático PULO partiendo desde el diseño inicial propuesto y calculando para los tres algoritmos de optimización considerados con los parámetros por defecto.

Aquí y en adelante, se ha adoptado como longitud de avance durante el empuje entre dos configuraciones de cálculo consecutivas:

$$\Delta L_a = 10 \text{ cm} \quad (6.31)$$

	Diseño Inicial	Método 1	Método 2	Método 3
<b>Llamadas a PULMOD</b>	-	195	45	114
<b>Iteraciones</b>	-	13	4	9
<b>Función objetivo [€]</b>	679570	641614	645336	641887
<b><math>H</math> [m]</b>	2.88	3.11	3.17	3.23
<b><math>e_s</math> [m]</b>	0.24	0.25	0.25	0.25
<b><math>e_i</math> [m]</b>	0.26	0.25	0.25	0.25
<b><math>e_a</math> [m]</b>	0.49	0.44	0.44	0.44
<b><math>L_N</math> [m]</b>	28.60	25.80	28.40	24.93
<b><math>h_N</math> [m]</b>	1.44	1.43	0.85	0.52
<b><math>t_f</math> [cm]</b>	2.0	1.4	1.1	1.4
<b><math>t_w</math> [cm]</b>	2.0	1.0	1.0	1.0
<b><math>P_F</math> [MN]</b>	44.82	42.93	44.69	44.08
<b><math>P_D</math> [MN]</b>	30.91	30.88	31.13	30.74

Tabla 6.7.1.2. Resultados de la optimización con 10 variables de diseño.

Estos resultados indican que aunque el método 2 o método de secuencia de problemas lineales es el más rápido de los tres en converger, no alcanza en este caso el mínimo. Por su parte, los métodos 1 y 3 alcanzan un coste mínimo muy similar, pero no se corresponden con el mismo diseño. Así, el pico de lanzamiento resultante con el método 1 es más largo y rígido que el obtenido con el método 3 pero a cambio el tablero necesita una menor fuerza de pretensado en su zona frontal.

En cualquier caso se comprueba, al igual que ya se concluyó en los apartados previos de este capítulo, que los espesores de las losas superior e inferior del tablero y el de las almas del pico de lanzamiento se reducen a su límite inferior. Además, el espesor de las almas del tablero disminuye hasta un mínimo impuesto por su resistencia a cortante.

El fenómeno de insensibilidad a la variación del canto del pico de lanzamiento en el extremo frontal  $h_N$  se aprecia al optimizar con el método 1 o método modificado de las direcciones eficientes, mientras que no sucede así con el método 3 o método de

secuencia de problemas cuadráticos. Sin embargo, la existencia de este problema no impide que el método 1 alcance un buen diseño de coste mínimo.

Se puede emplear el método de diferencias finitas centradas ( $IGRAD=-1$ ) para aumentar la precisión en el cálculo de los gradientes de la función objetivo y de las condiciones de optimización. Con este cambio, los resultados que se obtienen son los mostrados en la Tabla 6.7.1.3, que son semejantes a los obtenidos mediante diferencias finitas anteriores pero, como era de esperar, con la diferencia de que el número de llamadas necesarias al módulo PULMOD casi se dobla, es decir, el tiempo de cálculo aproximadamente se duplica.

	Diseño Inicial	Método 1	Método 2	Método 3
<b>Llamadas a PULMOD</b>	-	293	85	205
<b>Iteraciones</b>	-	12	4	9
<b>Función objetivo [€]</b>	679570	641703	645333	642108
<b><math>H</math> [m]</b>	2.88	3.13	3.17	3.22
<b><math>e_s</math> [m]</b>	0.24	0.25	0.25	0.25
<b><math>e_i</math> [m]</b>	0.26	0.25	0.25	0.25
<b><math>e_a</math> [m]</b>	0.49	0.44	0.44	0.44
<b><math>L_N</math> [m]</b>	28.60	25.69	28.40	24.95
<b><math>h_N</math> [m]</b>	1.44	1.43	0.85	0.52
<b><math>t_f</math> [cm]</b>	2.0	1.3	1.1	1.5
<b><math>t_w</math> [cm]</b>	2.0	1.0	1.0	1.0
<b><math>P_F</math> [MN]</b>	44.82	43.18	44.69	43.83
<b><math>P_D</math> [MN]</b>	30.91	30.89	31.13	30.76

Tabla 6.7.1.3. Resultados de la optimización con 10 variables de diseño ( $IGRAD=-1$ ).

Para aumentar la precisión de la solución y lograr que las condiciones de optimización se cumplan de forma más estricta se pueden ajustar los parámetros que gobiernan la convergencia en el óptimo de los algoritmos. Para ello, se eligen los valores de la Tabla 6.7.1.4. Los resultados con estos parámetros modificados se presentan en la Tabla 6.7.1.5.

Con el método 3 o secuencia de problemas cuadráticos no se logra alcanzar un diseño válido que cumpla las condiciones numéricas tan estrictas que se han impuesto:

$$g_i \leq (CTMIN = 0.0001) \quad (6.32)$$

Parámetro	Valor
ITMAX	100
ITRMOP	3
DABOBJ	10
DELOBJ	0.0001
CT	-0.001
CTMIN	0.0001
IGRAD	-1

Tabla 6.7.1.4. Parámetros mejorados de los algoritmos de optimización.

	Diseño Inicial	Método 1	Método 2	Método 3
Llamadas a PULMOD	-	680	106	725
Iteraciones	-	20	5	32
Función objetivo [€]	679570	642645	644706	-
$H$ [m]	2.88	3.10	3.17	-
$e_s$ [m]	0.24	0.25	0.25	-
$e_i$ [m]	0.26	0.25	0.25	-
$e_a$ [m]	0.49	0.44	0.44	-
$L_N$ [m]	28.60	25.79	28.46	-
$h_N$ [m]	1.44	1.43	0.85	-
$t_f$ [cm]	2.0	1.5	1.0	-
$t_w$ [cm]	2.0	1.0	1.0	-
$P_F$ [MN]	44.82	42.98	44.73	-
$P_D$ [MN]	30.91	30.98	31.08	-

Tabla 6.7.1.5. Resultados de la optimización con 10 variables de diseño.

Con los métodos 1 y 2 se alcanzan unos resultados prácticamente idénticos a los anteriores, obtenidos con los parámetros por defecto, pero son mucho más precisos, como se puede comprobar observando los valores de las condiciones (Tabla 6.7.1.6). Son activas las condiciones  $g_3$  (5.64),  $g_6$  (5.67) y  $g_7$  (5.68) pues cumplen:

$$(CT = 0.001) \leq g_i \leq (CTMIN = 0.0001) \quad (6.33)$$

que corresponden, respectivamente, con las limitaciones de tracción en la fibra inferior en la zona dorsal, de agotamiento del alma por tracción en la zona dorsal y de tracción en la fibra superior en la zona frontal. El método 3 no converge porque llega a un diseño que no logra mejorar y a la vez cumplir la condición  $g_6$  (5.67).

Condición	Método 1	Método 2	Método 3
$g_1$	-0.08737379	-0.09528600	-0.09424993
$g_2$	-0.74219284	-0.74311438	-0.74793394
$g_3$	0.00009239	-0.00037099	-0.00019827
$g_4$	-0.61770039	-0.62175498	-0.62962074
$g_5$	-0.71938478	-0.72034107	-0.72329792
$g_6$	0.00006657	-0.00009674	0.00028998
$g_7$	0.00003055	-0.00009615	0.00001919
$g_8$	-0.64631801	-0.64025441	-0.64886786
$g_9$	-0.03287372	-0.08084800	-0.06718714
$g_{10}$	-0.44176088	-0.42433335	-0.44219175
$g_{11}$	-0.66674992	-0.66756712	-0.67128856
$g_{12}$	-0.00538762	-0.02564818	-0.01866148
$g_{13}$	-0.35684729	-0.36423969	-0.37183686
$g_{14}$	-0.23533274	-0.12542589	-0.27950165
$g_{15}$	-0.53983524	-0.73066066	-0.82880784

Tabla 6.7.1.6. Valores de las condiciones proporcionados por PULO.

A la vista de lo expuesto hasta este punto, se pueden extraer algunas conclusiones:

- de los tres algoritmos de optimización implementados en el programa PULO, el que mejor funciona es el método 1 o método modificado de direcciones eficientes, porque el método 2 converge a diseños peores y el método 3 sufre problemas de convergencia si se ajustan los parámetros por defecto para obtener resultados más precisos,
- usando el método 1 surge el problema de la insensibilidad a la variación del canto del pico en el extremo  $h_N$ ,
- es muy conveniente utilizar como punto de partida un diseño basado en la experiencia y por lo tanto próximo al óptimo, porque reducirá el número de iteraciones necesarias y el tiempo de cálculo, aunque no sea indispensable para alcanzar la solución deseada,
- el ahorro de costes o, lo que es lo mismo, la mejora del diseño supone un 5.43%, lo cual es una cantidad muy considerable si se tiene en cuenta que se partió de un diseño muy ajustado y avalado por la experiencia. En cualquier caso, el ahorro dependerá en gran medida de los precios de los materiales.

A continuación se muestran las gráficas de evolución de la función objetivo (Figura 6.7.1.1), las 10 variables de diseño (Figura 6.7.1.2 a Figura 6.7.1.11) y de las condiciones de optimización (Figura 6.7.1.12) calculando con el método 1 desde el diseño inicial propuesto. Una vez se encuentra un diseño válido, la función objetivo siempre es decreciente.

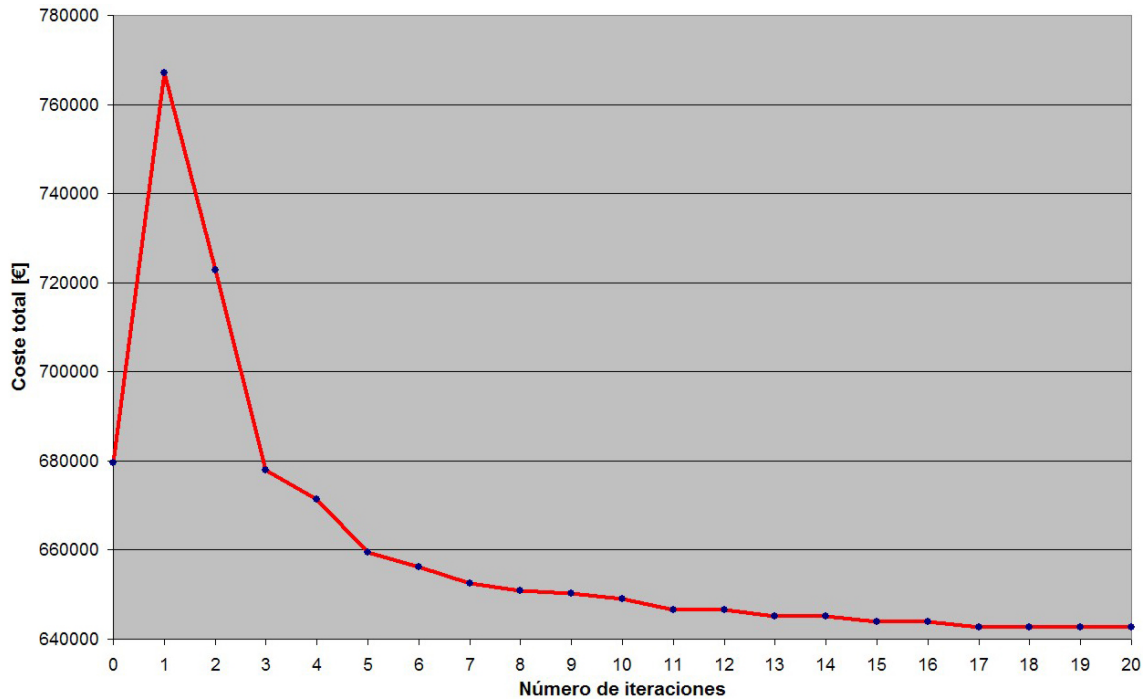


Figura 6.7.1.1. Evolución de la función objetivo durante el proceso de optimización.

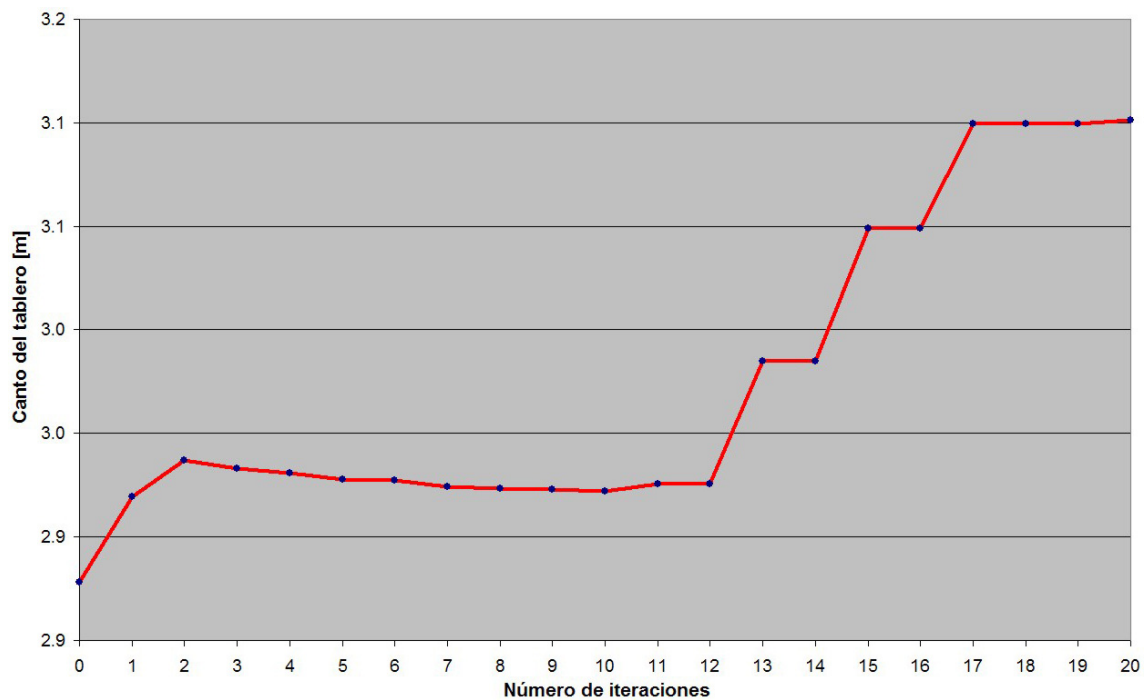


Figura 6.7.1.2. Evolución del canto del tablero durante el proceso de optimización.

Los espesores de las losas superior e inferior del tablero de hormigón se reducen a su valor mínimo (6.29 y 6.30).

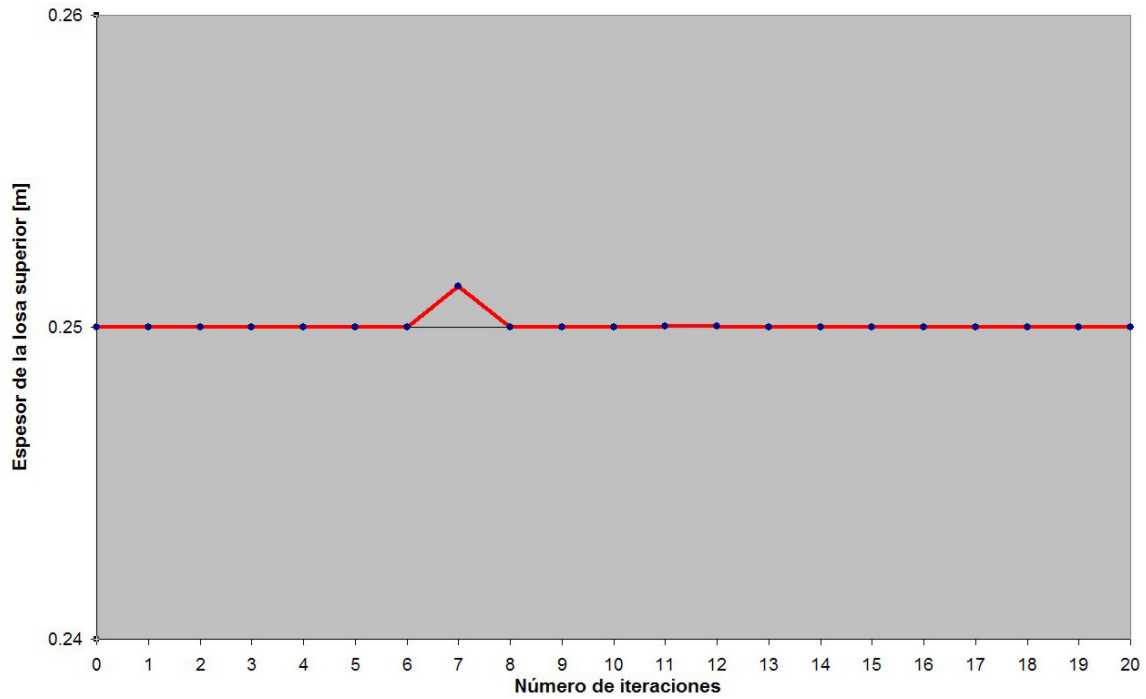


Figura 6.7.1.3. Evolución del espesor de la losa superior del tablero durante el proceso de optimización.

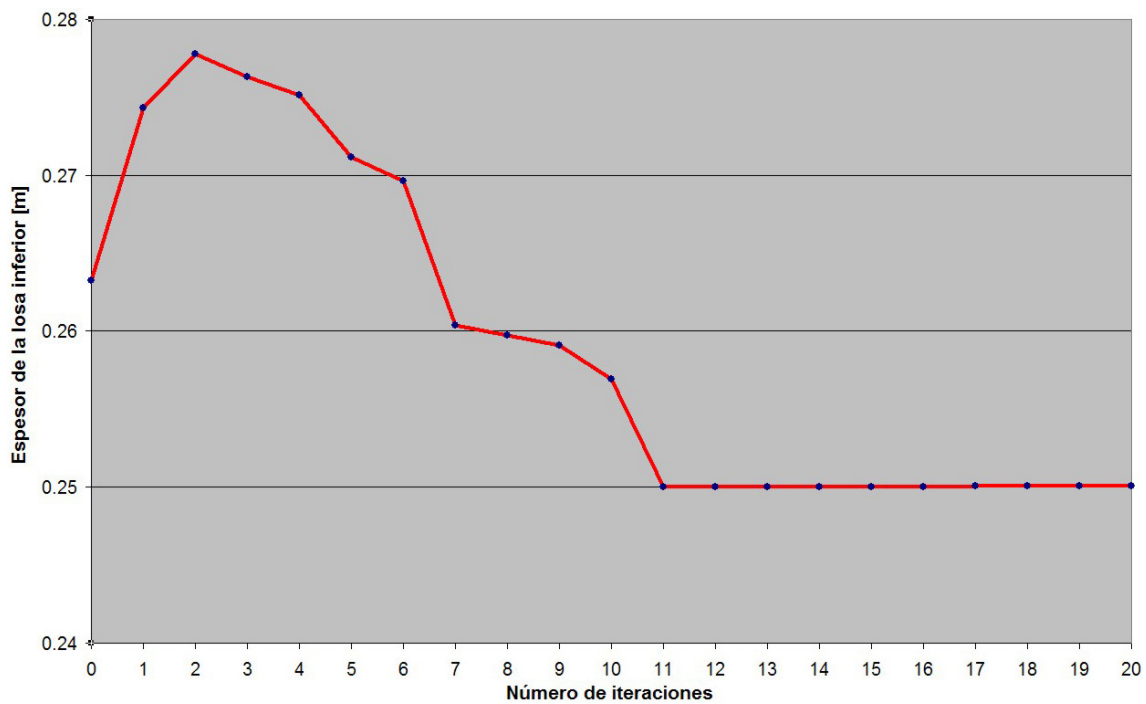


Figura 6.7.1.4. Evolución del espesor de la losa inferior del tablero durante el proceso de optimización.

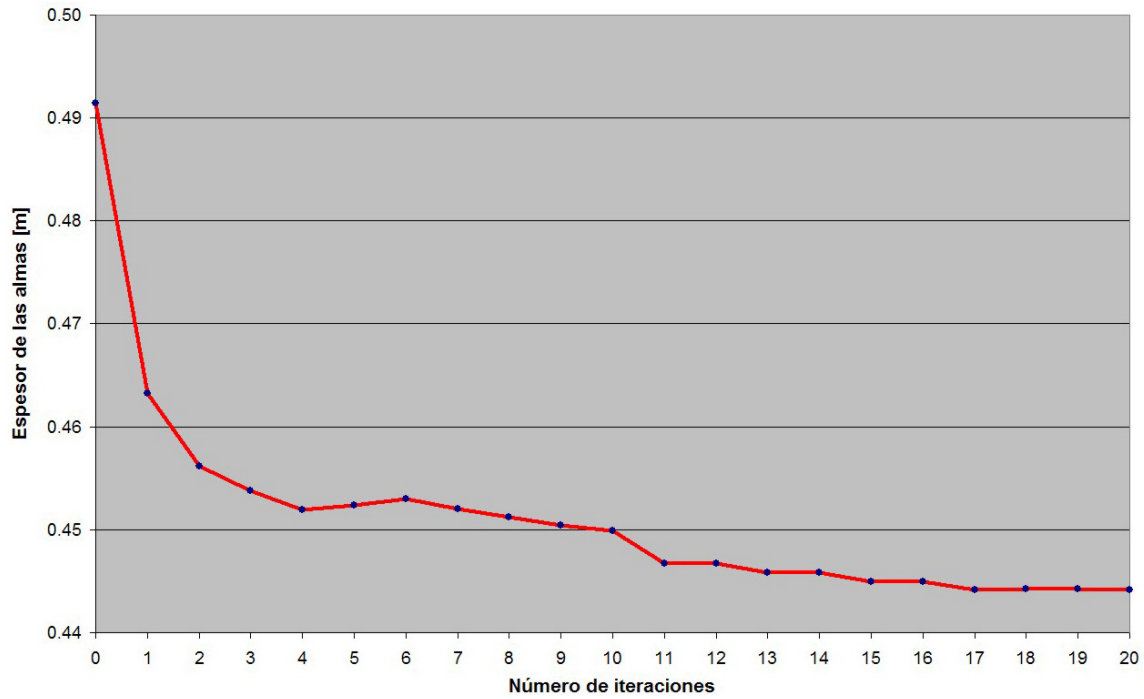


Figura 6.7.1.5. Evolución del espesor de las almas del tablero durante el proceso de optimización.

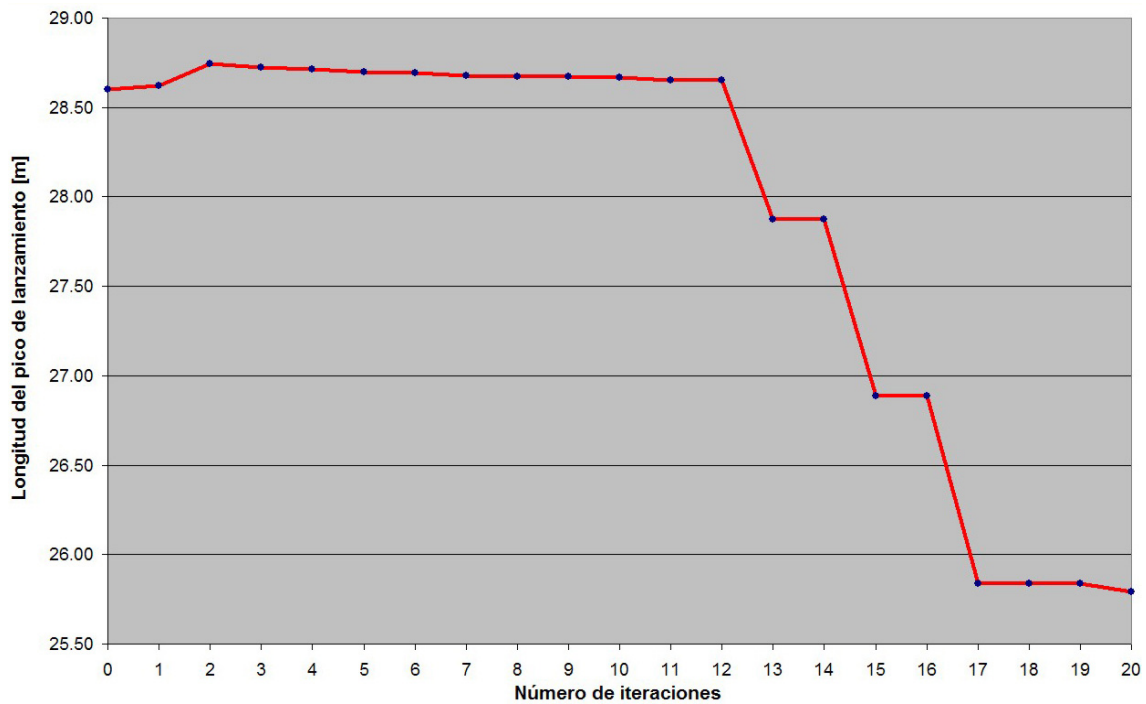


Figura 6.7.1.6. Evolución de la longitud del pico de lanzamiento durante el proceso de optimización.

La evolución del canto del pico en el extremo frontal  $h_N$  (Figura 6.7.1.7) es muy similar a la que experimenta la longitud del pico de lanzamiento  $L_N$  (Figura 6.7.1.6), sin embargo, la variación a lo largo del proceso de optimización es muy pequeña, a penas un 0.84% (1.2 cm).



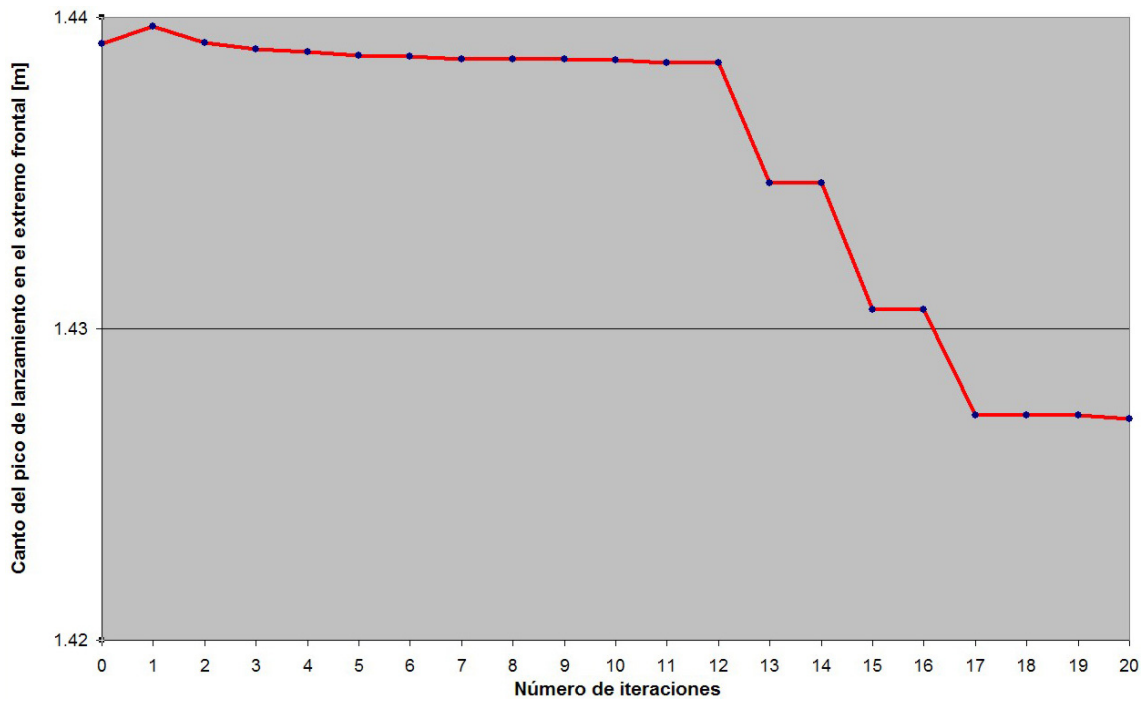


Figura 6.7.1.7. Evolución del canto del pico en el extremo frontal durante el proceso de optimización.

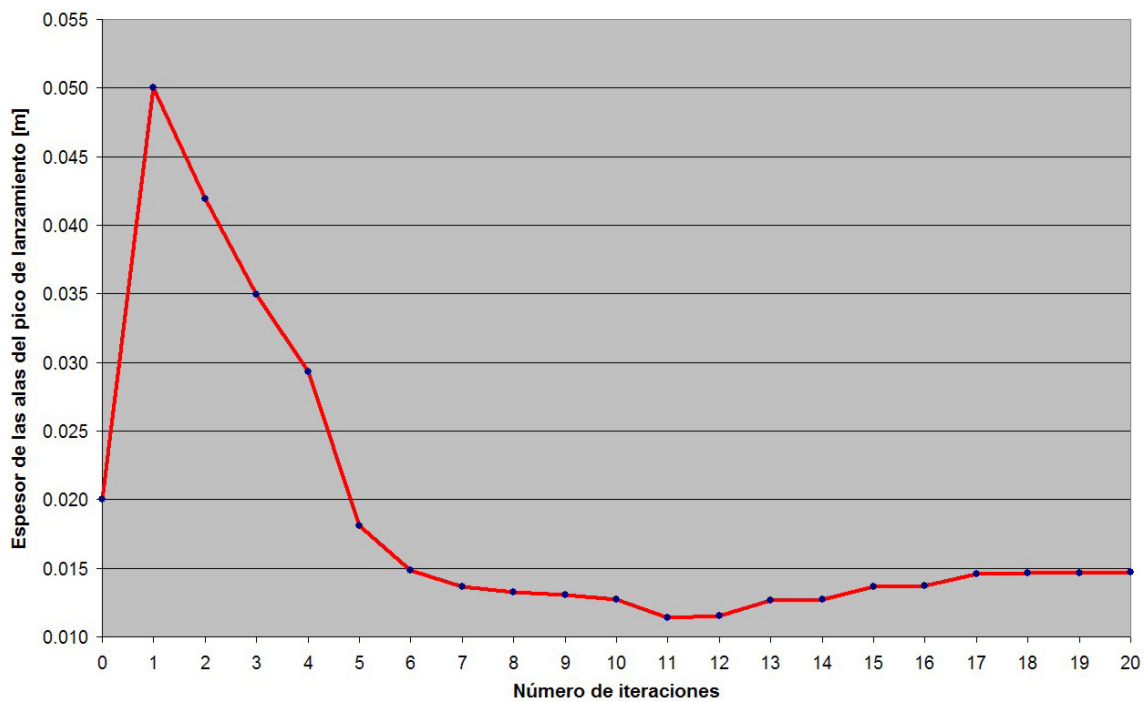


Figura 6.7.1.8. Evolución del espesor de las alas el pico durante el proceso de optimización.

El espesor de las alas del pico de lanzamiento se reduce al mínimo valor posible (6.27).

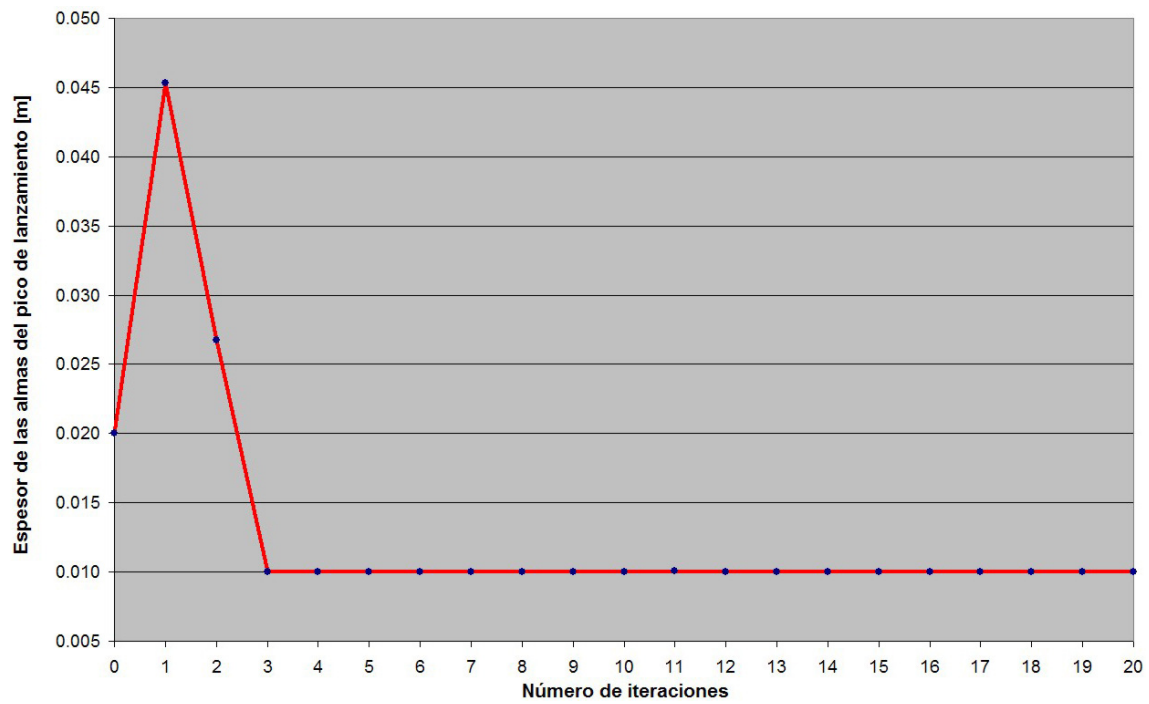


Figura 6.7.1.9. Evolución del espesor de las almas del pico durante el proceso de optimización.

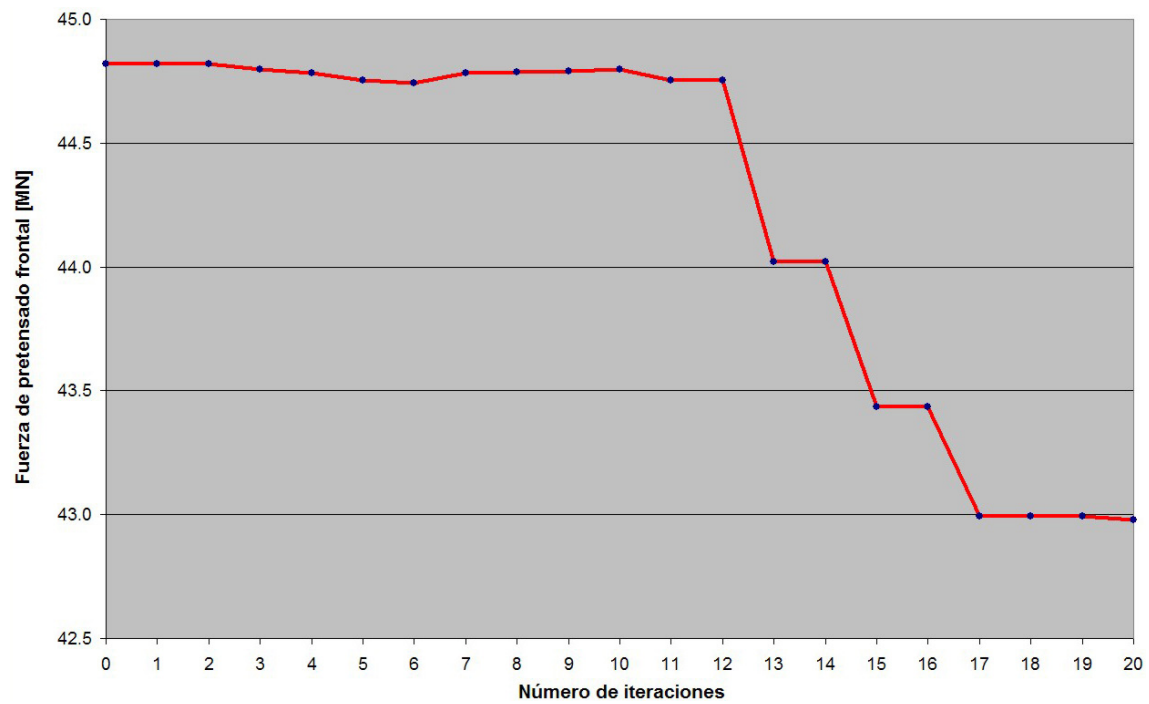


Figura 6.7.1.10. Evolución de la fuerza de pretensado frontal durante el proceso de optimización.

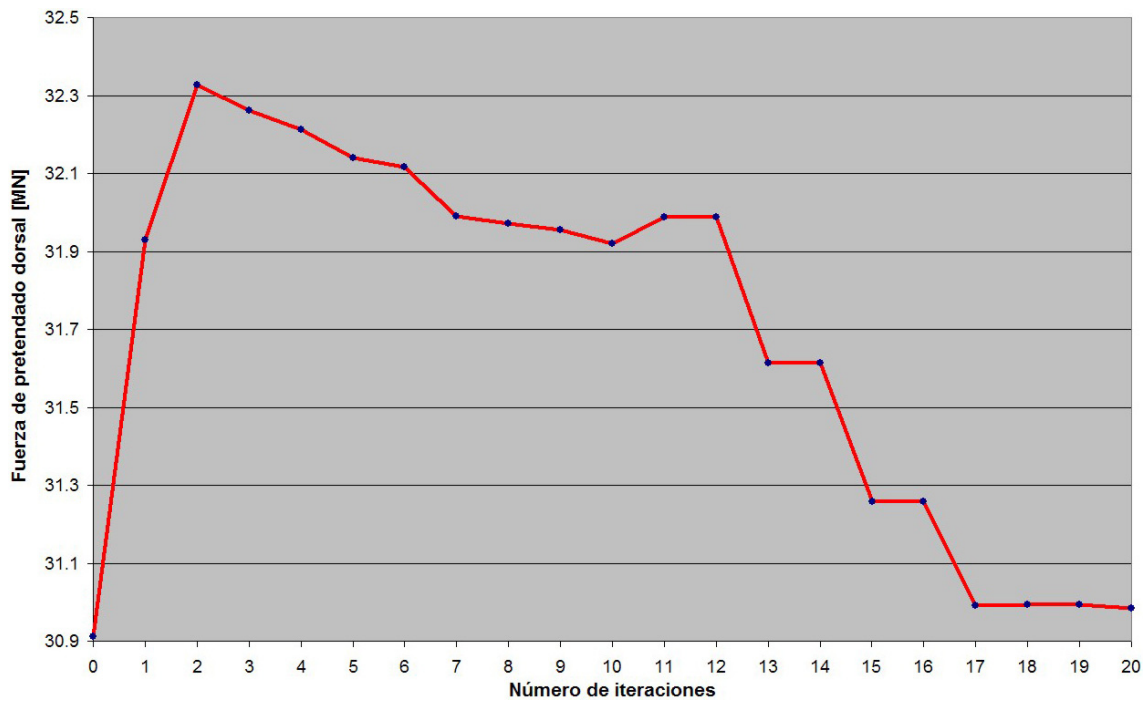


Figura 6.7.1.11. Evolución de la fuerza de pretensado dorsal durante el proceso de optimización.

Como ya se indicó al principio de este apartado, en la evolución de las condiciones durante la optimización (Figura 6.7.1.12) se puede apreciar que el diseño inicial no cumple las condiciones  $g_1$  (5.62) y  $g_3$  (5.64).

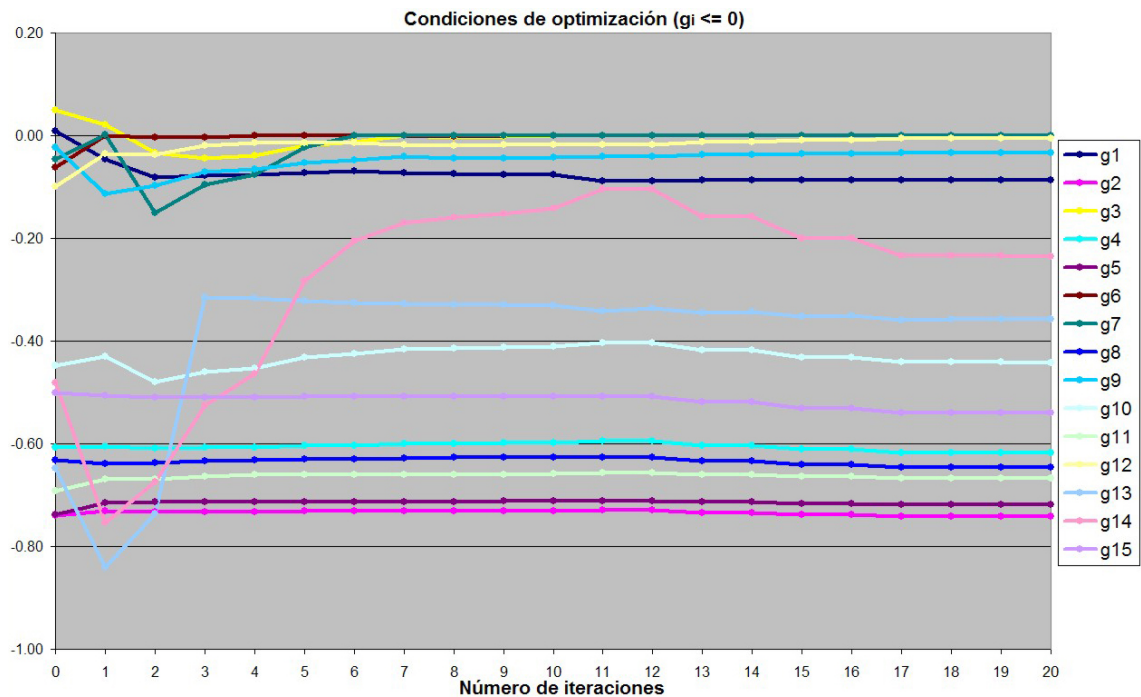


Figura 6.7.1.12. Evolución de las condiciones durante el proceso de optimización.

En la Tabla 6.7.1.7 se muestran los costes, y sus porcentajes respecto del total, de cada elemento componente del puente lanzado óptimo de ejemplo que se ha resuelto en este apartado utilizando el método modificado de direcciones eficientes.

	Coste [€]	% / total
<b>Puente completo</b>	642645	100.0
<b>Tablero de hormigón</b>	304605	47.4
<b>zona dorsal</b>	263903	41.1
<b>zona frontal</b>	40701	6.3
<b>Pico de lanzamiento</b>	33147	5.2
<b>Pretensado</b>	304893	47.4
<b>zona dorsal</b>	251161	39.1
<b>zona frontal</b>	53732	8.4

Tabla 6.7.1.7. Composición porcentual de un puente lanzado óptimo.

Se observa que el pico de lanzamiento sólo representa el 5.2% del coste total del puente pero evita el uso de más pretensado en la zona frontal que sí tiene un peso importante en el coste total (8.4%). Además, esto se hace más patente en puentes cortos, donde la zona frontal gana representación.

### 6.7.2 Insensibilidad a la variación de $h_N$ .

En los apartados anteriores se ha identificado una singularidad en el proceso de optimización numérica cuando se emplea el método modificado de direcciones eficientes. La anomalía consiste en que una variable de diseño, en este caso el canto del pico de lanzamiento en el extremo  $h_N$ , no experimenta una variación significativa a lo largo del proceso de optimización en contra de lo esperado. Este problema se observa independientemente del valor inicial que adopte esta variable. Mientras, el resto de variables de diseño se “adaptan” a distintos óptimos según el valor inicial que tome  $h_N$ , así si el canto del pico en el extremo es elevado, y por lo tanto, el pico es rígido se necesitará menor pretensado frontal y menor longitud de pescante, y viceversa.

Este comportamiento es debido a que esta variable de diseño convierte algunas condiciones de optimización en funciones extremadamente no lineales. Este problema no aparece cuando se emplean los métodos de secuencia de problemas lineales o

cuadráticos (métodos 2 y 3) porque estos algoritmos representan las condiciones de optimización mediante sus aproximaciones lineales.

Una posible solución es reformular esta variable de diseño dividiéndola por un factor, de modo que los gradientes de las condiciones de optimización activas respecto de esta variable de diseño estén afectadas por el mismo factor, logrando que los órdenes de magnitud de estos gradientes se asemejen entre si en mayor medida y la variable se modifique durante la optimización.

En la Tabla 6.7.2.1 se presentan los resultados obtenidos para distintos valores del factor que divide a la variable de diseño  $h_N$ . El algoritmo de optimización empleado es el método 1 con los parámetros definidos en la Tabla 6.7.1.4 y con el paso de empuje igual a 10 cm (6.31).

Inicial	Factor	1000	100	10	1	0.1	0.01	0.001	0.0001
-	Llam.	681	680	680	680	811	1199	502	129
-	Iterac.	20	20	20	20	22	36	17	12
679570	Coste [€]	642658	642652	642645	642645	642154	642033	645472	-
2.88	$H$ [m]	3.10	3.10	3.10	3.10	3.15	3.21	2.93	-
0.24	$e_s$ [m]	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	-
0.26	$e_i$ [m]	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	-
0.49	$e_a$ [m]	0.44	0.44	0.44	0.44	0.44	0.44	0.45	-
28.60	$L_N$ [m]	25.80	25.79	25.80	25.80	25.43	25.33	28.56	-
1.44	$h_N$ [m]	1.44	1.43	1.43	1.43	0.95	0.91	0.58	-
2.0	$t_f$ [cm]	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	-
2.0	$t_w$ [cm]	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	-
44.82	$P_F$ [MN]	42.97	42.98	42.98	42.98	43.33	43.22	44.71	-
30.91	$P_D$ [MN]	30.98	30.98	30.98	30.98	30.90	30.67	31.98	-

Tabla 6.7.2.1. Resultados de la optimización multiplicando  $h_N$  por un factor.

Según estos resultados, los factores menores a la unidad permiten sortear el problema de insensibilidad a la variación que presentaba  $h_N$ , sin embargo, valores inferiores a 0.001 no permiten alcanzar el mínimo global o incluso no consiguen obtener un resultado válido. No se puede saber *a priori* qué valor del factor es más aconsejable.

En cualquier caso, un factor igual a 0.01 permite mejorar los resultados y obtener una reducción de costes todavía mayor del 5.52%. En las gráficas siguientes se muestra la evolución de la función objetivo (Figura 6.7.2.1), las variables de diseño (Figura 6.7.2.2 a Figura 6.7.2.11) y las condiciones (Figura 6.7.2.12) a lo largo del proceso de optimización, usando un factor igual a 0.01.

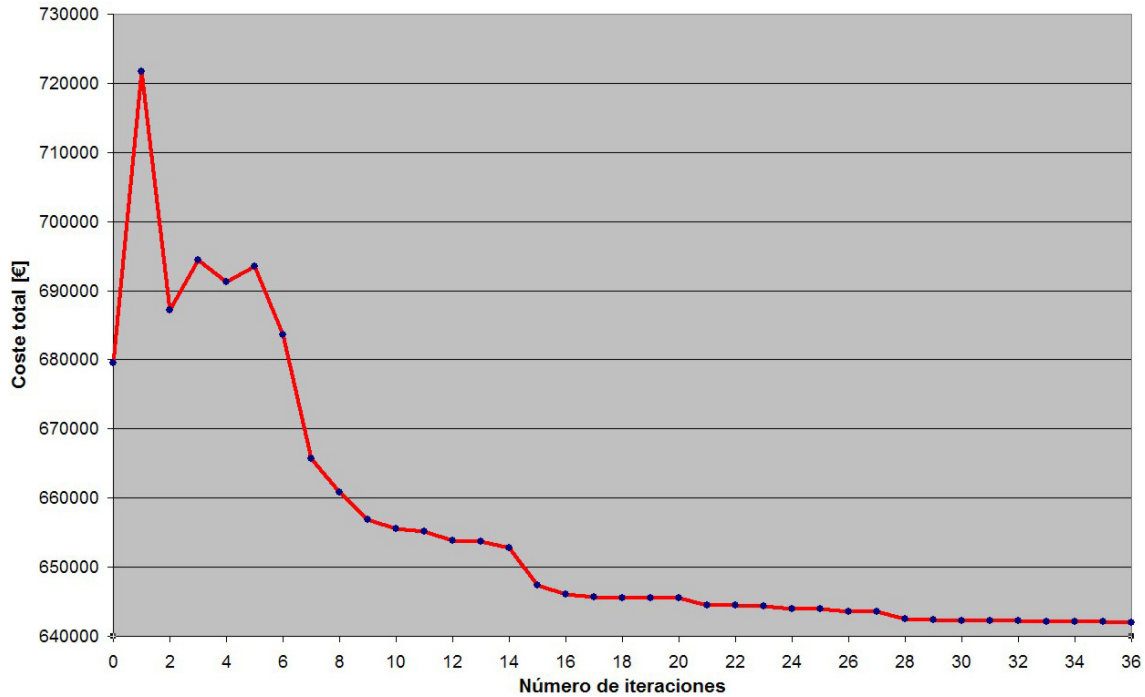


Figura 6.7.2.1. Evolución de la función objetivo durante el proceso de optimización.

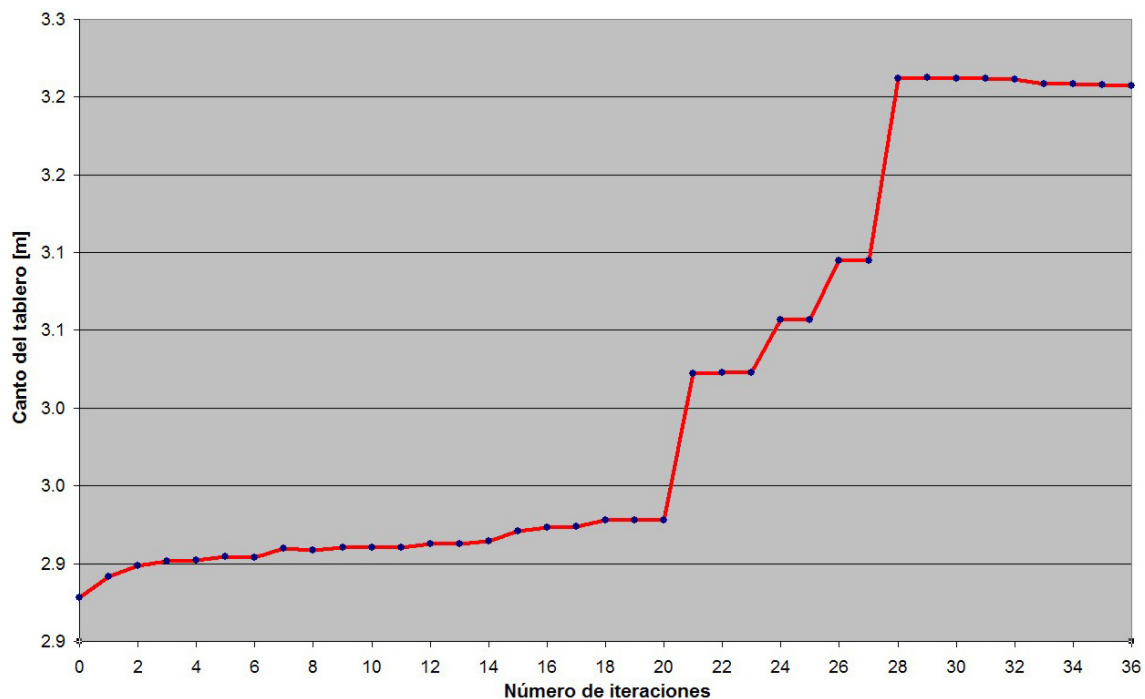


Figura 6.7.2.2. Evolución del canto del tablero durante el proceso de optimización.

Los espesores de las losas superior e inferior del tablero de hormigón se reducen a su valor mínimo (6.29 y 6.30).

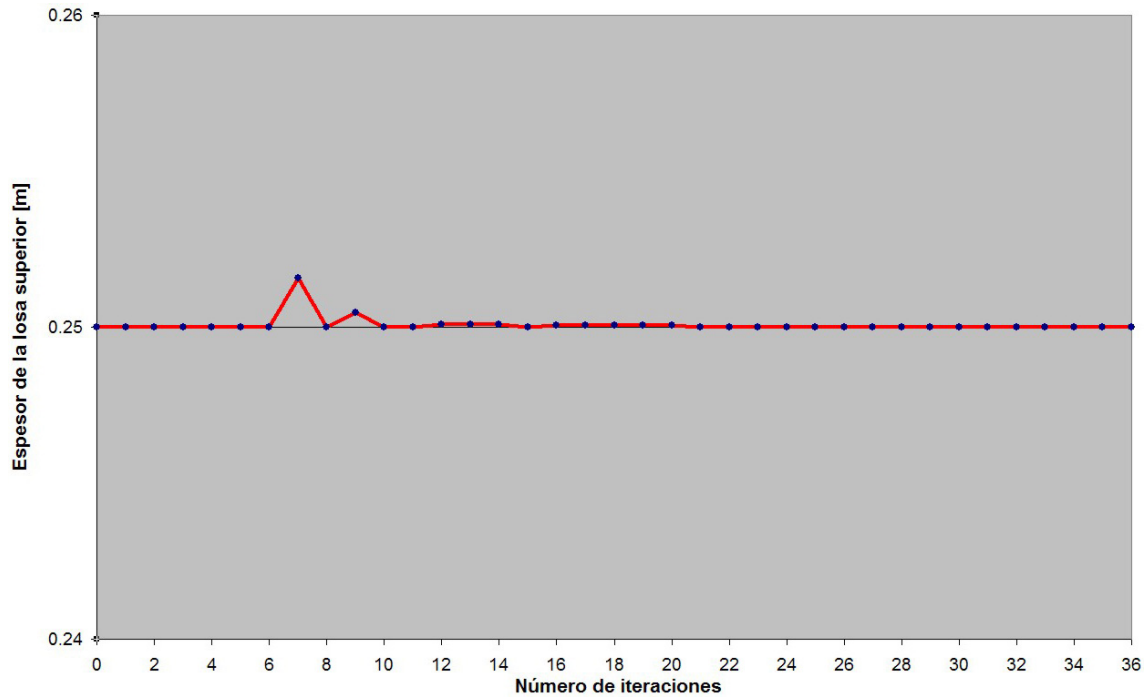


Figura 6.7.2.3. Evolución del espesor de la losa superior del tablero durante el proceso de optimización.

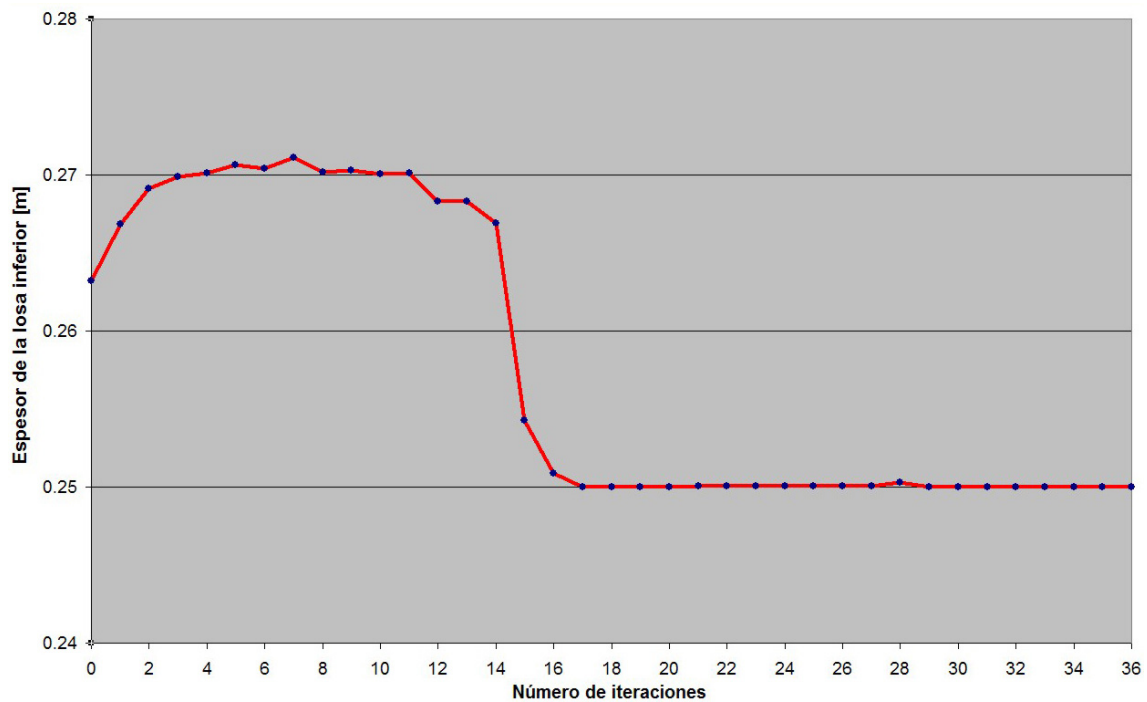


Figura 6.7.2.4. Evolución del espesor de la losa inferior del tablero durante el proceso de optimización.

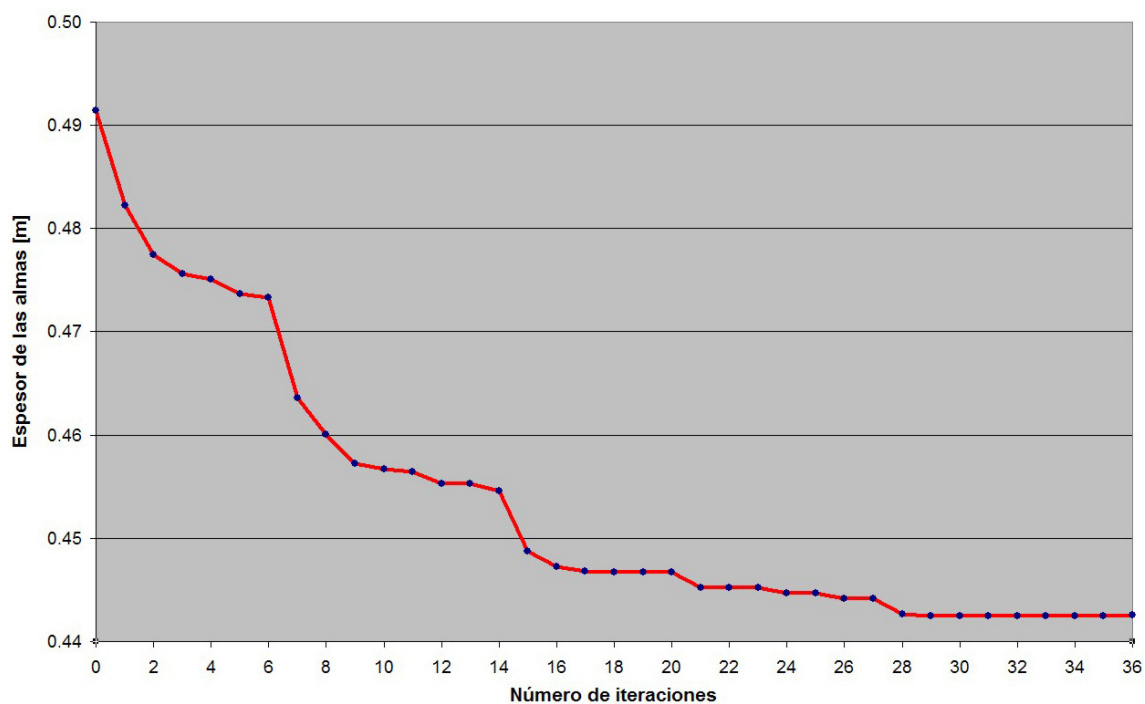


Figura 6.7.2.5. Evolución del espesor de las almas del tablero durante el proceso de optimización.

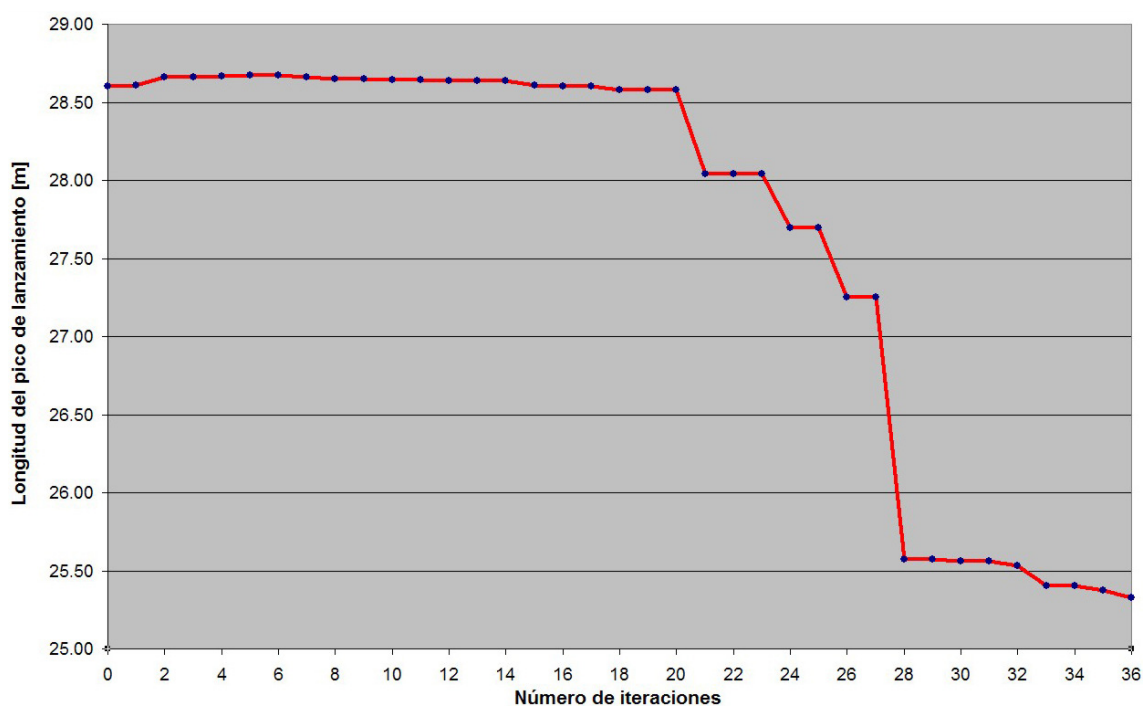


Figura 6.7.2.6. Evolución de la longitud del pico de lanzamiento durante el proceso de optimización.



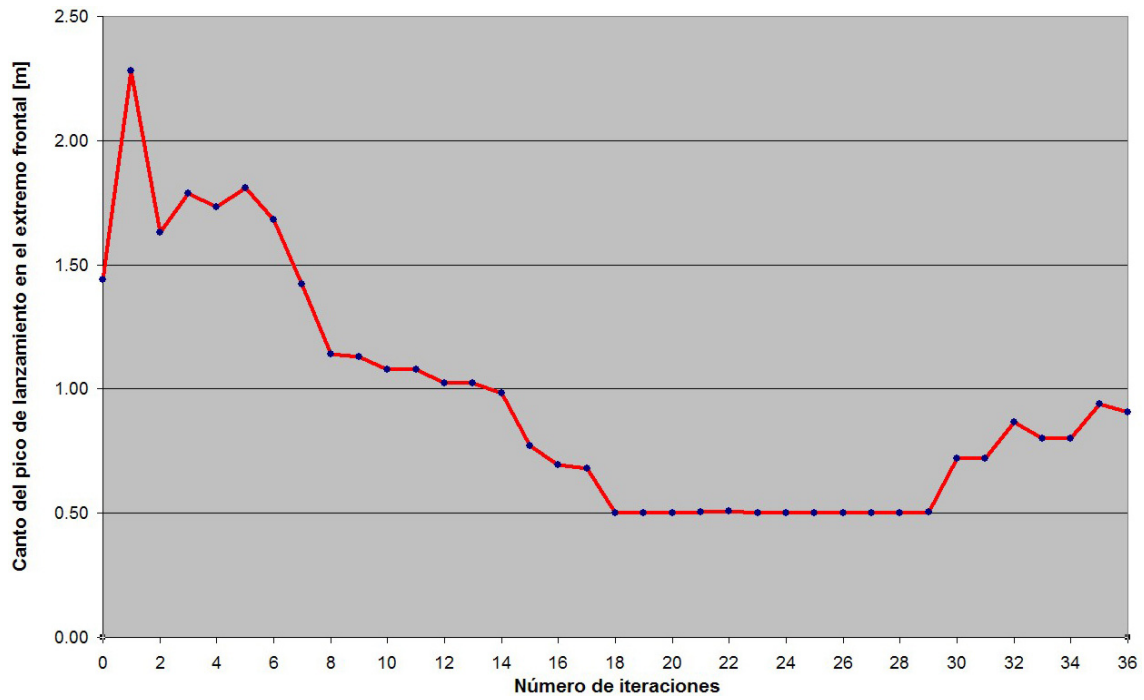


Figura 6.7.2.7. Evolución del canto del pico en el extremo frontal durante el proceso de optimización.

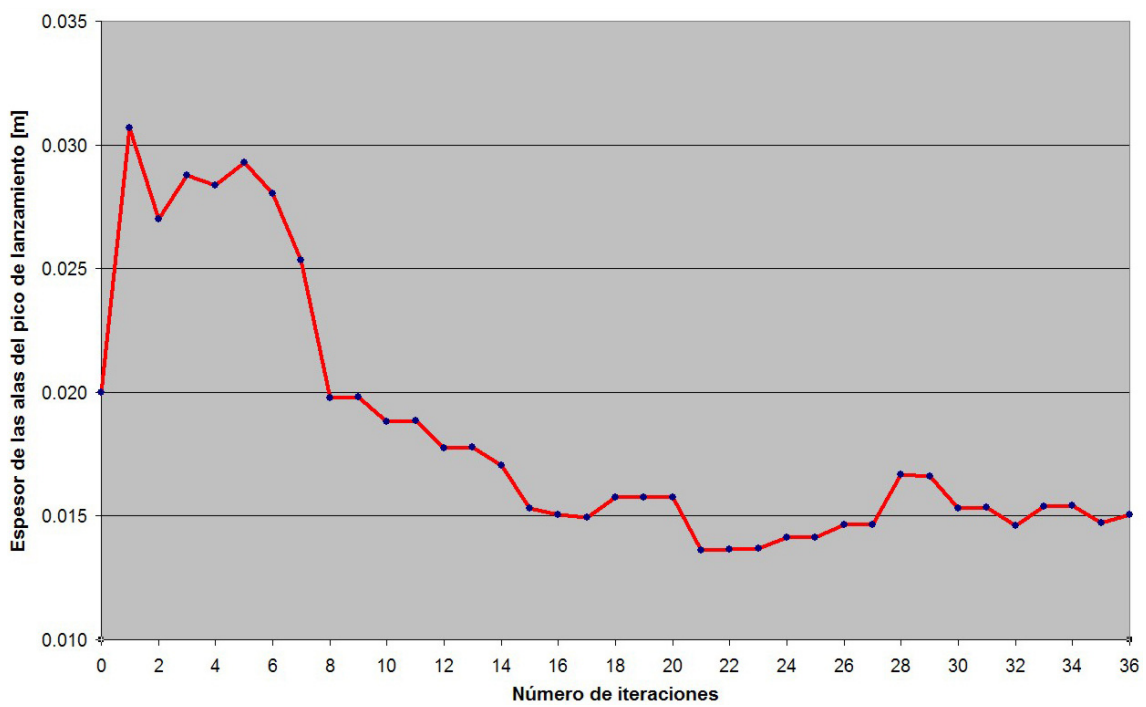


Figura 6.7.2.8. Evolución del espesor de las alas el pico durante el proceso de optimización.

El espesor de las alas del pico de lanzamiento se reduce al mínimo valor posible (6.27).

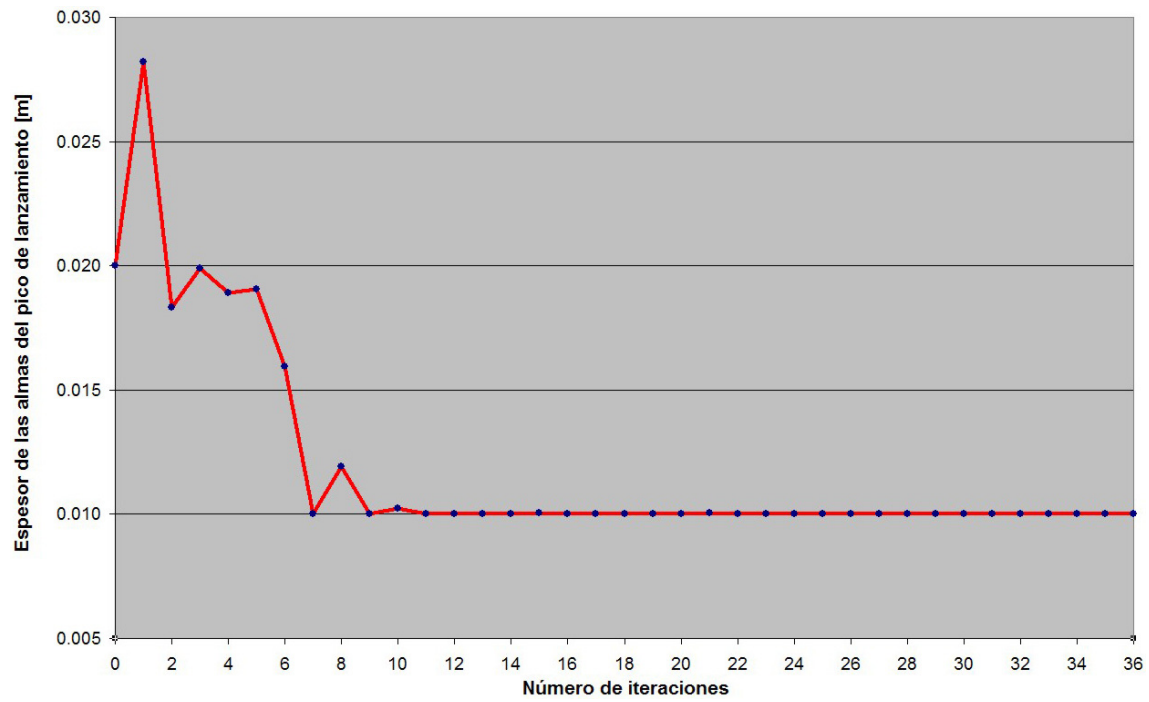


Figura 6.7.2.9. Evolución del espesor de las almas del pico durante el proceso de optimización.

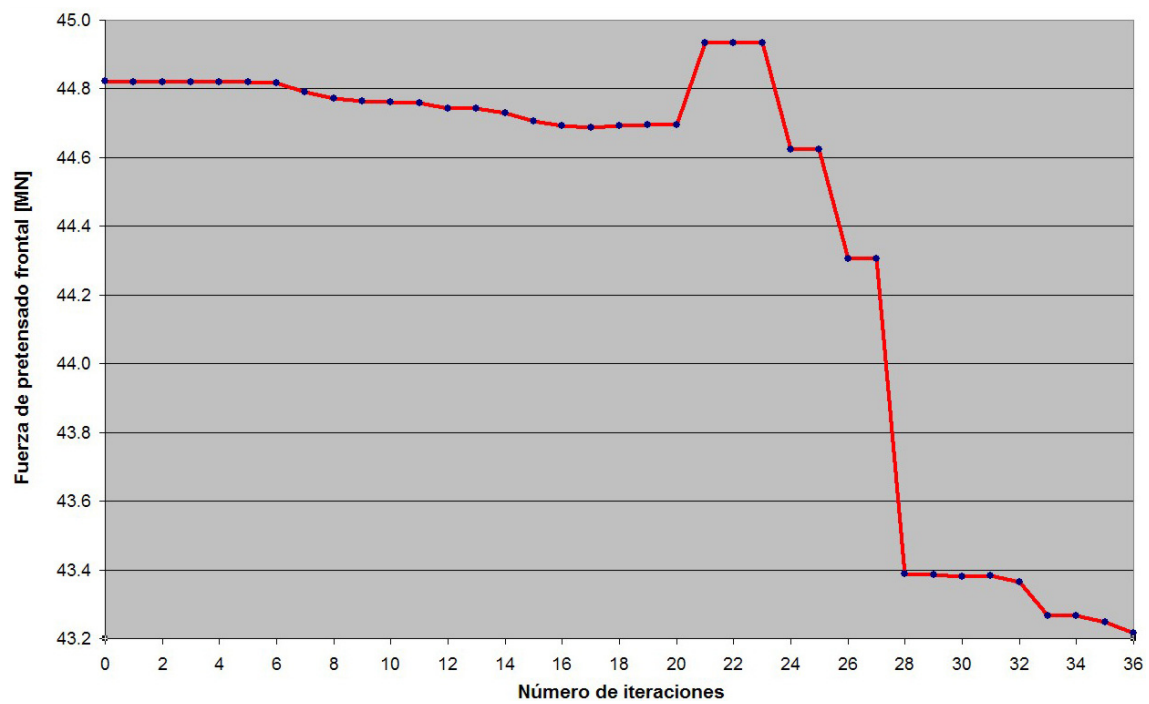


Figura 6.7.2.10. Evolución de la fuerza de pretensado frontal durante el proceso de optimización.

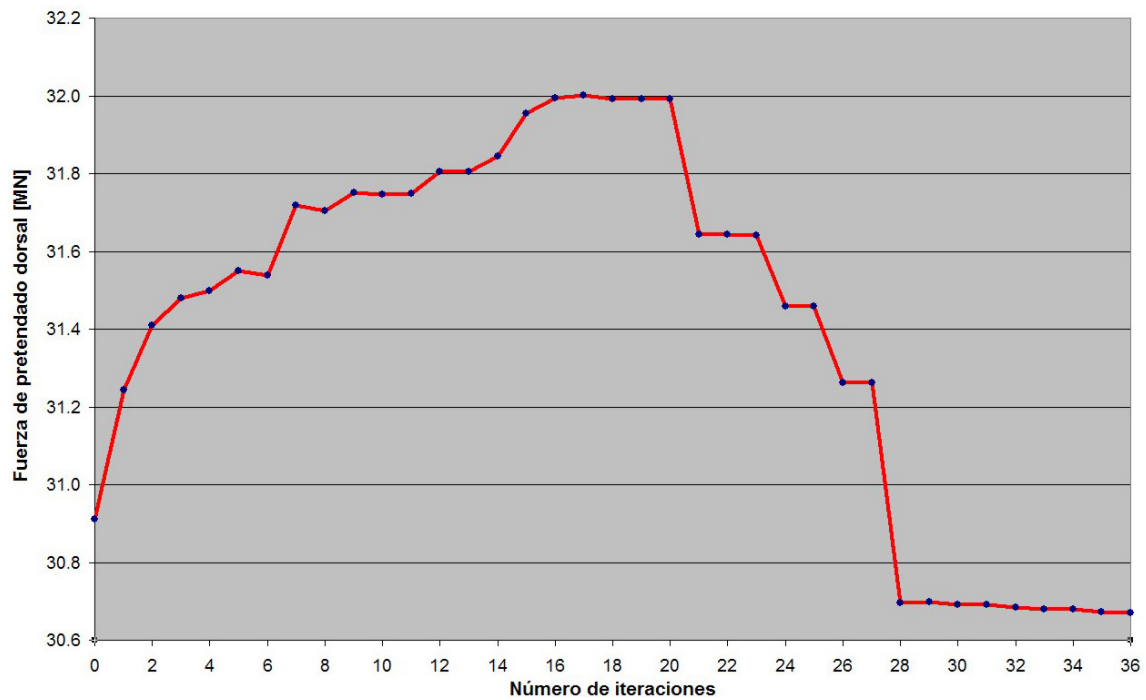


Figura 6.7.2.11. Evolución de la fuerza de pretensado dorsal durante el proceso de optimización.

Hasta la sexta iteración no se alcanza un diseño válido, pero a partir de él, la función objetivo siempre disminuye (Figura 6.7.2.1).

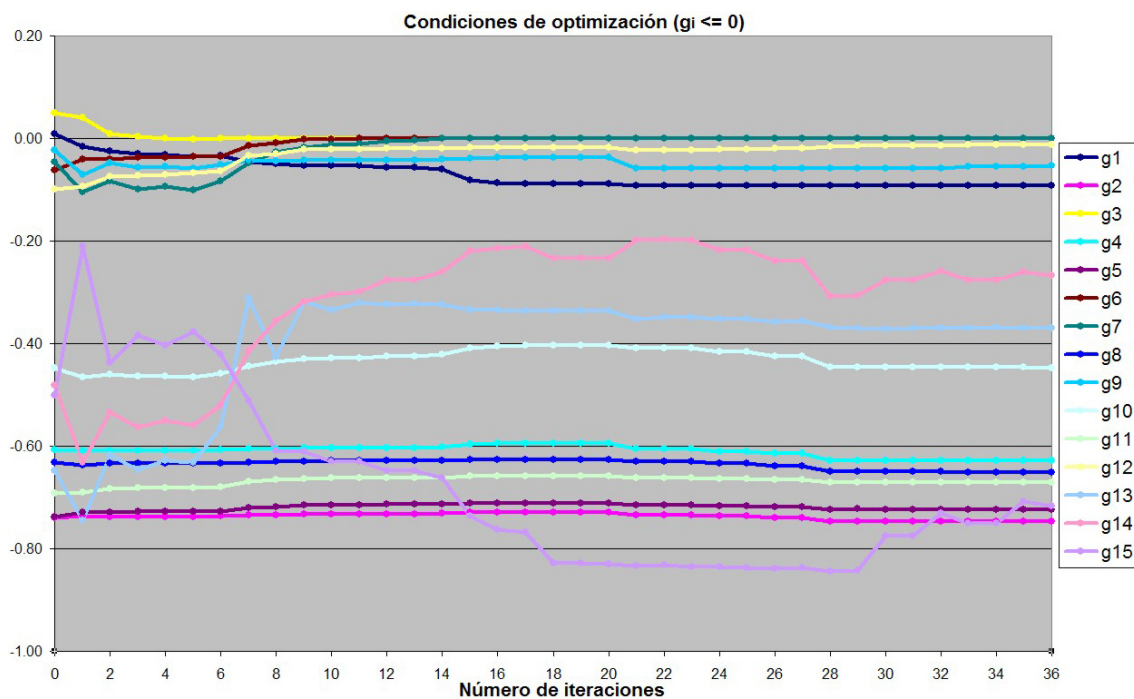


Figura 6.7.2.12. Evolución de las condiciones durante el proceso de optimización.

### 6.7.3 Influencia del número de segmentos de pretensado frontal.

La adopción de un pretensado más intenso en la zona frontal del puente que en la dorsal se debe a la adaptación del pretensado a la envolvente de esfuerzos durante la construcción, evitando dimensionar todo el pretensado del puente para esfuerzos que sólo se producen para una zona muy concreta del mismo.

Cuando se definieron las características generales del modelo de trabajo que se han utilizado para todos los ejemplos de este capítulo, se estableció que los cuatro primeros segmentos constructivos del puente ( $nspf = 4$ ) se tesasen con una fuerza de pretensado centrado más intenso o pretensado frontal.

En el Apartado 4.1 se comprobó para un modelo paramétrico de construcción de un puente lanzado que la interacción pico-tablero se percibe aproximadamente durante una longitud de tablero de entre tan sólo  $1.5 \cdot L$  y  $2 \cdot L$ , en función de la rigidez del pico de lanzamiento, siendo  $L$  la longitud de un vano interno del puente. Luego para el modelo de trabajo planteado (Figura 6.7.3.1), la longitud máxima de tablero con pretensado frontal  $L_{PF}$  debería estar comprendida en el intervalo:

$$(1.5 \cdot L, 2 \cdot L) = (1.5 \cdot 44, 2 \cdot 44) \text{ m} = (66, 88) \text{ m} \quad (6.34)$$

Si el número de segmentos de pretensado frontal es  $nspf = 4$  y teniendo en cuenta que los dos primeros segmentos tienen un tamaño reducido, la longitud de tablero con pretensado frontal  $L_{PF}$  resulta:

$$L_{PF} = 2 \cdot \frac{L}{2} \cdot \left(k - \frac{1}{4}\right) + (nspf - 2) \cdot \frac{L}{2} = 2 \cdot \frac{44}{2} \cdot \left(0.8 - \frac{1}{4}\right) + (4 - 2) \cdot \frac{44}{2} = 68.2 \text{ m} \quad (6.35)$$

que está contenida en el intervalo anterior (6.34). Sin embargo, este cumplimiento no garantiza que la adopción de  $nspf = 4$  corresponda con la mejor elección posible. Debe, por lo tanto, cuestionarse el acierto de esta decisión.

Nótese que añadir un segmento más con pretensado frontal haría que  $L_{PF}$  superase el valor máximo del intervalo (6.34):

$$L_{PF}^* = 2 \cdot \frac{L}{2} \cdot \left(k - \frac{1}{4}\right) + (nspf - 2) \cdot \frac{L}{2} = 2 \cdot \frac{44}{2} \cdot \left(0.8 - \frac{1}{4}\right) + (5 - 2) \cdot \frac{44}{2} = 90.2 \text{ m} \quad (6.36)$$

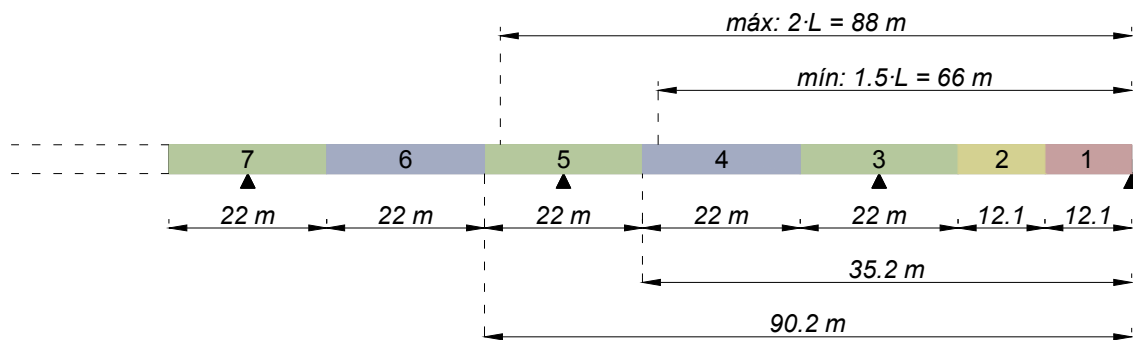


Figura 6.7.3.1. Zona de interacción pico-tablero.

En lugar de establecer  $nspf$  como un dato fijo y conocido, existe la alternativa de considerar el número de segmentos de pretensado frontal como una variable más en el proceso de optimización matemática, sin embargo, se trataría de una variable de diseño discreta y por lo tanto con un comportamiento muy diferente a las variables de diseño continuas consideradas hasta el momento.

Los métodos convencionales de optimización matemática mediante programación no lineal no son directamente aplicables a problemas con variables discretas, como el que se plantearía en este caso. Se han desarrollado algunos métodos para resolver este tipo de problemas <sup>[A1]</sup> <sup>[V1]</sup>, sin embargo, no garantizan la obtención del óptimo y sufren importantes problemas numéricos que exigen afinar de forma muy precisa sus parámetros para lograr alcanzar un óptimo razonable.

Dado que los métodos de optimización que combinan variables continuas y discretas presentan numerosos problemas y no garantizan alcanzar el diseño óptimo, se ha optado por resolver el modelo de trabajo para distintos valores de  $nspf$ , manteniendo el planteamiento realizado hasta este punto. En la Tabla 6.7.3.1 se muestran los resultados obtenidos, que demuestran que la elección de  $nspf = 4$  es la más adecuada.

Nspf	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Llam.	609	842	801	798	1199	753	632	741	912
Iterac.	23	28	25	24	36	21	21	23	28
Coste [€]	730244	730007	727224	682617	642033	647172	643143	646322	652324
$H$ [m]	3.35	3.34	3.10	3.15	3.21	3.16	3.14	3.16	3.13
$e_s$ [m]	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
$e_i$ [m]	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
$e_a$ [m]	0.45	0.45	0.46	0.49	0.44	0.44	0.46	0.45	0.45
$L_N$ [m]	24.44	24.38	24.78	21.76	25.33	25.63	23.41	23.16	23.66
$h_N$ [m]	1.63	1.58	2.34	0.5	0.91	0.80	1.12	0.93	1.16
$t_f$ [cm]	2.3	2.3	2.9	1.0	1.5	1.8	1.7	1.7	1.9
$t_w$ [cm]	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
$P_F$ [MN]	-	38.88	41.77	49.99	43.22	42.83	43.43	43.95	42.91
$P_D$ [MN]	39.96	40.03	39.47	35.34	30.67	30.77	29.22	28.88	29.01
Factor $h_N$	0.1	0.1	0.1	0.1	0.01	0.1	0.1	0.1	0.1

Tabla 6.7.3.1. Resultados de la optimización para distintos valores de  $nspf$ .

#### 6.7.4 Influencia de la variación de precios de los materiales.

Es evidente que los precios de los materiales determinan absolutamente el coste final de cualquier estructura, sin embargo, en un puente lanzado además influyen en sus dimensiones y en los elementos necesarios para realizar el lanzamiento.

Para comprender mejor la influencia de la variación de los precios de los materiales en el proceso constructivo de un puente lanzado se procederá a resolver el problema presentado en este capítulo reduciendo alternativamente a la mitad el precio de cada material.

Si el precio del acero para la fabricación del pico de lanzamiento se reduce en un 50%, se obtiene el diseño óptimo de la Tabla 6.7.4.1. El sentido de modificación del diseño respecto del original es el esperado por la intuición, pues al disminuir el coste del acero, el pico de lanzamiento aumenta en longitud y en rigidez (aumenta el espesor de las alas), lo que permite reducir el consumo de pretensado en la zona frontal del tablero.

Precio acero	2 €/kg	1 €/kg
Llamadas	1199	770
Iteraciones	36	26
Coste [€]	642033	626303
$H$ [m]	3.21	3.05
$e_s$ [m]	0.25	0.25
$e_i$ [m]	0.25	0.25
$e_a$ [m]	0.44	0.44
$L_N$ [m]	25.33	27.86
$h_N$ [m]	0.91	0.86
$t_f$ [cm]	1.5	1.9
$t_w$ [cm]	1.0	1.0
$P_F$ [MN]	43.22	42.53
$P_D$ [MN]	30.67	31.10

Tabla 6.7.4.1. Diseño óptimo cuando el precio del acero se reduce un 50%.

Abaratando el precio del hormigón para el tablero del puente en un 50%, se obtienen los resultados de la Tabla 6.7.4.2. De nuevo, según se podía intuir, el diseño óptimo se modifica aumentando el consumo de hormigón con un mayor canto de tablero, porque es más barato, y reduciendo el de pretensado, tanto frontal como dorsal.

Precio hormigón	90 €/m <sup>3</sup>	45 €/m <sup>3</sup>
Llamadas	1199	1036
Iteraciones	36	27
Coste [€]	642033	480417
$H$ [m]	3.21	3.97
$e_s$ [m]	0.25	0.25
$e_i$ [m]	0.25	0.25
$e_a$ [m]	0.44	0.43
$L_N$ [m]	25.33	24.87
$h_N$ [m]	0.91	0.61
$t_f$ [cm]	1.5	1.3
$t_w$ [cm]	1.0	1.0
$P_F$ [MN]	43.22	41.31
$P_D$ [MN]	30.67	28.40

Tabla 6.7.4.2. Diseño óptimo cuando el precio del hormigón se reduce un 50%.

Por último, si el precio del acero de pretensado disminuye un 50% se obtienen los resultados de la Tabla 6.7.4.3. En este caso, la reducción de coste del pretensado hace que sea más rentable el consumo de acero de pretensado que el de hormigón, por lo tanto, el canto de la sección transversal disminuye a costa de emplear mayores fuerzas de pretensado frontal y dorsal.

Precio pretensado	3.1 €/kg	1.55 €/kg
Llamadas	1199	1101
Iteraciones	36	33
Coste [€]	642033	480700
$H$ [m]	3.21	2.60
$e_s$ [m]	0.25	0.25
$e_i$ [m]	0.25	0.25
$e_a$ [m]	0.44	0.45
$L_N$ [m]	25.33	25.85
$h_N$ [m]	0.91	0.50
$t_f$ [cm]	1.5	1.1
$t_w$ [cm]	1.0	1.0
$P_F$ [MN]	43.22	49.75
$P_D$ [MN]	30.67	34.44

Tabla 6.7.4.3. Diseño óptimo cuando el precio del acero de pretensado se reduce un 50%.



## 6.8 REFERENCIAS.

- [A1] Arora J.S. [2002] *Recent Advances in Optimal Structural Design*. ASCE, pp. 11-50.
- [B1] Bouchon E. et al. [1999] *Guide des Ponts Poussés*. Association française de génie civil. Presses de l'école nationale des ponts et chaussées.
- [G1] Göhler B., Pearson B. [2000] *Incrementally Launched Bridges. Design and Construction*. Ernst & Sohn.
- [R1] Rosignoli M. [2002] *Bridge Launching*. Thomas Telford.
- [V1] Vanderplaats G.N. [2001] *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design*. 3<sup>th</sup> edition. Vanderplaats Research & Development, inc. Colorado Springs.

## CAPÍTULO 7

### CONCLUSIONES

#### 7.1 CONCLUSIONES GENERALES.

El procedimiento constructivo denominado lanzamiento incremental se ha venido utilizando asiduamente en todo el mundo para la construcción de puentes de hormigón desde hace más de 40 años. Las mejoras introducidas desde entonces hacen que posiblemente sea a día de hoy uno de los métodos constructivos más competitivos para puentes multivano de hormigón con sección en cajón y longitudes medias de vano.

Dada la importancia que tiene el procedimiento en la actualidad y la rivalidad que mantiene con otros métodos constructivos, debe incorporar en su diseño todas las posibilidades de innovación disponibles que mejoren su competitividad. Tal es el caso de la optimización matemática. Es por ello que el tema de investigación de esta tesis es pertinente y actual. A continuación se presentan algunas conclusiones de carácter general que pueden ser extraídas del trabajo llevado a cabo.

Se ha realizado una descripción completa del método constructivo, centrándose en sus peculiaridades y los elementos auxiliares que precisa: dispositivos de empuje, pretensado centrado y pico de lanzamiento, del cual se mostró el procedimiento convencional de dimensionamiento mediante la técnica de prueba y error. Esta forma de proceder es rudimentaria, requiere una serie de hipótesis simplificativas y puede conducir a errores, pues se basa en la experiencia, intuición o capacidad del proyectista y, por lo tanto, está sujeta a criterios subjetivos.

El empleo de técnicas de optimización matemática es una alternativa fiable a los métodos convencionales de dimensionamiento que proporciona soluciones sencillas, precisas y rigurosas. Se han recopilado los métodos de optimización más importantes y eficientes en el campo de la ingeniería estructural.

Si bien, el diseño del pico de lanzamiento de un puente lanzado es fundamental en la definición del proceso constructivo, pues un diseño inadecuado puede conducir al sobredimensionamiento de toda la estructura, su optimización sólo es un paso en un proceso más amplio de mejora del diseño. La optimización del proceso constructivo de un puente lanzado debe incluir el conjunto de la sección transversal del tablero y las fuerzas de pretensado centrado.

Este trabajo demuestra la utilidad del empleo de las técnicas de optimización en el campo de la ingeniería de puentes, desarrollando formulaciones rigurosas, objetivas, sistemáticas e integrales para la mejora del diseño de los puentes multivano de hormigón lanzados incrementalmente.

## **7.2 CONCLUSIONES SOBRE LA OPTIMIZACIÓN DEL PICO DE LANZAMIENTO.**

El comportamiento del sistema elástico pico-tablero está gobernado por tres parámetros adimensionales que dependen de sus características geométricas y mecánicas. Con un modelo teórico sencillo puede obtenerse la evolución de los esfuerzos sobre la parte de puente construida para cualquier posición de avance durante el lanzamiento, distinguiéndose dos fases diferenciadas. En la primera etapa el extremo frontal del tablero y el pico están en voladizo. La segunda fase comienza cuando el extremo frontal del pico se apoya y sobrepasa una nueva pila. Cuando el tablero alcanza esa pila termina la fase 2 y vuelve a comenzar la fase 1, repitiéndose el proceso hasta completar el lanzamiento.

El procedimiento convencional de diseño de un pico de lanzamiento considera que el mejor diseño se produce cuando se igualan el máximo momento de voladizo (máximo de la fase 1) y el máximo de la segunda fase, y supone que es el que produce menor momento flector en el tablero sobre el apoyo frontal.

Se demuestra que con el empleo de optimización matemática se puede resolver el mismo problema, sometido a las mismas hipótesis, pero con la gran diferencia de que los resultados obtenidos son fiables, rigurosos y no dependen de la capacidad del proyectista para su obtención.

Si la optimización del pico se plantea como una minimización de máximos o problema de *minmax* se logra obtener el mínimo momento flector sobre el tablero sin necesidad de imponer las hipótesis que considera el método convencional de diseño, y que no se sustentan en fundamento teórico alguno, sino tan sólo en la intuición del diseñador. De hecho, no es cierto que el pico óptimo tenga que equiparar los máximos momentos flectores correspondientes a las fases 1 y 2.

Además, se demuestra que el momento flector limitante del tablero no necesariamente se produce sobre la pila frontal sino que puede ser en la anterior

Por otra parte, se constata la necesidad de considerar relaciones realistas entre las propiedades geométricas y mecánicas del pico de lanzamiento, pues en caso contrario la optimización matemática podría producir resultados imposibles de construir, como sería el caso de un pico largo, ligero pero a la vez muy rígido. Para corregir este inconveniente se puede recurrir a relacionar el peso unitario y la longitud del pico mediante expresiones obtenidas de datos estadísticos de obras similares anteriores. Sin embargo, sigue siendo necesario establecer una dependencia entre la rigidez a flexión y la longitud del pico de lanzamiento.

Con el método clásico, el pico óptimo es aquel que logra que el tablero sufra el menor momento flector posible sobre el apoyo frontal durante el lanzamiento, y son sólo estos esfuerzos los que se consideran en la formulación del problema. Merece la pena reflexionar que lo finalmente necesario es que las tensiones en el material, sean de compresión o de tracción, no superen los límites establecidos por el proyectista. Si la sección transversal del tablero del puente fuese simétrica respecto al eje horizontal, es decir, el centro de gravedad estuviese situado a la mitad del canto, el planteamiento en tensiones o en esfuerzos interiores sería idéntico, aunque estando el planteamiento en tensiones más apegado a la realidad. Sin embargo, la geometría general de un tablero de puente no muestra simetría respecto al eje horizontal, más bien el centro de gravedad está más cerca de la fibra superior. Por ello, el módulo resistente a flexión respecto a la fibra inferior es menor que respecto a la superior, por lo que las mayores tensiones de compresión sobre el hormigón podrían producirse con un momento flector en el interior de un vano, aunque éste sea de menor valor absoluto que el que se produzca sobre un apoyo. En consecuencia, también los momentos de este tipo tienen que considerarse en el problema de optimización. De nuevo, los resultados que se obtienen pueden exigir

unos elevados e irreales valores de rigidez a flexión en el pico, lo cual evidencia una vez más que es necesario relacionar adecuadamente la longitud, el peso unitario y la rigidez a flexión de un pico de lanzamiento para que los resultados sean factibles.

En cualquier caso, se pone de manifiesto la necesidad de plantear la optimización de un puente lanzado en términos de minimizar el coste total de la construcción, pues podría darse el caso de que un puente lanzado fuese más económico al modificar el tamaño de la sección transversal y/o el uso de pretensado centrado, si a cambio emplea un pico de lanzamiento más barato, es decir, más corto y flexible que el diseño obtenido mediante optimización únicamente del pescante.

### **7.3 CONCLUSIONES SOBRE LA OPTIMIZACIÓN CONJUNTA DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL Y LAS FUERZAS DE PRETENSADO.**

A continuación se presentan las principales conclusiones extraídas al optimizar conjuntamente la sección transversal del tablero, las fuerzas de pretensado centrado y las dimensiones del pico de lanzamiento, y que se han agrupado en conclusiones relativas a la metodología empleada y relativas a los ejemplos de aplicación presentados.

#### **7.3.1 Conclusiones metodológicas.**

Para superar las limitaciones de los modelos clásicos, basados en unas pocas magnitudes adimensionales para definir el lanzamiento, es necesario desarrollar una nueva metodología, que abarque de forma más amplia, rigurosa, sistemática, realista y precisa todos los aspectos que definen el proceso constructivo de un puente lanzado incrementalmente de hormigón pretensado. A continuación se describen las distintas etapas llevadas a cabo en esta formulación original.

En primer lugar se definen las características genéricas del pico de lanzamiento y de la sección transversal del tablero de hormigón, de modo que se consideren los casos más habituales. Para el pescante se han considerado dos vigas gemelas de alma llena, sección variable y arriostradas entre sí. Mientras, para el tablero se adopta una sección

transversal en cajón con alas, tendones rectos en las losas superior e inferior para el pretensado centrado y vainas de espera para el pretensado de servicio alojadas en las almas. Para adaptar el pretensado centrado a la envolvente de momentos flectores, éste será más intenso en los primeros segmentos (zona frontal) que en el resto del dintel (zona dorsal).

En segundo lugar se define el proceso de avance del puente lanzado, considerando todas las posibilidades que se pueden producir en función del tamaño de los segmentos constructivos del tablero, de la longitud del pico de lanzamiento y de las dimensiones de los vanos del puente. Todos los vanos del dintel tienen igual longitud, salvo los extremos que son más cortos para homogeneizar los momentos flectores máximos de viga continua.

Para el dimensionamiento del tablero de un puente lanzado en la fase constructiva debe comprobarse que, con un nivel de control de ejecución intenso y bajo la combinación de acciones frecuentes, se cumple el estado límite de servicio de descompresión del hormigón y el estado límite último de agotamiento frente a cortante. Las cargas consideradas son el peso propio, el pretensado centrado, gradientes térmicos y una posible sobrecarga de uso uniforme a definir por el proyectista. El problema se puede reducir al análisis de tan sólo 8 combinaciones de carga diferentes.

A continuación se ha desarrollado un programa de cálculo matricial, llamado PULMAT (cálculo de PUentes Lanzados mediante análisis MAtricial de barras con sección variable), que resuelve un modelo elástico de barras que simula el conjunto pico-tablero para cualquier posición de avance durante la construcción. Esta aplicación informática permite obtener los pésimos esfuerzos sobre el dintel de hormigón y sobre el pico metálico, sin embargo, no está limitada únicamente a puentes lanzados, sino que ha sido validada para cualquier modelo de barras rectas, con independencia de su geometría y/o condiciones de contorno y considerando una gran variedad de tipos de cargas. Destaca la consideración de la deformación por cortante y el análisis preciso de barras rectas de sección variable.

El siguiente paso ha sido la programación de un módulo informático de generación de modelos de cálculo PULMOD (simulador del proceso constructivo de PUentes Lanzados mediante MOdelos de cálculo). Esta aplicación averigua los

esfuerzos máximos que experimenta el tablero y el pico de lanzamiento, para todas las combinaciones de carga y en las configuraciones pésimas durante el avance, desde que se construye el primer segmento, hasta que el tablero alcanza su posición definitiva, y que servirán para dimensionar dintel y pescante.

Desde un planteamiento global, la optimización de un puente lanzado requiere averiguar al mismo tiempo los valores más adecuados de las dimensiones del pico de lanzamiento, de las dimensiones de la sección transversal del tablero y de las fuerzas de pretensado centrado para que el coste total de la construcción del conjunto tablero-pico sea mínimo, cumpliendo las exigencias normativas.

En consecuencia la formulación del proceso de optimización debe plantearse en los siguientes términos:

- La función objetivo a minimizar se define como la suma de los costes del tablero de hormigón, del pico de acero y de los tendones de pretensado centrado.
- Las variables de diseño son 10: el canto y los espesores de las losas superior, inferior y almas de la sección transversal del tablero, la longitud, el canto en el extremo frontal y los espesores de alas y almas del pico de lanzamiento, así como las fuerzas de pretensado centrado de las zonas frontal y dorsal. Además de establecer los límites superior e inferior de validez de cada variable, se indican los valores recomendados por la bibliografía de referencia.
- Las condiciones de diseño, que es necesario considerar según las normativas vigentes, son 15 e imponen el cumplimiento del estado límite de servicio de descompresión en el tablero de modo que no se produzcan tracciones ni fisuras por compresión en ningún punto de la sección, que se cumpla el estado límite último de agotamiento frente a cortante en las almas del tablero y de resistencia de las secciones de acero del pico de lanzamiento de canto variable.

Finalmente se ha desarrollado un programa informático, denominado PULO (PUentes Lanzados Óptimos), que engloba los códigos de generación de modelos de cálculo PULMOD, de cálculo matricial de barras PULMAT y que resuelve el problema de optimización anterior con los algoritmos matemáticos más eficientes. El código se encarga de simular el proceso completo de lanzamiento, obteniendo la información

necesaria para calcular las condiciones de diseño y la función objetivo en cada iteración del problema de optimización.

### 7.3.2 Conclusiones relativas a los ejemplos de aplicación.

Como tarea previa a la optimización se ha desarrollado una metodología para la identificación, según cuatro criterios distintos, del tamaño más adecuado de los vanos laterales de una viga continua que tenga una disposición uniforme de apoyos. Además, se describe el modo de eliminar una determinada variable de diseño de la optimización, si ello fuese de interés, introduciendo una condición de diseño adicional.

Para validar el correcto funcionamiento de la aplicación PULO se ha procedido a resolver un paquete de ejemplos representativos reduciendo las variables de diseño de las 10 que contempla el problema completo a tan sólo 2, pudiendo así analizar los resultados de forma sencilla en gráficos bidimensionales.

Posteriormente se han resuelto casos con un número creciente de variables de diseño hasta alcanzar el problema completo. A medida que el problema crece de tamaño, también lo hacen las complicaciones numéricas, por lo que en los resultados incide el método de optimización y sus parámetros de trabajo, además del diseño inicial. Este hecho pone de manifiesto la necesidad de que el diseñador intervenga en el proceso de optimización. El análisis de los resultados permitirá al proyectista elegir el algoritmo de optimización más adecuado, así como sus parámetros de cálculo y el diseño de partida, para lo cual es interesante apoyarse en diseños previos avalados por la experiencia.

En la resolución numérica del problema completo con 10 variables de diseño mediante el método modificado de las direcciones eficientes se ha identificado la circunstancia de que, en contra de lo esperado, una determinada variable de diseño no experimenta una variación significativa durante el proceso de optimización. El motivo es que algunas de las condiciones de optimización son extremadamente no lineales respecto a esa variable. Se puede lograr una mejora apreciable si se reformula la variable dividiéndola por un factor, de modo que los gradientes de las condiciones de diseño activas respecto de esta variable tengan órdenes de magnitud semejantes.



Los resultados obtenidos permiten concluir que ha sido un éxito la optimización del proceso constructivo de un puente lanzado multivano de hormigón empleando la metodología original presentada.

#### **7.4 LÍNEAS FUTURAS DE INVESTIGACIÓN.**

A lo largo de esta memoria-tesis se ha desarrollado una metodología original que ha puesto de manifiesto que las técnicas de optimización permiten mejorar el diseño de un puente lanzado. Sin embargo, la formulación general planteada se ha aplicado con ciertas restricciones a la generalidad de casos posibles. Una ampliación de esta investigación debería permitir eliminar estas limitaciones o simplificaciones. Así, el proyectista debería disponer de más flexibilidad a la hora de definir la geometría del puente, permitiendo trazados curvos y en pendiente, es decir, un trazado helicoidal. También deberían considerarse en los cálculos los incrementos de tensión debidos a posibles descensos diferenciales de apoyos, así como los esfuerzos en la sección en cajón debidos a la pendiente y al rozamiento entre tablero y apoyos deslizantes durante el avance, que aunque no provocan tensiones elevadas sí deben tenerse en cuenta.

Otra mejora debería ser la consideración del estado de servicio del puente en el proceso de optimización, incluyendo en el coste total del puente lanzado, y por lo tanto en la función objetivo, el coste del pretensado de servicio, para el cual se han previsto unas vainas en las almas de la sección transversal del tablero de hormigón. Esto exige la consideración del tipo de uso al que estará sometido el puente, a saber: carretera, ferrocarril o conductos para suministro de fluidos, lo cual supondrá sobrecargas o cargas vivas muy diferentes. Además habría que considerar los efectos de la fluencia, la retracción y las pérdidas de pretensado sobre la estructura.

Un evidente campo de trabajo que podría dar continuidad a esta investigación consistiría en abarcar un campo más amplio de tipos de puentes lanzados incrementalmente, considerando no sólo tableros de hormigón pretensado sino también puentes metálicos o puentes mixtos. La sección transversal podría ser en cajón unicelular o multicelular, e incluso se podrían optimizar tableros en celosía. Una tipología de puentes lanzados que podría permitir importantes ahorros económicos consistiría en usar tableros con sección compuesta pretensada, es decir, con losas

superior e inferior de hormigón y almas con chapas de acero plegadas. Este tipo de tableros reduce significativamente el peso propio y por lo tanto las cargas a resistir.



*ANEJO***NOTACIÓN****Mayúsculas latinas:**

$A$ : área de la sección transversal del tablero de hormigón.

$A_N$ : área de la sección transversal del pico de lanzamiento.

$A_s$ : área de armadura pasiva transversal en el tablero.

$A_{V_y}$ : área a cortante de la sección transversal del tablero en dirección horizontal.

$A_{V_{yN}}$ : área a cortante del pico de lanzamiento en dirección horizontal.

$A_{V_z}$ : área a cortante de la sección transversal del tablero en dirección vertical.

$A_{V_{zN}}$ : área a cortante del pico de lanzamiento en dirección vertical.

$A_{IN}$ : área de la sección transversal del pico en el empotramiento con el tablero.

$A_{2N}$ : área de la sección transversal del pico en el extremo frontal.

$A'$ : área del recinto interior de la sección transversal del tablero de hormigón.

$B_i$ : ancho de la losa inferior del tablero de hormigón.

$B_s$ : ancho de la losa superior del tablero de hormigón.

$B_v$ : longitud en voladizo de la losa superior del tablero de hormigón.

$E$ : módulo de elasticidad.

$F$ : función objetivo.

$H$ : canto total de la sección transversal del tablero de hormigón.

$I_T$ : momento de inercia a torsión de la sección transversal del tablero.

$I_{TN}$ : momento de inercia a torsión del pico de lanzamiento.

$I_y$ : momento de inercia respecto del eje horizontal del tablero de hormigón.

$I_{yN}$ : momento de inercia respecto del eje horizontal del pico de lanzamiento.

$I_z$ : momento de inercia respecto del eje vertical del tablero de hormigón.

$I_{zN}$ : momento de inercia respecto del eje vertical del pico de lanzamiento.

$L$ : longitud de un vano interno del puente.

$L_a$ : longitud de avance del tablero desde el extremo frontal hasta el encofrado.

$L_{ap}$ : longitud desde el encofrado hasta el próximo apoyo en alcanzar el pico.

$L_c$ : longitud de puente construida en el instante considerado.

$L_{cr}$ : longitud crítica de voladizo del tablero de hormigón.

$L_N$ : longitud del pico de lanzamiento.

$L_P$ : longitud total del tablero de puente terminado.

$L_{PD}$ : longitud de tablero con pretensado dorsal.

$L_{PF}$ : longitud de tablero con pretensado frontal.

$L'$ : longitud de los segmentos extremos de los vanos laterales.

$M_B$ : momento flector en el apoyo B.

$M_B^*$ : momento flector en voladizo en el apoyo B.

$M_B^{FIN}$ : momento flector en el apoyo B al final del paso de lanzamiento.

$M_C$ : momento flector en el apoyo C.

$M_{A-B}^{min}$  : momento flector mínimo en el vano A-B.

$M_{B-C}^{min}$  : momento flector mínimo en el vano B-C.

$M_{máx}^{+}$  : máximo momento flector positivo en estado límite de servicio.

$M_{máx}^{+*}$  : máximo momento flector positivo en estado límite último.

$M_{mín}^{-}$  : mínimo momento flector negativo en estado límite de servicio.

$M_{mín}^{-*}$  : mínimo momento flector negativo en estado límite último.

$N$ : axil de compresión producido por el pretensado centrado.

$P$ : fuerza de pretensado.

$P_A$ : precio unitario del acero del pico de lanzamiento.

$P_{AP}$ : precio unitario del acero de pretensado.

$P_H$ : precio unitario del hormigón armado.

$P_F$ : fuerza de tesado del pretensado centrado en la zona frontal del tablero.

$P_D$ : fuerza de tesado del pretensado centrado en la zona dorsal del tablero.

$PP$ : peso propio de dintel y de diafragma extremo de unión pico-tablero.

$P(g_j)$ : función *penalty* para la condición de optimización  $g_j$ .

$R_A$ : reacción en el apoyo A.

$S$ : sobrecarga de uso uniforme en todo el tablero.

$V_{máx}^{*}$  : máximo esfuerzo cortante en valor absoluto en estado límite último.

$V_{u1}$ : esfuerzo cortante de agotamiento por compresión oblicua en el alma.

$V_{u2}$ : esfuerzo cortante de agotamiento por tracción en el alma.

$W_s$ : módulo resistente de la fibra superior de la sección transversal del tablero.

$W_i$ : módulo resistente de la fibra inferior de la sección transversal del tablero.

**Minúsculas latinas:**

$b$ : ancho de las alas del pico de lanzamiento.

$e_a$ : espesor de las almas inclinadas del tablero de hormigón.

$e_i$ : espesor de la losa inferior del tablero de hormigón.

$e_s$ : espesor de la losa superior del tablero de hormigón.

$e'$ : espesor del diafragma extremo del dintel al que se acopla el pico de lanzamiento.

$f_{ck}$ : resistencia característica del hormigón.

$f_{pk}$ : límite elástico característico del acero de pretensado.

$f_{p\text{ máx } k}$ : carga unitaria máxima característica del acero de pretensado.

$f_{yd}$ : límite elástico de cálculo del acero de la armadura pasiva.

$g$ : aceleración de la gravedad.

$g_j$ : condición  $j$  de optimización.

$h$ : canto del pico de lanzamiento en una sección determinada.

$h_N$ : canto del pico de lanzamiento en el extremo frontal.

$i$ : índice del apoyo siguiente en ser alcanzado por el pico de lanzamiento.

$iL_a = \Delta L_a$ : longitud de avance entre dos configuraciones de cálculo consecutivas.

$k$ : relación de longitud de los vanos extremos del puente respecto de los internos.

$k_m$ : valor mínimo de  $k_n$ .

$k_M$ : valor máximo de  $k_n$ .

$k_n$ : relación entre la longitud al cuadrado del pico de lanzamiento y su peso unitario.

$k'$ : contribución de la armadura transversal de alma a la resistencia a esfuerzo cortante.

$k_1$ : coeficiente para estimar la fuerza de pretensado centrado dorsal y que considera sobrecargas, gradientes térmicos y otras incertidumbres.

$k_2$ : coeficiente que relaciona el pretensado centrado frontal y dorsal del tablero.

$n$ : número total de vanos del puente entre estribos.

$ns$ : número de segmentos de tablero contruidos en el instante considerado.

$nspf$ : número de segmentos frontales del tablero con pretensado frontal.

$\mathbf{p}$ : vector de parámetros fijos de la optimización.

$q'$ : sobrecarga de uso durante la fase de lanzamiento.

$r$ : parámetro de control del método de optimización de la función *penalty*.

$r'$ : recubrimiento de la armadura pasiva o activa del tablero.

$\mathbf{s}_k$ : dirección de búsqueda en la iteración  $k$ .

$ta$ : tipo de acero del pico de lanzamiento ( $a = S235$ ,  $b = S275$ ,  $c = S355$ ,  $d = S450$ ).

$taa$ : tipo de acero de la armadura pasiva ( $a = B400S$ ,  $b = B500S$ ).

$tap$ : tipo de acero de la armadura activa ( $a = Y1770$ ,  $b = Y1860$ ).

$t_f$ : espesor de las alas del pico de lanzamiento.

$th$ : tipo de hormigón ( $a=HA25$ ,  $b=HA30$ ,  $c=HA35$ ,  $d=HA40$ ,  $e=HA45$ ,  $f=HA50$ ).

$t_w$ : espesor del alma del pico de lanzamiento.

$\mathbf{x}$ : vector de variables de diseño.

$z_i$ : distancia del centro de gravedad del tablero de hormigón a la fibra inferior.



**Mayúsculas griegas:**

$iLa = \Delta L_a$  : longitud de avance entre dos configuraciones de cálculo consecutivas.

$\Delta T^+$  : gradiente térmico positivo entre la cara superior e inferior del tablero.

$\Delta T$  : gradiente térmico negativo entre la cara superior e inferior del tablero.

$\Phi_v$  : diámetro de las vainas de armadura activa del tablero.

**Minúsculas griegas:**

$\alpha_k$  : longitud de paso para la iteración  $k$ .

$\alpha_L$  : relación entre las longitudes del pico y de un vano de tablero.

$\alpha_q$  : relación entre los pesos unitarios del pico y del tablero.

$\alpha_{EI}$  : relación entre las rigideces a flexión del pico y del tablero.

$\gamma$  : peso específico del hormigón armado.

$\theta$  : ángulo de inclinación de las almas del tablero de hormigón.

$\rho_A$  : densidad del acero.

$\rho_H$  : densidad del hormigón armado.

$\rho_N$  : densidad del acero del pico de lanzamiento, incluye arriostramientos y rigidizadores.

$\sigma_c$  : resistencia a compresión del hormigón.

$\sigma_{máx}^*$  : tensión normal pésima para el pico de lanzamiento.

$\sigma_T$  : tensión de trabajo del acero de pretensado.

$\sigma_t$  : resistencia a tracción del hormigón.

$\tau_{máx}^*$  : tensión tangencial pésima para el pico de lanzamiento.

$\psi$  : relación de peso de arriostramientos y rigidizadores respecto del peso del pico.

